LINGÆ · A. 1744 * FRANCISCUS
S. SALVATORIS POLI
POSITUS PRÆPOS
AD BIBLIOTHECAM
IBIDEM .

Math. a. 175.

Mathesis. Machin.

p. 533.

R

Anleitung
zur
Anordnung und Berechnung
der gebräuchlichsten
Maschinen
nach Maximen und Regeln,
welche die Erfahrung und Theorie
an die Hand giebt,
von

Bernhard Friderich Mönnich,
ordentlichen Lehrer der Mathematik und Physik
zu Frankfurt an der Oder.

Erste Abtheilung,
welche die Classe der Mühlwerke enthält.

Mit fünf Kupfertafeln.

Augsburg,
bey Eberhard Kletts sel. Wittwe und Frank.
1779.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem

Hochgebohrnen Freyherrn

Herrn

Carl Abraham

von Zedlitz,

Seiner Königlichen Majestät von Preußen
wirklichen Geheimen Etats- und Justiz-
Minister,

Chef des geistlichen Departements,

Obercuratoren der Universitäten ꝛc.

Erbherrn auf Capsdorf, Michelwiz ꝛc.

Meinem gnädigsten Herrn.

Hochgebohrner Freyherr!
Gnädigster Herr,
Hochgebietender Herr Etats-Minister.

Ew. Hochfreyherrliche Excellenz verstatten gnädigst, daß Hochdenenselben ich eine Probe überreiche, wie ich mich in der mir jetzt anvertrauten, so wie in meiner vormaligen Stelle, bestrebe, die nutz-

barsten Theile der mathematischen Wissen-
schaften allgemeiner auszubreiten.

Dank sey es der Vorsicht, welche Ew. Excellenz zum Glück für die Wissenschaften in den Staaten des größten Monarchen auf eine solche Höhe gestellet hat, daß von dem ganzen Felde menschlicher Kenntnisse auch nicht die kleinsten Abtheilungen eben so wenig wie diejenigen, welche darin arbeiten, sich Ew. Excellenz scharfen und durchdringenden Blicken entziehen können. Durch unpartheyisches gnädiges Wohlgefallen ermuntern Hochdieselben das sich Dero umher-

schauen-

schauenden Auge darstellende Genie gnädiger, noch würdigen Ew. Hochfreyherrliche Excellenz auch den noch Hochdero unschätzbaren Beyfalls, der die Werke der Erfinder zu nutzen, brauchbarer und allgemeiner bekannt zu machen mit unabläßigem Eifer sich bestrebet.

Dieß letztere beweisen die mannichfaltigen Gnadenbezeugungen, die von Ew. Hochfreyherrlichen Excellenz ich seit der Zeit erhalten, da ich unter Hochdero Schutz zu stehen das Glück gehabt habe. So wie dieselben meine ehrfurchtsvolle Dankbarkeit auf-

fordern; so erregen sie auch die eifrigsten Wünsche für Ew. Excellenz hohes Wohlergehen und ich verharre in tiefster Devotion

Hochgebohrner Freyherr!

Gnädigster und Hochgebietender

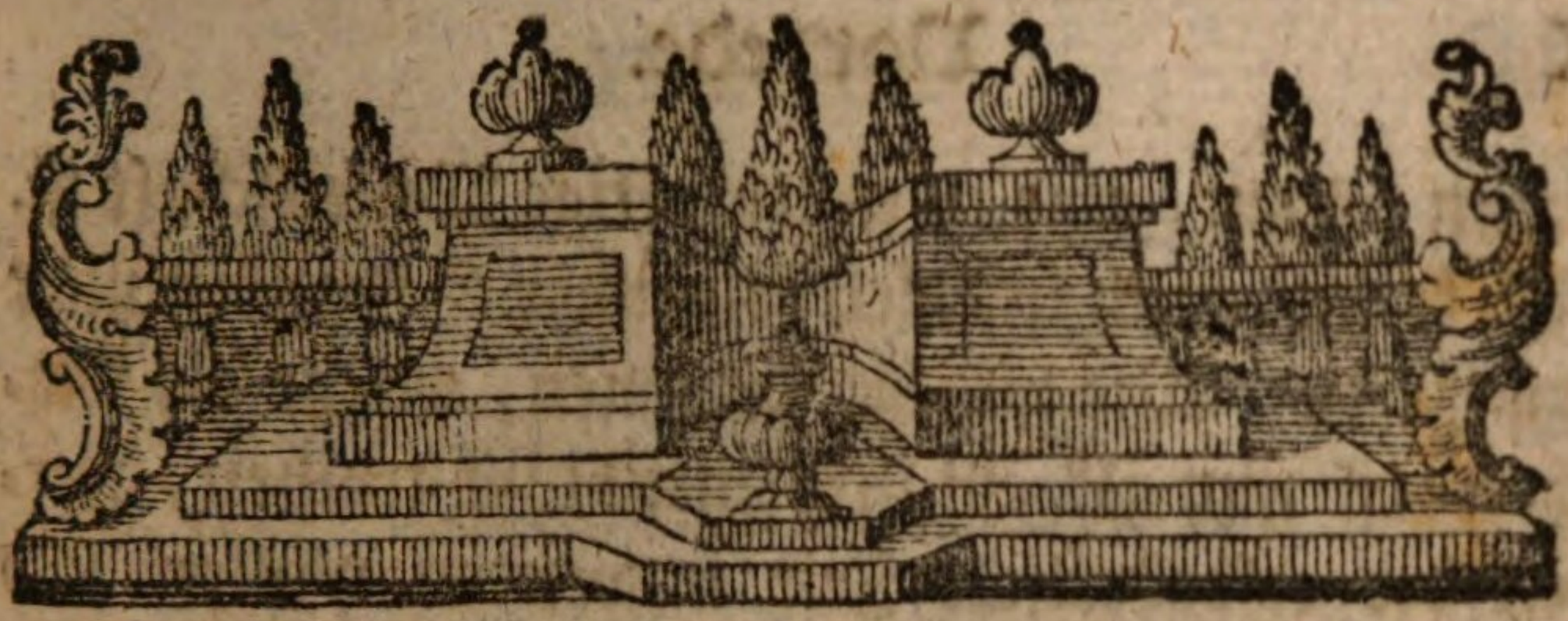
Herr Etats-Minister!

Ew. Hochfreyherrlichen Excellenz

Frankfurt an der Oder
im April 1779.

unterthänigst gehorsamster

Bernhard Friderich Mönnich.



Vorrede.

Es wird, wie ich Grund habe zu hoffen, dieser kleinen Abhandlung zur Entschuldigung, wo nicht zur Rechtfertigung dienen, wenn ich hier kürzlich die Veranlassung sie zu entwerfen, und dann sie dem Drucke zu übergeben hersetze.

Ich hatte bey einer Schulanstalt die Mathematik zu lehren, und meine Vorschrift wollte, daß ich mich am meisten über solche Materien ausbreiten sollte, welche für alle Stände nützlich wären. Darunter verdienete das Maschinenwesen meiner Einsicht nach eine vorzügliche Stelle. Aber ich fand in den gewöhnlichen Lehrbüchern davon sehr wenig brauchbares gesagt: die meisten schränken sich auf die bloße Statik ein. Freylich weil nach der strengern Methode die eigentlichen Gründe der Maschinenlehre in der höhern Mechanik liegen, die für den Inbegriff solcher Lehrbücher, die beym ersten Unterricht zum Grunde

liegen sollten, eine zu weitläuftige Wissenschaft ist. Ich konnte mich indessen folgender Gedanken nicht erwehren. Wie wenige Personen, welche die Mathematik nur als ein Nebenstudium treiben, werden die erforderliche Zeit anwenden wollen und können, um bis zu derjenigen Stufe der mathematischen Theorie durchzudringen, welche zum völligen Verstande der eben genannten Wissenschaft nöthig ist? Und wie viele von eben diesen Personen kommen doch in der Folge in die Fälle, da es ihnen höchst nöthig, selbst dem Staate vortheilhaft seyn würde, wenn sie von den Gründen, wenigstens von den aus der Theorie gezogenen Regeln zur Anordnung vortheilhafter Maschinen einen richtigen Begriff hätten? Die bloße Statik, Beschreibung und Zeichnung von Maschinen reichen hier nicht zu; und es ließe sich leicht aus Beyspielen so wohl als aus Gründen der Beweis führen, daß so eingeschränkte Begriffe, besonders wenn man überredet worden ist, daß dieselben alles ausmachen, öfters mehr schädlich als nützlich sind. Ich entschloß mich daher einen Mittelweg zu gehen. Ich versuchte meinen Zuhörern von den Hauptpunkten, worinn sich die Beurtheilung einer wirklichen bewegten Maschine von der Vorstellung des bloßen Gleichgewichts unterscheidet, hinlänglich deutliche Begriffe zu geben. Alsdann wählte ich die vorzüglich brauchbaren und besonders in Deutschland zimmlich allgemein eingeführ-

geführten Maschinen heraus, und gab die Regeln an, welche Erfahrung und Theorie bisher zu ihrer vortheilhaftesten Anordnung und Berechnung als die besten und richtigsten befunden haben. Ich nutzte dazu vorzüglich den 4ten, 5ten und 6ten Theil des Lehrbegriffs der Mathematik von Herrn Hofrath Karsten, hiernächst Belidors und J. Krafftens mechanische Werke, u. m.

Größtentheils zum Besten oder zur Erleichterung meiner damaligen Zuhörer brachte ich diese einzelnen Ausführungen in Classen und in Zusammenhang, und entschloß mich sie ihnen gedruckt in die Hände zu geben. Ungeachtet ich nun eben unter dieser Beschäfftigung eine andere Laufbahn zu betreten bestimmt wurde: so mußte doch der Plan, nach welchem auf einer Universität, wo ebenfalls nur sehr wenige die Mathematik zum Hauptstudium zu machen pflegen, diese Wissenschaft gelehrt werden. Kann mit meinen bisherigen Uebereinstimmungen genug haben, daß ich hoffen durfte meinen künftigen Zuhörern durch meine Schrift den Zutritt zu einem höchst nützlichen Theile der angewandten Mathematik zu erleichtern. Ich blieb also bey meinem Entschluß.

Wenn nun gleich diese Bogen zunächst für meine Zuhörer bestimmt sind; so habe ich doch gleich anfangs, da ich sie dem Druck überließ einige Hoffnung gehabt, daß ich auch mehrern Personen

sonen dadurch keinen unangenehmen Dienst leisten würde, wenn ich ihnen einen brauchbaren Auszug aus großen und weitläuftigen Werken verschaffte. Leute, die viele, und mannichfaltige Geschäffte haben, werden oft schon durch die Stärke der Bände abgeschreckt, sich auf das Durchstudiren mathematischer Bücher einzulassen, weil dieß einen ununterbrochenen Fleiß erfodert, wenn man Nutzen davon haben will. Und man hat es überhaupt schon lange als das eigentliche Mittel angesehen, nutzbare Kenntnisse auszubreiten, wenn man sie stückweise in kleinen Abhandlungen bekannt macht. Ich habe geglaubt, daß dieß auch auf die Theorie des Maschinenwesens, die wirklich zu wenigen Personen, denen sie doch höchst nützlich wäre, bekannt ist, angewandt werden könne, wenn man die verschiedenen Classen von Maschinen jede besonders abhandelte und bekannt machte. Meinen Gedanken nach könnte wirklich die Theorie selbst bey einer allgemeinern Bekannktschaft mit ihren Vorschriften gewinnen. Denn nun könnten Personen, die oft vielmehr die Gelegenheit dazu haben, als der eigentliche Gelehrte, Versuche und Beobachtungen im Großen an bereits erbauten oder neu anzulegenden Maschinen auf gehörige Art, das ist, mit Rücksicht auf die eigentlichen Punkte, worauf es bey einer Maschine, als Maschine ankömmt, anstellen. Durch die häufige

Ver-

Vergleichung solcher Resultate mit der Theorie würden die Lücken, welche hier, wie ich gerne gestehe noch übrig sind, zuverläßig viel besser ergänzet werden; als durch den bisher noch so sehr üblichen Widerwillen der Praktiker gegen die Theorie, ungeachtet sich ein guter Praktiker der Theorie nicht erwehren kann. Denn sind nicht aus einer Menge von Erfahrungen gezogene Regeln schon wirkliche Theorie? Und macht dieß einen wesentlichen Unterschied auf was für eine Weise man zu seinen Kenntnissen gekommen ist? Wäre es nicht viel besser, wenn der Praktikus dem Theoristen mit seinen Erfahrungen, und dieser jenem mit seinem Raisonnement an die Hand gienge? Würde nicht die bürgerliche Gesellschaft dadurch mehr gewinnen, als durch das bisher übliche Verfahren beyder Partheyen?

Man wird mir vielleicht vorwerfen, daß meine Schrift, um gemeinnützig zu seyn, zu viel Theorie enthalte, oder wenigstens zu sehr mit allgemeiner Rechenkunst angefüllet sey. Ich antworte: Die nächste Absicht derselben litte es nicht wohl anders. Ich halte die ersten Gründe der Buchstabenrechnung und die Auflösung der einfachen und quadratischen Gleichungen für eine wahre Erleichterung und Abkürzung in der Mathematik, und ich habe sie darum meinen Zuhörern jederzeit bey dem ersten Unterricht in der theoretischen Mathematik

bekannt gemacht. Daher war es ihnen bey der Anwendung nachmals leichter eine Regel zu verstehen, wenn sie in dieser kurzen ihnen verständlichen Sprache abgefaßt war, als wenn sie in einer Menge abstrakter Worte ausgedruckt wurde. In gegenwärtiger Abhandlung habe ich vorzüglich dadurch die Sache zu erleichtern gesucht, daß ich bey jeder Hauptgattung ein umständliches Beyspiel berechnet und der allgemeinen Auflösung nach Nummern, die sich darauf beziehen, beygefüget habe.

Daß ich zuweilen blos die Resultate der Untersuchungen anderer angeführet, theils alsdann wenn zu viel höhere Geometrie vorausgesetzt wurde, theils auch wenn die Demonstration für diese Bogen mir zu weitläufig und dem Leser zu beschwerlich vorkam; darüber habe ich mich hin und wieder im Werke schon entschuldiget, und ich hoffe deßhalben bey einer Gattung von Beurtheilern um so eher Entschuldigung, als ich nicht der erste bin, welcher bey solchen mathematischen Gegenständen, wo es nöthig war, sich mehrern als dem Mathematiker von Profeßion nützlich zu machen, diesen Weg eingeschlagen hat. Ich führe nur Herrn Eulers Theorie de la construction & de la manœuvre des vaisseaux zu meinem Behuf an, welche eine Menge aus der höhern Mechanik gezogene Formeln ohne den Beweis enthält, und nur ihre Anwendung deutlich zeiget. Wenn gleich meine Absicht, die Regeln der

Ma-

Maschinenlehre allgemeiner bekannt zu machen, Aehnlichkeit mit derjenigen hat, welche Herr Euler zum Besten der Navigation geheget hat, und ich in sofern dieses großen Mannes Beyspiel für mich angeführet habe, so bitte ich doch übrigens meine Leser, mich nicht nach einem Muster zu beurtheilen, welches wenige zu erreichen hoffen dürfen.

Diese erste Abtheilung meiner Aufsätze enthält die gebräuchlichsten Maschinen von der Classe, welche unter dem allgemeinen Namen von Mühlen begriffen wird. Die ganze Classe der Wasserkünste könnte den Stoff zu einer zwoten, so wie die Hebemaschinen zu einer dritten Abtheilung geben.

Der Umstand, daß ich mein Manuscript schon ein Jahr lang nicht mehr in Händen gehabt, und die sehr große Entfernung des Druckortes wird, hoffe ich, mich bey dem Leser entschuldigen, wenn ich mich über einen Punkt hier erkläre, den ich sonst im Werke selbst angemerkt oder anders ausgedrückt haben würde. Ich habe die Polhemsche Regel im IVten Bande der Abhandlungen der schwedischen Akademie, den schicklichsten Halbmesser der Schwungräder betreffend, welche Herr Prof. Büsch auf eigentliche Theile der Maschinen ausgedehnet hat, im IVten Kapitel des ersten Abschnitts angeführt, und dabey gezeiget, wie man sie in der Berechnung anwenden könne. Haupt-

sächlich gestehe ich, haben mich die vieljährigen Erfahrungen, eines so großen Mechanikers als Polhem war, bewogen, sie als eine Maxime vorzuschlagen, der man etwa mit eben der Sicherheit folgen könnte, als so manchen von Belidor und andern theils aus einzelnen Erfahrungen gezogenen Grundregeln. Selbst habe ich sie in den gegebenen Beyspielen hauptsächlich nur zur Bestimmung des Halbmessers des beweglichen Mühlsteins, den man sonst mehrentheils willkührlich annimmt, gebraucht. Herrn Profes. Büschens theoretisches Raisonnement hat mir nie einleuchten wollen, wie man aus verschiedenen Stellen bemerken wird. Nunmehr glaube ich, daß ich nicht zu viel behaupte, wenn ich sage, daß die Analogie, woraus er schließet, ihn auf Abwege geleitet habe, oder vielmehr keine eigentliche Analogie war. Er vergleichet die Schwungbewegung im Kraise überhaupt mit der Pendularbewegung. Die beständig gleichförmige Wirkung der Schwere bringt beym Pendul den gleichzeitigen Hin- und Wiedergang hervor. So ist es aber nicht mit einem Körper, der sich z. E. horizontal in die Runde schwinget. Wenn keine äußere Kraft mehr auf ihn wirket, so werden vermöge der allgemeinen Hindernisse der Bewegung seine Umlaufszeiten immer länger und länger werden, bis er endlich völlig zur Ruhe kömmt: die ihm mitgetheilte Geschwindigkeit mochte übrigens im Anfange so groß

seyn,

seyn, wie sie wollte. Hingegen, wenn ein Pendul etwa eine Zeitlang durch wiederholte Stöße von beyden Seiten bestimmet würde, seine Schwingungen schneller, als durch die blose Wirkung der Schwere zu vollenden: so würde es, so bald man aufhörte es anzustoßen, plözlich eine längere Zeit zu einem Hin- und Wiedergange gebrauchen; es würden auch die Bögen, welche es bey jeder Schwingung durchgienge kleiner und kleiner werden. Aber so bald diese Bögen klein genug wären, würden doch die Schwingungen gleichzeitig seyn, das würde so fortdauren bis diese Bögen unendlich klein werden, das ist, bis das Pendul zur Ruhe kömmt.

Indessen ist doch immer richtig, daß man den Schwungrädern und andern Theilen der Maschinen, wenn sie die Natur derselben annehmen sollen, eine solche Masse und eine solche Geschwindigkeit geben müsse, daß das davon herrührende Bewegungsmoment hinreichend sey, die Wirkungen, welche von kleinen Stockungen der Maschine, und von Ungleichheiten in den statischen Momenten der Kraft oder des Widerstandes herrühren, unmerklich zu machen. Je mehr man der Masse zulegt, je mehr nimmt auch die Friktion zu. Die vermehrte Geschwindigkeit aber verstärkt wenigstens nicht in einem so hohen Grade dieses Reiben. Daher die Regel, daß die Schwungräder einen leb-

haften Gang haben, und nicht übermäßig schwer gemacht werden müssen. Wenn man es nach der Polhemschen Regel einrichtet, so wird die absolute Geschwindigkeit des Schwingungspunktes mehrentheils sehr schicklich ausfallen. Daher vermuthe ich, gerieth Polhem auf seine Regel, weil er bey deren Befolgung in sehr vielen Fällen seine Absicht erreichte, wenn er anders dem Schwungrade auch eine schickliche Schwere gegeben hatte. Indessen habe ich nichts dawider, wenn man diese Regel auch zu einer solchen Bestimmung nicht gebrauchen will. Alsdann bleibt es beym alten, und man nimmt die daraus nach Polhem und Büsch herzuleitenden Größen willkührlich an, und eben so, als wenn sie willkührlich angenommen wären, sieht man auch die Größen an, welche in meiner Schrift hin und wieder daraus hergeleitet sind.

Ich habe bey der schon genannten Entfernung vom Druckorte nichts weiter thun können, als die Hauptdruckfehler in den Bögen, welche ich habe durchsehen können, anzumerken. Geschrieben Frankfurt an der Oder im Märzmonat. 1779.

Inhalt.

Einleitung. Von den Maschinen überhaupt, welche Mühlen genannt werden : Seite 1

Erster Abschnitt.

Vom Maschinenwesen überhaupt.

Erstes Kapitel. Von Beurtheilung des Effects einer wirklich bewegten Maschine im Beharrungsstande : : : : : 7

Kap. 2. Einrichtung des Räderwerks der Maschinen : : : : : : 16

Kap. 3. Vorläufige Berechnung der Friktion : 28

Kap. 4. Von der Schwungbewegung im Kreise, welche bey Maschinen vorkömmt : : 56

Zweyter Abschnitt.

Von den Mühlen überhaupt, und den Kornmühlen insonderheit.

Kap. 1. Allgemeine Regel zur Berechnung jeder Art Mühlen, besonders auf die Kornmühlen angewandt : : : : : 73

Kap. 2. Schätzung der Kräfte belebter Körper, wovon Mühlwerke getrieben werden, und die Berechnung der Hand und Roßmühlen : 85

Inhalt.

Kap. 3. Vorläufige Regeln, die Geschwindigkeit und Menge des Wassers in einem Strome zu finden . . . 114

Kap. 4. Kurze Beschreibung von Heerd, Griesswerk, Gerinnen, Wehren, und dem übrigen, besonders bey unterschlächtigen Mühlen vorfallenden Wasserbau. . . . 135

Kap. 5. Von unterschlächtigen Mühlrädern insbesondere 152

Kap. 6. Berechnung der Kornmühlen mit unterschlächtigen Wasserrädern . . . 168

Kap. 7. Von Mühlen mit horizontalen Wasserrädern 190

Kap. 8. Von oberschlächtigen Wassermühlen. 205

Von Mühlen mit Windflügeln. . . . 230

Dritter Abschnitt.

Von den übrigen Maschinen, welche Mühlen heißen, außer der Mahlmühle.

Kap. 1. Von Stampfmühlen . . . 281

I. Berechnung der Pulvermühlen, Deutschen Oelmühlen und Lohmühlen . . 283

II. Von den Puchwerken . . . 306

III. Von Stampfmühlen, welche Hämmer führen 317

Kap. 2. Von den Sägemühlen . . 324

Ein-

Einleitung
von den Maschinen überhaupt, welche Mühlen genennt werden.

§. 1.

In der alten Geschichte findet man Spuren, daß die Menschen, um das Getraide zum bequemen Gebrauche zuzurichten, oder um Mehl daraus zu machen, zuerst kein anderes Mittel kannten, als es zwischen zwey Steinen, die man mit der bloßen Hand übereinander rieb, zu zermalmen. Völker, bey welchen heutiges Tages die mechanischen Künste nicht über den Zustand der Kindheit hinaus gerücket sind, bedienen sich mehrentheils noch eben dieser oder einer ähnlichen einfachen Vorrichtung. Die Griechen, Römer und mehrere Nationen der alten Welt, welche bey zunehmender Cultur auch größere Bedürfnisse, und mit denselben wieder größere Kenntnisse bekamen, geriethen indessen bald auf Maschinen, wodurch das Mahlen des Getraides besser und leichter verrichtet werden konnte. Dieß waren die ersten Mühlen. Inzwischen wird man bey ihren Schriftstellern kaum von einigen andern als von Handmühlen, welche mehrentheils von den

Sklaven getrieben wurden, Nachricht finden (*). Doch beschreibt Vitruvius schon B. X. Kap. X. gewisse Maschinen unter dem Namen Hydraulæ, wofür andre Hydromylæ lesen, die nichts anders gewesen zu seyn scheinen, als Getraidemühlen mit unterschlächtigen Wasserrädern. Wenn daher Belidor B. II, Kap. I, §. 634 saget, das Wasser wäre erst im 6ten Jahrhundert Mühlen zu treiben gebraucht worden, so mag dieß von einer allgemeinen Einführung gelten, welches auch verschiedene Stellen der römischen Gesetze und der lateinischen Kirchenväter u. m. beweisen. Und wenn man glaubt, daß die Wassermühlen zuerst in den deutschen Erzgebirgen erfunden sind, wofür man die Aehnlichkeit der Kunstwörter bey den Müllern und Bergleuten zum Beweise anführt; so mag dieß vielleicht auf die Mühlen mit oberschlächtigen Rädern zutreffen, die eine eigne deutsche Erfindung zu seyn scheinen. Die Windmühlen sollen inzwischen aus dem Orient bey Gelegenheit der Kreuzzüge zuerst nach Europa gekommen seyn.

§. 2.

Allein diese verschiedenen Arten von Maschinen dienten doch nur zu dem einzigen Gebrauche das Getraide zu

(*) Cato de R. Rustica C. 10 redet auch von Stampfmühlen (trusatiles), zum zermalmen des Getraides, die von Thieren getrieben worden wären, und das Pistrinum, welches zu eben dem Gebrauch diente, scheint zwar mit der Hand getrieben worden zu seyn, aber gleichfalls Stampfer geführt zu haben. Von unsrer Absicht würde es hier zu weit abführen, wenn wir uns in diese Untersuchungen weiter einließen. Sonst nennt auch Strabo eine Maschine ὑδραλητης, welches man durch Wassermühlen übersetzt.

zu zermalmen, und in so fern solches durch das schnelle Herumwälzen eines beweglichen Steins (des Läufers) über einen unbeweglichen geschahe, welches eigentlich mahlen heißt, kam ihnen auch der Name Mühle ganz eigenthümlich zu. Man stampfte unterdessen vielleicht noch bloß mit der Hand den Lein- und Rübsamen zu Oelkuchen, aus welchen man nachmals Oel presseten: bis man endlich darauf gerieth, durch ähnliche mechanische Vorrichtungen, welche in den Mahlmühlen den Läufer treiben, und durch ähnliche Kräfte Stämpfer in Bewegung zu setzen. Weil nun diese Maschine doch auch darinn der Kornmühle glich, daß sie ein Produkt der Natur zum bequemern Gebrauch zurichtete: so nannte man sie eine **Stampfmühle**. Dieser Name wurde nun mit der Haupteinrichtung nach der Hand noch vielen andern Maschinen gemein; welche dann von ihrem besondern Gebrauch **Papiermühlen**, **Pulvermühlen**, **Walkmühlen** u. s. w. benannt wurden, so wie die erstgenannte Art insbesondere **Oelmühle** hieß. Man gerieth zuerst in Holland darauf, das Zerschneiden der Holzstämme in Bretter durch Maschinen, welche vom Winde getrieben wurden, mit großem Vortheile zu verrichten, und da sie außer einer in Rad und Getriebe mit den Korn- und Stampfmühlen ähnlichen Construktion, gleichfalls wieder ein rohes Naturprodukt zum bequemern Gebrauch zubereiteten: so nannte man sie **Sägemühlen**. Man hat nachher eben derselben durch Wasserräder zum Stande gebracht, ja man hat so gar durch ähnliche Maschinen Steine und

wohl gar Eisen zerschnitten, und die ganze Gattun mit dem Namen Schneidemühlen belegt. Ich übe hebe mich die Namen Bohrmühlen, Schleif: Poli mühlen u. s. w. zu rechtfertigen.

§. 3.

Aus dieser historischen Einleitung erhellet, dün mich genugsam, wie der Name Mühle, welcher de Maschinen, wodurch das Getraide zerrieben wird, e gentlich zukömmt, mit der Zeit allen solchen Masch nen gemein geworden, deren vornehmster Zweck nich darin bestehet, Lasten zu heben, sondern vielmehr al lerley Produkte der Natur so zuzurichten, daß sie nu dienen können, menschliche Bedürfnisse zu befriedigen oder Werke der Kunst daraus zu verfertigen. Ein Bestimmung, wodurch sie sich hinreichend von alle Hebemaschinen, auch von Wasserkünsten u. s. w. unter scheiden. In der Folge werden wir finden, daß di Formul, nach welcher alle genannte und noch mehrere Arten von Mühlen berechnet werden können, sehr all gemein ist, und also auch dadurch diese Maschinen fas nicht nur in eine Klasse, sondern so gar, wie es scheint, in eine Gattung und unter einen Hauptbegriff zusam men gefasset werden. Ebenfalls fällt es in die Augen, daß, so wie die Menschen noch von Zeit zu Zeit dar auf gerathen möchten, dergleichen Zubereitungen der natürlichen Produkte, wobey bisher mehrere Hände sich beschäfftiget hatten, einer Maschine anzuvertrauen, auch noch mehrere Arten von Mühlen entstehen wür den. Wenn wir hier diejenigen sogenannten Mühlen

aus:

ausschließen, zu deren Bewegung nur geringe Kräfte erfordert werden. Z. E. Glasschleifmühlen, Band- und Kaffeemühlen; so werden die bisherigen ziemlich unter folgende Gattungen gebracht werden.

1. Mühlen, wodurch etwas zerrieben wird, oder eigentlich sogenannte Mühlen. Außer den Kornmühlen gehörten noch hieher die Grütz- und Graupenmühlen. Es ist gebräuchlich, besonders die ersten, Hand- Roß- Wasser- Windmühlen nach der Art der Kräfte zu benennen, wodurch sie bewegt werden. Da bey ihnen die verschiedenen Kräfte beynahe gleich bequem angebracht, und nur nach den äußern Umständen der Zeit und des Orts gewählt werden, so kann man die Natur der Kräfte bey den Kornmühlen zuerst am füglichsten untersuchen. Bey den folgenden Arten giebt der Ort oder die Gegend, wo sie gewöhnlich angelegt werden, die Art der Kräfte an, wodurch sie am füglichsten getrieben werden: wiewohl man doch auch alsdenn bey den ersten schon gelernt hat, wie man bedürfenden Falls jede andere Kraft dazu gebrauchen könne.

2. Mühlen, wodurch etwas zerstoßen wird. Hieher gehören die Pulver- Oel- Papier- Walk- Loh- Gewürzmühlen u. s. w. wie auch das Puch- und Hammerwerk.

3. Mühlen, wodurch etwas zerschnitten wird. Hieher die Holzsägemühlen, die Steinschneidemühlen, worunter insbesondere die Marmormühle vorkömmt, und Eisenschneidemühlen.

4. Mühlen, wodurch etwas gebohrt wird. Alle Arten von Bohrmühlen, die Materie, welche gebohrt wird, bestehe worinn sie wolle, gehören hieher.

5. Mühlen, wodurch etwas geschliffen und polirt wird. Sie heißen auch Schleif- und Polirmühlen.

Die hin und wieder im Gebrauch kommende auch oft sogenannte Dreschmühle, wüßte ich hier nicht gut zu ordnen; ich möchte ihr denn unter den Stampfmühlen einen Platz anweisen. Sie mag, wie es auch wohl gebräuchlicher ist, Dreschmaschine heißen, und für sich bleiben.

§. 4.

Die hier genannten Maschinen werden nun in dieser Schrift vorkommen: aber nur in so fern als meines Wissens Theorie oder zureichlich bestätigte Erfahrung Maximen angeben, ihren Effekt zu berechnen. Diejenigen, welche ich mit Stillschweigen übergehe, oder nur kurz berühre, sind solche, von denen ich schweigen muß, wenn ich nicht grundlose Hypothesen annehmen will. Bey andern werde ich die Art bemerken, wie man über sie Beobachtungen anstellen könnte, um die Rechnung darauf anwenden zu können. Um aber hier den völligen Plan meiner kleinen Schrift vor Augen zu legen, führe ich nur noch an, daß, ehe ich eine besondre Art von Mühlen berechne, ich mit aller möglichen Kürze so viel allgemeine Sätze vom Maschinenwesen vorhergehen lassen werde, als nöthig sind, um den Grund der alsdenn folgenden Rechnungen zu übersehen. Diese kommen im ersten Abschnitte vor. Was ich von der Theorie einer jedweden Gattung oder Art insbesondere sagen könnte, ist alles dem zweyten und dritten Abschnitte vorbehalten.

Erster Abschnitt.

Vom Maschinenwesen überhaupt.

Erstes Kapitel.

Von der Beurtheilung des Effekts einer wirklich bewegten Maschine im Beharrungsstande.

§. 5.

Die Statik betrachtet die Maschinen bloß in dem Zustande der Ruhe oder des Gleichgewichts. Weder die Kraft noch der Widerstand an den Maschinen soll sich bewegen. Eins soll nur das andere an der Bewegung hindern. Dieß wird erreicht, wenn die statischen Momente der Kraft und des Widerstandes gleich sind. Unter diesen Momenten versteht man, wie bekannt ist, die Produkte der Kraft oder des Widerstandes in ihre Entfernungen vom Ruhepunkt. Von der wirklichen Bewegung lehret die Statik, wenn auf die Friktion in derselben nicht gesehen wird, nur dieses, daß, wenn auf einer Seite entweder die Kraft oder der Widerstand, oder ihre Entfernungen vom Ruhepunkt vermehret werden, alsdenn eine Ueberwucht und mit derselben eine Bewegung entstehen werde. Sieht man in der Statik zugleich auf die Friktion, so betrachtet man diese als einen Zuwachs zu der Kraft oder zu dem

Widerstande (gewöhnlich zu letzterm) und nimmt nun an, daß man z. E. die Kraft noch um etwas vermehren müsse, welches diesen Zuwachs erst auch noch ins Gleichgewicht setzen müsse. Alsdenn behauptet man, werde durch eine neue auch noch so geringe Vermehrung der Kraft eine wirkliche Bewegung erfolgen. Um die Größe dieser Bewegung bekümmert man sich aber in der Statik nicht weiter. So weit also als die Statik die Maschinen betrachtet, und was bey ihnen vorkömmt, in die Rechnung zieht, bringen sie eigentlich noch gar keinen Effekt hervor. Ich verstehe hier nämlich unter Effekt oder Wirkung der Maschine dasjenige, was man gewöhnlich in der Ausübung von ihnen erwartet. Wenigstens wird man nur selten durch eine Maschine bloß eine Bewegung hindern wollen. Man will vielmehr, daß vermittelst derselben eine körperliche Masse, und zwar mit Vortheil in Bewegung gesetzt werde. Und da diese Bewegung nach den Umständen mit mehrerer oder minderer Geschwindigkeit geschiehet oder geschehen soll: so erhellet, daß man in der Maschinenlehre auch hauptsächlich auf die Gesetze achten muß, wonach sich die Geschwindigkeit der Maschine richtet, damit man ihr den begehrten Grad davon verschaffen, und zum voraus darauf Rechnung machen könne.

§. 6.

Wenn eine Maschine mit allen ihren Theilen fertig da steht, so bewegt sie sich doch nicht von selbst, sondern sie bleibt so lange ruhig, bis eine Kraft, an der

geho-

gehörigen Stelle angebracht, sie in Bewegung setzt. Nicht unmittelbar auf den Zustand der Ruhe erfolgt die schnellste Bewegung, deren sie nach Verhältniß der Kraft und des Widerstandes fähig ist; sondern man wird bey einer jedweden Maschine (wofern es nicht durch andere Einrichtungen gehindert wird) gewahr werden, daß ihre Bewegung wenigstens zu Anfang beschleuniget, d. i. stufenweise geschwinder wird. Hierbey zeiget sich ein Hauptunterschied. Bey einigen wird die Bewegung immer schneller und schneller, je länger sie sich bewegen. Dieß trifft besonders bey solchen zu, an welchen die bewegende Kraft ein vertikal herabhängendes Gewicht ist. Denn ein schwerer Körper wird von der Schwere gleichförmig beschleunigt, und erwirbt also immer mehr Geschwindigkeit. Daher gehören ganz besondere Vorrichtungen dazu, wie z. E. bey den Uhren, wenn einer Maschine, die von einem Gewicht getrieben wird, ein gleichförmiger Gang soll verschafft werden, insbesondere wenn dieses bald Anfangs geschehen soll. Andere erreichen, und zwar sehr bald einen bestimmten Grad der Geschwindigkeit, womit sie alsdann, so lange die Kraft und Widerstand nebst ihren Abständen von der Bewegungsaxe dieselben bleiben, unverrückt fortgehen, d. i. sie gelangen zu einem Beharrungsstande. Wenn z. E. auf das Rad einer Wassermühle, welche stillstand, zuerst Wasser gelassen wird, so fängt es erst an sich sehr langsam umzudrehen, wird denn stufenweise schneller, erreicht aber doch ungemein bald einen gewissen Grad von Geschwindigkeit, den es nun nicht

wieder verliert, und welcher seinen Beharrungsstand ausmacht. Die Maschinen, welche in dieser Abhandlung betrachtet werden sollen, gehören alle zu der letzten Klasse, oder wir werden sie wenigstens so ansehen, als wenn sie sich beständig gleichförmig bewegten, und alles an ihnen so eingerichtet werden könnte, daß dieser Beharrungsstand ungestört bleibe. (*).

§. 7.

Wenn nun alles in einen gleichförmigen Gang gekommen ist, so wird der widerstehenden Masse von der Kraft vermittelst der Maschine eine gewisse Geschwindigkeit mitgetheilt seyn, mit welcher sie nun beständig fortgehet. Gesetzt, X sey die Größe des Widerstandes, v die Geschwindigkeit desselben, so würde man nicht anstehen, derjenigen Maschine, wodurch ein doppelter Widerstand oder die Masse 2 X mit eben der Geschwindigkeit bewegt würde, oder wodurch eben der Widerstand X mit der Geschwindigkeit 2 v fortgetrieben würde, eine doppelte Wirkung zuzuschreiben. Würde aber der doppelte Widerstand oder 2 X auch zugleich mit der Geschwindigkeit 2 v bewegt, so würde man der Maschine einen vierfachen Effekt beylegen. Die hier beschriebenen Effekte verhielten sich also wie X v : 2 X v : X 2 v 2 X . 2 v; so daß man völlig Recht hat, wenn man den Effekt der Maschine durch das Produkt der widerstehenden Masse in die Geschwindigkeit,

(*) Unterdessen wird doch da, wo die Einrichtung nicht ganz so gemacht werden kann, auch dieses bemerkt und gezeigt werden, in wie fern diese Hypothese noch zuläßig ist.

keit, welche sie im Beharrungsstande hat, erkläret. Denn in der That sieht der gemeine Menschenverstand, wenn er über die Größe der Wirkung einer Maschine urtheilet, auf nichts anders, als auf die Größe der widerstehenden Masse selbst, und zugleich auf ihre Geschwindigkeit.

§. 8.

Die Geschwindigkeiten zweyer oder mehrerer Körper oder Massen verhalten sich, wenn man die Zeit gleich annimmt, wie die Räume. In der Mechanik überhaupt, und bey dem Maschinenwesen pflegt man die Zeit einer Sekunde zum Grunde zu legen. Alsdann wird die mechanische Geschwindigkeit durch den Raum ausgedrückt, welchen die bewegte Masse in einer Zeitsekunde zurückleget.

Bedeutet nun s den Weg, welchen der Widerstand in einer Sekunde durchgehet: so kann man die Größe des Effekts einer Maschine auch nach dem Produkt X s schätzen.

§. 9.

Das statische Moment der Kraft muß, wenn die Maschine zuerst angelassen wird, nothwendig größer seyn, als das statische Moment der Last oder des Widerstandes. Denn sonst könnte keine Bewegung erfolgen. §. 5. So lange noch das Moment der Kraft das Uebergewicht hat, kann es nicht aufhören, die Maschine zu beschleunigen. Da aber doch besonders bey großen Maschinen die Bewegung bald gleichförmig wird, so muß dieses davon herrühren, daß die beyden

statischen Momente allmählich einander gleich werden: es sey nun, daß das Moment der Kraft abnimmt, oder das Moment des Widerstandes größer werde, oder daß jenes abnehme, indem dieses wächst. In der Statik erweist man für jede auch zusammen gesetzte Maschinen, daß im Falle des Gleichgewichts das Produkt der Kraft in seine Geschwindigkeit dem Produkt der Last in die zugehörige Geschwindigkeit gleich sey, indem man unter Geschwindigkeit den Raum versteht, der in gleicher Zeit zurückgelegt werden würde, wenn sich die Maschine wirklich nach der Richtung der Kraft oder Last bewegte. Wenn P die Kraft, c ihre Geschwindigkeit, X der Widerstand, und v seine Geschwindigkeit in diesem Verstande wäre, so würde $Pc = Xv$ seyn. Eine Maschine von der Art, wie wir sie hier betrachten, bewegt sich im Beharrungsstande nach der Richtung der Kraft P, und alsdann sind auch die statischen Momente der Kraft und Last gleich. Daher gilt für eine Maschine, nachdem ihre Bewegung gleichförmig geworden, die Gleichung $Pc = Xv$; wo nun c den in einer Sekunde von der Kraft; v den von dem Widerstand in eben der Zeit zurückgelegten Raum bedeutet.

Nämlich der Maschine ist itzt vermittelst der auf sie wirkenden Kräfte eine solche Bewegung mitgetheilt worden, daß der von der Kraft angegriffene Punkt und der Widerstand nun mit den besagten Geschwindigkeiten fortgehen. Die Kraft darf nun weiter nichts thun, als eben den Zustand erhalten, so wie wenn

Kraft

Kraft und Last am Hebel im Gleichgewicht sind, nur dieser Zustand des Gleichgewichts erhalten werden darf. Also wird nichts als die Gleichheit der Momente erfodert.

Wenn man das Produkt X v als die Wirkung ansieht, so kann man P c als die Ursache betrachten. Da es nun ein Grundgesetz der Natur ist, daß Ursach und Wirkung gleich seyn müssen, und in der Ursache nichts mehr und nichts weniger als in der Wirkung ist, und umgekehrt: so erhellet auch daraus, daß P c = X v seyn müsse. Wir merken noch an, daß P c und X v, d. i. das Produkt aus der Kraft oder dem Widerstande in die zugehörige Geschwindigkeit das mechanische Moment der Kraft oder des Widerstandes heißen, so wie das Produkt der Kraft und Last in dem Abstand von der Axe zum Unterschied das statische Moment genannt wird.

§. 10.

Von der Gleichung P c = X v hat man nun überhaupt die Bequemlichkeit, daß man nur das eine Produkt P c genau bestimmen darf: so weiß man auch die Größe des andern. Wüßte man folglich unter was für Umständen das Produkt P c am größten würde: so könnte man auch überzeugt seyn, daß unter eben den Umständen der Effekt oder X v der größte seyn würde.

Die absolute Größe einer Kraft, deren man sich zur Bewegung einer Maschine bedienen will, sey in Pfunden ausgedrückt; sie betrage z. E. p Pfund: hin-

gegen die Geschwindigkeit, womit sie sich in einer Sekunde bewegt, wenn sie keine Last zu überwältigen hat, sey in Fußen gegeben; sie betrage z. E. h Fuße. Nun sieht man leicht, es könne keine Bewegung vorgehen, wenn die ganze Kraft von p ℔ ausgeübt werden soll, und hinwiederum wenn die ganze Geschwindigkeit h bleiben soll, so könne keine Kraft auf die Maschine, und zur Ueberwindung eines Widerstandes verwandt werden. Z. E. wenn wir setzen, ein Pferd könne vermittelst eines über Rollen geschlagenen Seils 420 ℔. im Gleichgewicht erhalten, so wäre die Kraft eines Pferds, d. i. in diesem Falle p = 420 ℔. Diese Kraft äußert nun das Pferd, wenn es bloß gegen hält, ohne sich zu bewegen, und die 420 ℔ bleiben unverrückt am Seile hangen. Der Widerstand, den es mit irgend einiger Geschwindigkeit bewegen soll, muß daher kleiner als 420 ℔ seyn, und je schneller der Widerstand oder die Last bewegt werden soll, desto geringer müßte sie seyn. Soll z. B. das Pferd nur mit 4 Fuß Geschwindigkeit fortgehen, so wird es nicht mehr 200 ℔ bequem herauf ziehen können u. s. w. Eben so, wenn ein solches Pferd sich selbst gelassen höchstens 12 Fuß in einer Sekunde zurückleget: so daß hier h = 12 wäre; so kann es, so lange ihm diese Geschwindigkeit bleiben soll, keine Kraft zur Bewegung irgend einiges Widerstandes anwenden. Um nun bey unserm Beyspiele stehen zu bleiben: so sehen wir so viel, daß die Größe der Kraft P, welche dieses Pferd wirklich zur Ueberwindung eines Widerstandes an einer

Maschi:

Maschine anwenden kann, von der Geschwindigkeit c abhange, womit es sich bewegen soll. Da aber ferner die hervorgebrachte Wirkung am größten seyn wird, wenn P c am größten ist; so wird es darauf ankommen, die Umstände zu finden, unter welchen P c am größten ist. Wir wollen nun annehmen, es werde immer $P = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2$ seyn: so würde $Pc = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2 c$. Letzteres Produkt ist aber am größten; wenn $c = \frac{1}{3} h$ gesetzt wird, vermöge der Lehren der Differentialrechnung (*). In so fern also als unsre Voraussetzungen richtig seyn möchten, würde durch das Pferd der größte Effekt geleistet werden, wenn es mit der Geschwindigkeit von 4 Fuß an der Maschine arbeitete. Alsdenn würde es die Kraft $P = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2 = \frac{4}{9} p = 186$ ℔ ausüben, und das ganze Moment P . c wäre $\frac{4}{27} p h = 744$.

Die

(*) Denn man setze §. 1026 des Clemmschen Lehrbuchs $d . p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2 . c = o$, so ist $d . (h^2 c - 2 c^2 h + c^3) = h^2 dc - 4 h c d.c + 3 c^2 d c = o$, daher ist auch $h^2 - 4 h c + 3 c^2 = o$ oder $c^2 - \frac{4}{3} h c = -\frac{1}{3} h^2$. Daraus folgt $c = \frac{2}{3} \pm \frac{1}{3} h$. Der positive Werth giebt P v = ein minimum. Aber wir wissen auch, daß wenn die Geschwindigkeit h bleiben soll, keine Wirkung entstehen koune. Daher muß $c = \frac{2}{3} h - \frac{1}{3} h = \frac{1}{3} h$ genommen werden.

Die Kräfte, deren man sich zur Bewegung der Maschine, die wir im folgenden betrachten, bedienet, sind alle von der Art, daß sich der große von P oder dem Theil von ihnen, welcher eigentlich die Ursache der Bewegung ist, nach der Geschwindigkeit c des angegriffenen Punkts der Maschine richtet. Wenn man also ähnliche Gleichungen nach der Natur jeder Kräfte herausbringen kann, wie die obige $Pc = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2 c$; so läßt sich vermittelst des Differentialcalculs oder auch aus andern Betrachtungen, daraus die vortheilhafteste Größe von c, mithin das größte Moment Pc finden.

Zweytes Kapitel.

Einrichtung des Räderwerks der Maschinen, um die größte Wirkung zu erhalten.

§. 11.

Aus dem vorhergehenden erhellet nun, daß, um eine Maschine vortheilhaft anzulegen, nichts weiter erfordert werde, als daß man alles an derselben so einzurichten wisse, damit die Kraft, welche auf die Maschine wirket, oder der angegriffene Punkt der Maschine mit der nach §. 10 zu findenden vortheilhaftesten Geschwindigkeit sich bewegen. Denn alsdann ist Pc, folglich auch der Effekt $Xv = Pc$ am größten.

§. 12.

Es sey die vortheilhafteste Geschwindigkeit c gefunden; und die Kraft, welche die Maschine treibt, sey wie gewöhnlich, an dem Umfange eines Rades angebracht,

bracht, oder bewegen sich doch an einem Hebel, Kurbel u. s. w. im Kreise herum. Dieses Kreises Halbmesser sey $CE = a$, so ist sein Umfang Fig. 1. $2\pi a$, wenn $\pi = 3,14159$ ---- genommen wird. So vielmal dieser Umfang $2\pi a$ in der Größe von c Fuß dem Raum, welchen der angegriffene Punkt in einer Sekunde zurücklegt, enthalten ist, so vielmal geht das Rad oder der Kreis in einer Sekunde herum. Daher ist die Anzahl der Umläufe des ersten Rades in einer Sekunde $= \frac{c}{2\pi a}$ und in einer Minute $\frac{60\,c}{2\pi a}$.

Ist nun der Widerstand z. E. in der Entfernung $NO = v$ von der Axe eines Trillings angebracht, und seine Geschwindigkeit v, so ist aus gleichen Gründen die Anzahl seiner Umläufe in der Sekunde $\frac{v}{2\pi v}$ und in der Minute $\frac{60\,v}{2\pi v}$. Es sey die Anzahl der Umläufe des Hauptrades in der Minute $= \mu$: so ist, weil $\mu = \frac{60\,c}{2\pi a}$ $c = \frac{2\pi a \mu}{60}$. Eben so wenn die Anzahl der Umläufe des Widerstandes in der Minute r heißt, so ist $v = \frac{2\pi r v}{60}$. Da nun $P\,c = \frac{2\pi a \mu P}{60}$ und $X\,v = \frac{2\pi v r X}{60}$, so ist für den Beharrungsstand der Maschine $\mu\,a\,P = v\,r\,X$ und $a\,P = \frac{v}{\mu}\,r\,.\,X$.

Wenn folglich der Halbmesser des Hauptrades a bestimmt, oder willkührlich angenommen ist, und man hat P aus c gefunden, so wird man den größten Effekt

erhalten, wenn man in dem Produkt $\frac{\nu}{\mu}$ r X alles so einrichtet, daß dasselbe genau so groß werde als a P.

§. 13.

Um aber die letzte Gleichung $a P = \frac{\nu}{\mu} r X$ für die Ausübung noch brauchbarer zu machen, merken wir an: die Anzahl der in gleicher Zeit geschehenden Umläufe eines Rades und Getriebes verhält sich umgekehrt wie die Zahlen der Kämme oder Zähne und Triebstöcke. So z. E. wenn ein Rad 48 Zähne, und das Getriebe, wo es eingreift, 6 Stöcke hat, so ist die Anzahl der Umläufe des Rades zu der Anzahl Umläufe des Getriebes wie 6 : 48. Ueberhaupt, wenn m die Anzahl der Zähne und n der Triebstöcke ist, so verhalten sich die Zahlen der Umläufe wie n : m. Wäre noch ein Rad mit p Zähnen, und ein Getriebe mit q Triebstöcken da, so verhielte sich die Anzahl Umläufe des ersten eingreifenden Rades zu der Zahl der Umläufe des letzten Trillings wie q . n : m . p. Diese Schlüsse ließen sich, wenns nöthig, und die Sache nicht schon aus dem, was die Statik vom Räderwerk lehrt, bekannt wäre, leicht weiter treiben. Da nun ν die Anzahl Umläufe des letzten Getriebes und μ des Hauptrades, und also auch des ersten angreifenden Rades (wie das Kammrad in n Wassermühle) während einer Minute sind: so ist, weil auch hier die Zeiten gleich angenommen werden $\mu : \nu = n : m$, wofern nur ein Rad und Getriebe an der Maschine ist; und $\mu : \nu = n . q : m . p$, wenn 2 Räder und Getriebe in einander ein-

eingreifen u. s. w. Daher ist überhaupt $\frac{\nu}{\mu} = \frac{m.p...w}{n.q...s}$ und wir können nun behaupten, daß $aP = \frac{m.p...w}{n.q...s} rX$ sey. Für den gewöhnlichsten Fall mit einem Rade und Trilling ist nun $aP = \frac{m}{n} rX$; wo m die Zahl der Zähne n der Triebstöcke bedeutet. Es kann genügen, nur diesen am meisten vorkommenden Fall hier zu betrachten, weil man leicht daraus sehen wird, wie man bey zusammengesetzten Maschinen verfahren müßte. Man darf allenfalls nur unter m das Produkt aus den Zahlen der Zähne in den verschiedenen Kamm: und Sternrädern unter n das Produkt aus den Zahlen der Stöcke in den verschiedenen Trillingen verstehen.

§. 14.

Wenn wir nun annehmen, daß a . P nach §. 11, 12 gefunden ist, so könnte man überhaupt die Zahl der Zähne m und Triebstöcke n willkührlich annehmen; wobey aber doch gleich in die Augen fällt, daß $\nu . X$ um so viel geringer werden müsse; je größer $\frac{m}{n}$ wird und umgekehrt. Allein bey den in der Folge vorkommenden Aufgaben ist nun gewöhnlich der Fall dieser. Die Absichten der Maschine erfordern eine bestimmte, oder doch innerhalb gewisser Gränzen eingeschlossene Geschwindigkeit des Widerstandes, der an der Welle des letzten Trillings angebracht ist: so z. E. will Belidor, daß der Läufer einer Kornmühle nicht leicht über 60 und nicht leicht unter 36 Umläufe in einer Minute

machen solle. So müssen auch die Sägemühlen einen gewissen Grad der Geschwindigkeit nicht leicht überschreiten u. s. w. wie sich bey den folgenden Untersuchungen mit mehrern ergeben wird. Wir werden nun gewöhnlich entweder unmittelbar aus den praktischen Beobachtungen, oder doch durch eine leichte Rechnung, die Anzahl der Umläufe des letzten Trillings in einer Minute bestimmen können. Nun war die Anzahl der Umläufe des Hauptrades in der Minute oder $\mu = \frac{60\,c}{2a\pi}$, und ν heiße nun auch hier die Anzahl Umläufe der letzten Welle in der Minute: so verhält sich $\nu : \mu = m : n =$ $\nu : \frac{60\,c}{2a\pi}$. Daher ist $\frac{60\,c.m}{2a\pi,} = n =$ der Zahl der Triebstöcke, und $\frac{n.\nu.2a\pi}{60\,c} = m =$ der Zahl der Zähne am Rade. Hieraus ist offenbar, daß wenn man eins von beyden m oder n als bekannt annimmt, so könne man das andere aus den Gleichungen finden.

§. 15.

Hier merke ich nun noch an, daß man mehrentheils die Anzahl der Triebstöcke darum zuerst annimmt, weil eine gar zu geringe Anzahl derselben, worauf die Gleichung sonst führen könnte, praktische Unbequemlichkeiten hat, wovon die Folge noch einen Grund angeben wird.

Wenn nämlich die Bewegung ordentlich fortgehen soll, so muß man nicht unter 5, man kann aber gar wohl viel über 5 Triebstöcke nehmen. Z. E. a sey 8 Fuß $c = 5$ Fuß $\nu = 40$. Man nehme $n = 9$, so ist

$\frac{n.\nu.2a\pi}{60\,c}$

$$\frac{\text{a.}\,'.2a''}{60\,c} = \frac{9.40.2.8.\ 3,14.}{60.\ 5} = \frac{3.4.8.\ 3,1416}{5}$$

$= 60 =$ der Zahl der Zähne oder Kämme.

§. 16.

Es könnte sich bey dieser Rechnung so treffen, daß die Zahl der Triebstöcke in die Zahl der Zähne aufgienge. Bey diesem Umstande ist anzumerken, daß man weit lieber, besonders bey großen Maschinen, die Einrichtung so macht, daß diese Zahlen Primzahlen unter sich sind, oder doch nicht in einander aufgehen, denn sonst kommen an jeden Triebstock jedesmal nur gewisse Zähne des Rades. Hätte z. E. das Rad 24 Zähne, und das Getriebe 6 Stöcke, so käme an den ersten Triebstock der Zahn 1, 7, 13, 19, und dann wieder der Zahn 1 des Rades, und so weiter in eben derselben Folge. Hätte gegentheils das Rad 25 Zähne, so kömmt der Zahn 1, 7, 13, 19, 25, 6, 12, 18, 24, 5, 11, 17, 23, 4 des Rades an den ersten Triebstock, dadurch werden alsdenn Zähne und Triebstöcke besser an einander abgeschliffen, und es kann nicht etwa einer oder der andere, welcher unvollkommen gearbeitet ist, verursachen, daß zu einer bestimmten Zeit, wenn gerade bey selbigen das Eingreifen geschiehet, ein unregelmäßiger Gang der Maschine, oder gar ein Stocken entstehe. Vielmehr muß die Gestalt aller übereinstimmend werden. Weil es aber schwer ist, ein Rad nach einer Primzahl, z. E. 43, einzutheilen; so nimmt man wenigstens, wo möglich, solche Zahlen, die zwar für sich keine Primzahlen sind, aber doch nicht in einan-

der aufgehen, bey welchen also doch noch viele Zähne an einerley Triebstock kommen, (z. E. 60, 8; 48, 10; 40, 6: oder wie die obigen 60, 9) deren Verhältniß dem aus der Gleichung gefundenen ziemlich nahe kömmt. Dieß wird immer angehen, wenn die Gränzen, in welchen die erforderliche Geschwindigkeit der letzten Welle eingeschlossen ist, nicht gar zu enge sind. Weil $\frac{2a\pi.v}{60c} = \frac{m}{n}$: so ist $v = \frac{60.cm}{2a\pi n}$. Wenn man also die solchergestalt angenommenen Zahlen m und n in die Gleichung setzt: so sieht man, ob v noch eine zulässige Anzahl Umläufe in der Minute wird, sonst kann man noch andere Zahlen für m und n wählen.

§. 17.

Setzt man nun die auf solche Art bestimmten Zahlen m und n in die Gleichung $aP = \frac{m}{n} rX$: so würde nun $rX = \frac{n}{m} aP$ seyn, und folglich leicht gefunden werden können, wie groß man den Widerstand setzen müsse, um die vortheilhafteste Wirkung zu erhalten, wenn nur noch v erst ausgemacht wäre. Von der Größe r merke ich hier nur vorläufig an, daß sie gemeiniglich auch innerhalb gewisser Gränzen willkührlich genommen wird. Jedoch werden in der Folge bey jedem Falle mehr oder weniger bestimmte Regeln gegeben werden können. So beruhet auch die Reduktion des Widerstandes X auf Gewicht und Maaß nach den Umständen auf sehr verschiedenen Voraussetzungen, und theils mehr oder weniger zuverläßigen Beobachtungen. Doch bestehet die

Haupt-

Hauptschwierigkeit noch darin, daß die Maschine auser dem eigentlichen Widerstande, zu dessen Ueberwältigung sie gebauet wird, auch noch das gesammte Reiben der Theile an einander überwinden muß. Von der Art, wie man dieses in Rechnung bringen könne, wird das folgende Kapitel handeln.

§. 18.

Wir wollen aber noch vorher ausmachen, wie man aus der Anzahl der Zähne und Triebstöcke den Halbmesser der Räder und Trillinge finden könne. Denn nicht allein um sie darnach zu bauen, sondern auch beym Rechnen selbst ist dieß zu wissen nöthig. Es wird aber hier durch den Halbmesser die Entfernung der Axe des Getriebes oder Rades von der Mittellinie der Triebstöcke oder dem angegriffenen Punkt der Zähne verstanden.

Die Dicke der Zähne und Triebstöcke richtet sich natürlicher Weise nach der Stärke des Drucks, den sie auszustehen haben, und nach der Festigkeit der Materie, woraus sie gemacht sind. Da letztere besonders beym Holze, dessen man sich auch zu diesem Theil eines Mühlwerks bedient, so sehr verschieden ist, und nicht einmal bey solchem Holze, das einerley Namen führet, gleich angenommen werden kann (*), so lassen sich schwerlich allgemeine Regeln geben, die Dicke der Zähne und Triebstöcke in jedem Falle zu bestimmen oder zu be-

(*) Man sehe Karstens Stat. XI. Abschn. J. Kraftens Mechan. Th. 2. 13 und 14. Foral. over Statik besonders §. 505 u. m.

rechnen. Zur ungefähren Schätzung könnte etwa folgendes dienen.

Belidor Archit. hydr. 1. Th. 2. B. 1. K. §. 648. beschreibet eine Wassermühle, an welcher nach seiner Berechnung der bloß vom Widerstande des Getraides herrührende Druck zwischen Kamm und Getriebe 333 ℔, mit der Friktion aber etwa 400 ℔ betragen möchte. Die Triebstöcke, aus wilden Birnbaumholz (Cormier) waren 18 Zoll hoch und $2\frac{1}{2}$ Zoll dick. Wenn man nun in einem andern Falle den Druck beyläufig schätzen könnte; er sey z. E. p, und die Höhe der Triebstöcke sey h: so ist nach Karstens Statik §. 195 die gesuchte Dicke $x = 2\frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{h.p}{18.400}}$. Z. E. wenn die Triebstöcke 16″ hoch sind, und der Druck würde 600 ℔ gefunden; so wäre $\frac{h.p}{18.400} = \frac{4}{3}' = 1,333$. Also $x = 2\frac{1}{2}\sqrt[3]{1,333} = 2\frac{1}{2} \cdot 1,1 = 2,75 = 2\frac{3}{4}$. Sollte man eine weniger feste Holzart haben, so müßte man um deßwillen die Triebstöcke noch etwas stärker machen. Die absolute Festigkeit (*) der bekanntesten Holzarten folget den Graden nach so auf einander: Büchen und Eschen, Eichen, Linden und Erlen, Ulmen, Tannen, Fichten. Die Pfunde, wodurch Parallelepipeda von diesen Holzarten, deren Grundflächen 0,27 Rhein. Zoll ins Gevierte hielten, zerrissen werden, waren 1250,

1250.

(*) Absolute Festigkeit des Holzes ist diejenige, womit es einem Zerreissen nach der Länge der Fasern; respektive, womit es dem Zerbrechen nach der Queere widerstehet.

1250, 1150, 1000, 1000, 950, 600, 550. Die respektive Festigkeit ist den Stufen nach etwas anders, nämlich: Buchen, Eichen und Erlen, Ulmen, Fichten, Tannen: die Unzen, wovon Parallelepipeda von eben der Dicke, wie die vorigen in 10 Zoll Entfernung von der Ebene des Bruchs zerbrochen wurden, sind $56\frac{1}{2}$, 48 und 48, 44 40, $36\frac{1}{2}$. Im vorhabenden Falle muß man eigentlich auf die respektive Festigkeit sehen. Siehe Muschenbr. Introd. ad Phil. Nat. §. 1127. Ueberhaupt aber wird man hier noch nicht entübrigt seyn können, sich des Raths versuchter Praktiker und Holzkenner zu bedienen, wegen obenangeführter Ursachen.

Wenn man inzwischen auf eine oder die andere Art ausgemacht hat, wie dick die Triebstöcke seyn sollen, so kann man nun nach den Vorschriften der praktischen Schriftsteller auch die Dicke der Zähne, mithin den Umfang, und aus selbigen den Halbmesser von Rad und Getriebe bestimmen. Jene Vorschriften gründen sich auf die beyden Maximen. 1) Weil die Triebstöcke, indem ihre Anzahl geringer ist, den Druck öfter ausstehen, und daher auch geschwinder abgerieben werden: so müssen sie etwas stärker als die Zähne gemacht werden. 2) Die Zähne können nicht so dick gemacht werden, daß sie den ganzen Zwischenraum zwischen 2 benachbarten Triebstöcken ausfüllen. Denn wenn das Holz auch noch so trocken ist, das man dazu nimmt, so quillt es doch etwas in der Feuchtigkeit auf. Daher würde ein Klemmen entstehen, wenn nicht für einigen Spielraum gesorgt wäre. Wir wollen nun einige Ein-

theilungen, nach welchen man zu verfahren pflegt, in einer Tabelle anführen:

Zwischenraum zwischen den Mittellinien der Zähne und Triebstöcke.	Dicke der Triebstöcke.	Dicke der Zähne.	Spielraum.
16	8	7	1
15	8	$6\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
12	$6\frac{1}{2}$	5	$1\frac{1}{2}$
7	$3\frac{2}{3}$	3	$\frac{2}{3}$

Die zweyte Eintheilung ist diejenige, welche Belidor vorschlägt I. B. II. Kap. §. 518. Wenn nun hier d die Dicke der Triebstöcke in Zollen, und die Zwischenweite derselben zur Dicke wie 7 : 8 ist: so hat man $8 : 15 = d : \frac{15}{8} d =$ dem Bogen zwischen den Mittellinien in Zollen. Es sey nun die Anzahl der Stäbe n, so ist der Umfang des Trillings $\frac{15}{8}$ n d, und der Halbmesser $\frac{15}{8} \cdot \frac{nd}{2\pi} = \frac{15}{16.\pi}$, n d. Eben so findet man aus d auch die Dicke der Zähne $= \frac{6\frac{1}{2}}{8} d =$ $\frac{13}{16} d = \delta$. Da nun ebenfalls $6\frac{1}{2} : 15 = \delta : \frac{15}{6\frac{1}{2}} \delta$; so hat man, wenn die Anzahl der Zähne m ist, den Halbmesser des Rades $= \frac{15}{6\frac{1}{2}} \cdot \frac{m\delta}{2\pi} = \frac{15}{13.\pi}$, m δ.

Z. E. In dem oben angeführten Fall war $d = 2\frac{1}{2}$. Daher ist $\delta = \frac{13}{16} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{65}{32} = 2\frac{1}{32}$, wofür Belidor die runde Zahl 2 Zoll als die vordere Dicke der Kämme angiebt. Sie ragen 4 Zoll aus dem Rade her-

hervor, und sind an der Wurzel $3\frac{1}{3}$ Zoll dick, um sie so viel mehr vor dem Abrechen zu sichern. Der Halbmesser des Trillings würde nun hier, weil $n = 9 =$ $\frac{15 \cdot 9 \cdot 5}{16.\ 3,\ 1416.2} = 6,7$ oder 7 Zoll; statt dessen hat aber Belidor 9 Zoll. Der Halbmesser des Kammrades ist nach der Formel, weil $m = 48, = \frac{15 \cdot 48 \cdot 2.}{13.\ 3,\ 1416} = 35,3$ oder 36 Zoll $= 3$ Fuß: statt dessen giebt ihn Belidor 4 Fuß an: so, daß es scheinet, als hätte sich dieser Verfasser verglichen mit andern Stellen seines Werks, nicht so genau nach seiner empfohlnen Eintheilung gerichtet.

Wir werden uns in der Folge, indessen nur zur Abkürzung der Rechnung, der Regel bedienen, daß wir den Halbmessern der Räder und Trillinge so viel Zolle geben, als sie Zähne oder Kämme und Triebstöcke führen sollen. Dieß trifft indessen nicht nur bey dem vorhabenden, sondern noch bey mehrern von Belidor vorgelegten Beyspielen zu.

Bey der wirklichen Praxis wird hier immer der beste Rath seyn, aus solchen praktischen Büchern, als Beyers Mühlenbaukunst u. a. mehr, unter derselben Art von Maschinen nachzusehen, wie stark die Triebstöcke und Kämme gemacht, und wie viel Zoll Theilung, wie es genannt wird, daselbst genommen sind. Darnach wird man sich immer beyläufig richten, und bey seiner Maschine alles gleich, oder stärker, oder schwächer nach einem ungefähren Ueberschlage nach dem Verhältniß

des

des mehrern oder mindern Widerstandes, oder Gewalt, welche das Triebwerk ausstehen muß, einrichten dürfen.

Drittes Kapitel.

Vorläufige Berechnung der Friktion an den Maschinen.

§. 19.

Wenn nach §. 18 aus den Zahlen n und m, und der Dicke d und δ der Triebstöcke und Zähne, der Halbmesser des Trillings = c, und des Sterns- oder Kammrades = b gefunden worden: so kann man in die Gleichung $aP = \frac{m}{n} r . X$ §. 17 statt $\frac{m}{n}$ das Verhältniß der Halbmesser $\frac{b}{c}$ setzen. Folglich ist $aP = \frac{b}{c} r X$. Wenn wir nun auch bey einer Mühle das Gesetz wüßten, wornach sich der Widerstand, der eigentlich überwunden werden soll, richtete, z. E. daß er bey einer Kornmühle $\frac{1}{3\frac{1}{5}}$ vom Gewichte des Läufers ꝛc wäre, so würden wir ihn doch für die Größe der Kraft P und die übrige Einrichtung der Maschine viel zu groß annehmen, wenn wir nicht darauf sehen wollten, daß auch ein Theil von a P zur Ueberwindung des Reibens der Theile angewandt werden müsse. Denn so schwere und große Maschinen, als die Mühlen gemeiniglich sind, können gewiß nicht ohne eine sehr ansehnliche Friktion erbauet werden.

§. 20.

Man kann freylich bey wirklicher Erbauung einer Mühle oder andern Maschine die Stärke der Friktion durch

durch Versuche zu bestimmen suchen. Dieses scheinet auch darum am sichersten zu seyn, weil diese Hinderniß der Bewegung im allgemeinen noch bisher durch alle Bemühungen mathematischer Naturforscher nicht hat unter untrügliche Regeln gebracht werden können, wovon wir im folgenden mehr sagen werden. Allein, man muß doch dieß bemerken: wir werden durch jene Versuche nicht leicht etwas anders als die Friktion der Ruhe bestimmen können, wovon die Friktion der Bewegung, warum es uns hier zu thun ist, vielleicht sehr verschieden seyn möchte. Hiernächst wäre es doch immer besser, und manchmal von der größten Wichtigkeit, wenn man Regeln hätte, die Friktion in Anschlag zu bringen, ehe man ein kostbares Werk wirklich ganz oder zum Theil erbauete: sollten auch diese Regeln nur zu einer ungefähren Schätzung führen. Man würde alsdann in der Bestimmung der eigentlich abgezweckten Wirkung der Maschine sich doch nicht gar zu weit auf der einen oder der andern Seite von der Wahrheit verlieren. Um deswillen wollen wir hier das nützlichste von den Regeln, wornach man die Friktion an einer Maschine vorläufig in Anschlag bringen kann, anführen. Eigentlich kann dieß nur ein Resultat der Untersuchungen seyn, welche über diese Materie bisher sind angestellt worden.

§. 21.

Das Phänomen ist jedermann bekannt, daß, wenn man einen schweren Körper horizontal über eine nicht vollkommen glatte Fläche, und jede in der Natur vor-

kom-

kommende Fläche hat einige Rauhigkeit, fortziehen will, dazu einige Kraft gehöret. Auch merket man so viel bald: je schwerer der Körper ist, desto mehr Kraft wird erfordert, ihn zu bewegen. Und doch sollte die Schwere hier eigentlich gar nicht widerstehen, weil die Richtung der Bewegung, wie gesagt, horizontal, d. i. auf die vertikale Richtung der Schwere senkrecht ist. Daher schreibt man auch diesen Widerstand nicht eigentlich dem Gewicht des Körpers, sondern der Friktion zu. Es gehört zu unserer Absicht nicht einmal, wenn wir es auch könnten, die Ursache dieses Reibens erklären zu wollen. Man mag sich die Sache vorstellen wie man will; entweder als wenn die hervorragenden Theilchen, welche die Oberfläche rauh machen, elastisch sind, und sich niederlegen, oder als wenn sie hart sind, und sich nur auf solche Art von einander losmachen, daß der bewegliche Körper etwas gehoben werden muß u. d. gl. Indessen kömmt uns die letzte Hypothese am wahrscheinlichsten vor, und die Phänomene, an welche wir uns hier halten, stimmen damit am besten überein. Es sind folgende.

1) Je unebner die Flächen sind, welche auf einander verschoben werden sollen, je größer ist die Friktion; und umgekehrt, je polirter und glätter diese Flächen sind, desto geringer ist die Friktion. Nach der angeführten Hypothese werden die Flächen desto rauher seyn, je tiefer die kleinen Einschnitte gehen, und je spitzigere Winkel sie formiren. Aus diesen Gründen muß der bewegliche Körper höher,

und

und eine steilere Fläche hinein gezogen werden. Daher wird mehr Kraft erfordert. Die Friktion wird geringer, wenn die reibenden Flächen mit Fett eingeschmiert werden: denn die Fettigkeit setzt sich in die Vertiefungen, und füllet sie zum Theil aus. Die Friktion von Metall über Metall, oder von Holz über Metall, und umgekehrt, ist nicht so groß, als von Holz über Holz. Denn Metall läßt sich glätter poliren als Holz; daher auch hartes Holz schon besser ist. Körper von gleicher Art, z. E. Stahl auf Stahl reiben sich stärker als Körper von ungleicher Art, z. E. Stahl über Messing. Denn da die Einschnitte ungleich artiger Körper nicht gleich tief sind: so fügen sie sich nicht so genau in einander, der obere sinkt so tief nicht ein, wie wenn sie gleichartig wären. Uebrigens ist dieses erste Phänomen den wenigsten Zweifeln unterworfen, welches aber daher kommen kann, weil wir eben nicht genau die Beschaffenheiten der Oberflächen möglichst polirter Körper mit einander vergleichen können, und daher nur aus solchen Fällen, wo die Sinne eine mehrere oder mindere Rauhigkeit angeben, auf die übrigen schließen.

2) Die Größe der Friktion, wenn die übrigen Umstände gleich sind, ist ohne sonderliche Ausnahme der Größe des Drucks proportional, d. i. wenn ein Gewicht von 3 ℔ ein Pfund Friktion hervor brächte, so würde, wenn man noch 3 ℔ auflegte, die Friktion 2 ℔ betragen. Hiemit stimmen Amontons Versuche Mem. de Paris 1699, und Belidors Archit. hydr.

I. B. II. K. §. 114. am besten überein. Muschenbroeck fand Introd. ad Phil. Nat. C. IX einige nicht ganz unbeträchtliche Ausnahmen. Doch merken wir zu unserm Behuf an, daß zwar nicht immer, doch meistentheils bey größerm Gewicht das Verhältniß der Friktion zum Druck etwas geringer wird.

3) Die Friktion ist nicht leicht größer als $\frac{1}{3}$ des Drucks. Amontons und Belidor am angef. Orte setzen diese Regel fast allgemein fest. Bey Muschenbroecks Versuchen mit Holze ist nur die Friktion des Tannen auf Tannen und des Eichen auf Tannenholz, und zwar in dem nachtheiligen Fall, wenn die Fiebern der Holzflächen nicht parallel, sondern senkrecht auf einander waren, größer als $\frac{1}{3}$ des Drucks, und beynahe $\frac{1}{2}$, sonst ist $\frac{1}{3}$ fast noch zu groß. Bey seinen Versuchen mit stählernen Zapfen, über Zapfenlagern von sehr hartem Guajacholz, Stahl, Kupfer, Zinn, Bley und Messing ist nur in einem Fall, da das aufliegende Gewicht sehr gering und trocknes Guajacholz das Zapfenlager war die Friktion $= \frac{1}{2\frac{2}{3}}$. Sonst ist sie in allen Fällen selbst bey trocknen Zapfen kleiner als $\frac{1}{3}$, und bey eingeölten Zapfen ist sie zuweilen $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$; ja so gar einmal bey messingenem Zapfenlager kleiner als $\frac{1}{8}$. Camus in forces mouvantes Chap. IV. sect. 4 findet auch nur in solchen Fällen, wo er die Oberflächen der reibenden Körper mit Wasser angefeuchtet hatte, die Friktion manchmal größer als $\frac{1}{3}$. Trocknes Holz über Holz giebt $\frac{7}{20}$. Sonst ist die Friktion in allen

übrigen

übrigen Fällen, die Flächen mögen trocken, oder mit Oel und Talg eingeschmiert seyn, jederzeit kleiner als $\frac{1}{3}$.

4) Wenn das übrige, und besonders das Gewicht des reibenden Körpers dasselbe bleibt: so kann man die Fläche, welche sich wirklich reibet, grösser oder kleiner annehmen, ohne daß dadurch die Stärke der Friktion beträchtlich vermehrt oder vermindert würde. Wenn nämlich die oben angeführte Hypothese richtig ist; so kömmt es bloß auf das Gewicht an, welches die kleinen schiefen Flächen hinan gehoben wird. Den Satz behauptet Amontons ohne Einschränkung. Muschenbroecks Versuche zeigen zwar in den meisten Fällen, daß die größere Fläche das Reiben einigermaßen, jedoch lange nicht genau im Verhältniß ihrer Größe vermehre; und es kommen Versuche mit vor, wo das Reiben der größern Fläche geringer ist. Daher wir uns an den Satz, so wie er ausgedruckt ist, bis auf weiteres halten können.

5) Die Friktion der Ruhe ist von der Friktion der Bewegung nur dann recht merklich verschieden, wenn die Geschwindigkeit des bewegten Körpers sehr groß ist. Die Friktion der Ruhe oder die anfängliche Friktion findet man durch die Kraft, welche nöthig ist, um einer Maschine oder einem Körper, der sich im Zustand der Ruhe oder des Gleichgewichts befindet, den ersten Anfang der Bewegung mitzutheilen, oder vielmehr findet man nur die Gränzen, zwischen welchen der Widerstand der Friktion eingeschlossen ist; z. E. 12 Loth bewegen den Körper noch nicht, aber

13 Loth ertheilen ihm eine Bewegung; also ist die Friktion der Ruhe größer als 12, und kleiner als 13 Loth. Wäre nun diese Friktion $\frac{1}{4}$ des ganzen Gewichts P; so frägt es sich, ob, wenn der Körper schon mit einiger Geschwindigkeit sich beweget, noch immer ein Theil der bewegenden Kraft $= \frac{1}{4}$ P, oder weniger oder mehr zur Ueberwindung der Friktion angewandt werde. Hr. Prof. Euler nimmt sowol anderwärts als auch insbesondere in der Theoria motus corporum rigidorum §. 961 an, daß die Friktion der Bewegung mit der anfänglichen gleich sey. In einer Abhandlung sur le frottement in den Mem. de Berlin 1748 muthmaßet er, daß die Friktion der Bewegung merklich, ja wohl um die Hälfte geringer sey, als die anfängliche. So viel däucht mir nun allerdings, wenn ein schwerer Körper mit einer merklichen Geschwindigkeit über eine Fläche hinstreicht, so wird sein Druck auf die Fläche, mithin auch die Friktion an sich geringer. Doch könnte sie noch wohl ein eben so großer Theil des auch geringer gewordenen Drucks seyn (*). Indessen sind die meisten Mathematiker mit Hrn. von Segner einig, daß die Friktion sich mit der Geschwindigkeit mehre. Die §. 6. angeführte Erfahrung, vermöge welcher wirklich alle

(*) Schwer würde es nur in den meisten Fällen seyn, diesen relativen Druck zu finden. Es beruhet alles auf der Theorie der Schwungkräfte, welche man zwar schon angefangen hat, beym Maschinenwesen zu benutzen: allein noch ist gewiß vieles zurück, und muß noch erst zur Anwendung reifer werden.

alle selbst von Gewichten getriebene Maschinen nur einen bestimmten Grad der Geschwindigkeit erhalten, wenn gleich die Kraft nicht zu wirken aufhört, lässet sich, glaubt man, am natürlichsten daraus herleiten, daß die Friktion stärker werde, wenn die Geschwindigkeit zunimmt. Herr von Segner hat in seiner Abhandlung de Affrictu solidorum in motu constitutorum Versuche mit einem Räderwerk bekannt gemacht, welche wenigstens dieß bestätigen, daß zur Ueberwindung der Hindernisse, welche noch außer dem eigentlichen zum Ziel gesetzten Widerstande oder der Last, die Bewegung der Maschine hindern, desto mehr Kraft erfordert werde, je geschwinder die Bewegung wird. Herr von Segner schreibet nun dieß alles der Friktion zu. Man könnte vielleicht dagegen einwenden, und hat es auch wohl wirklich zum Theil gesagt (*), daß hieran ganz andere Kräfte, z. E. der bey einer schnellen Bewegung schon etwas vermögende Widerstand der Luft, wovon wenigstens die hervorragenden Theile des Uhrwerks gehindert werden, u. m. schuld seyn könne.

Allein ich bin schon für meine Absicht über diese unentschiedene Frage zu weitläuftig gewesen. Für uns soll hieraus nun dieses folgen: Wir werden am besten thun, wenn wir in der Folge unsre Rechnung nur auf die Friktion der Ruhe richten. Weil nun auch bey solchen Maschinen, als wir hier vornehmen werden, ziemlich durch Poliren und Einschmieren der reibenden

(*) Man sehe Euleri Theor. motus §. 979.

Theile gesorgt wird, die Friktion möglichst zu vermindern, so könnte man wohl meistentheils F $\frac{1}{3}$ P nehmen, wenn P den Druck und F die absolute Größe der Friktion bedeutet. Allein außer dem, daß die Versuche, die Friktion zu finden, von den Naturkündigern sehr im kleinen angestellt sind, wovon sich auf so große schwere Maschinen doch kein sicherer Schluß machen ließe: so ist es theils überhaupt immer besser beym ersten Entwurf einer Maschine den Widerstand lieber ein wenig zu groß als zu klein in Anschlag zu bringen: theils erhellet doch aus den Segnerschen und andern Versuchen offenbar, daß bey vermehrter Geschwindigkeit sich größere Hindernisse der Bewegung einstellen, es mag nun bloß Friktion oder sonst etwas Schuld daran seyn. Wir fassen indessen dieß alles unter dem Namen Friktion zusammen, und setzen F = $\frac{1}{3}$ P: da es zumal nicht an einer Menge Beyspielen, insonderheit beym Belidor fehlet, daß bey dieser Voraussetzung Theorie und Erfahrung ziemlich gut bey grossen Maschinen zusammen treffen.

§. 22.

Dieser Ausdruck F = $\frac{1}{3}$ P bestimmt die absolute Friktion. Ein Fall, wo er sich in seiner einfachsten Gestalt darstellet, war dieser: Wenn ein Körper, der auf einer ebenen Grundfläche ruhete, und dessen Gewicht = P ist, über eine Horizontalfläche hingezogen werden sollte: so würde dazu eine Kraft F = $\frac{1}{3}$ P erfordert werden. Unter diesen Umständen hat Amontons seine oben angeführten Versuche über das Rei-

ben angestellet. Bey solchen Maschinen, wie diejenigen, die hier betrachtet werden sollen, kömmt indessen dieser Fall so gar häufig nicht vor. Vielmehr giebt es andere, die man fast bey jeder Mühle antrifft, und hier ist der Ort, solche in Erwägung zu ziehen, um ein vor allemal eine Regel zu finden, wie man dabey den Druck, und mithin die Friktion bestimmen könne. Von der Art ist derjenige, welchen Fig. 1. vorstellet, und welchen wir zuerst betrachten. An einer schweren Welle A B, die mit ihren Zapfen in A und B in ausgerundeten Zapfenlagern lieget, sind 2 Räder C D, F G. An dem Umfang des Rades C D ist nach der Richtung einer Tangente eine Kraft angebracht, welche Rad und Welle um die Axe zu drehen strebt. Das Rad F G greift in einen Trilling k, in dessen Umfang es einen Widerstand findet, welcher das Rad F G nach der Richtung einer Tangente seiner Peripherie zurückhält. Das Gewicht der Welle und Räder nebst den im Umfange der letztern angebrachten Kräften muß bey A und B einen Druck auf die Zapfenlager, mithin, wenn eine Bewegung vorgehen soll, eine Friktion hervorbringen. Wenn, wie es die zweyte Figur vorstellt, einer der Zapfen sich nach B L M um seine Axe drehen sollte, so würde man immer annehmen können, daß die Friktion nach irgend einer Tangente T B widerstünde, und da sich der gesammte Druck P hier in B vereinigt, so würde auch hier $F = \frac{1}{3} P$ seyn.

Freylich wird man selten im strengen Verstande behaupten dürfen, daß der Druck über beyde Zapfenlager A

und B gleich vertheilt sey. Wenn z. E. das Rad DC viel schwerer als FG, so wird schon daher B mehr Gewalt ausstehen. Eben um deswillen würde auch die Friktion in B größer seyn. Allein weil man doch eigentlich nur die Kraft suchet, welche der Summe der Friktionen in beyden Zapfenlagern genug thun soll: so kann man die Sache immer so ansehen, als wenn beyde gleich stark gedruckt würden, oder vielmehr als wenn die ganze Friktion sich in einem Zapfenlager vereinigte. Eben so ist es richtig, daß wenn die mittlere Richtung der Kräfte im Umfange von CD und FG nicht durch den Mittelpunkt der Schwere von Rädern und Welle gehet, nun noch, wenn man alles genau nehmen wollte, eine besondere Berechnung des von jeder besonders herrührenden Drucks erfordert würde. Allein da man sich doch durch diese Art Rechnungen der Wahrheit nur nähern kann; so halten wir uns dadurch berechtiget, zur Bequemlichkeit des Kalkuls, die Sache so anzusehen, als wenn die gesammte Wirkung der verschiedenen Kräfte in einer Vertikalfläche geschähe: eine Vorstellungsart, die man schon in der Statik bey der Betrachtung der gemeinen Winde (axis in peritrochio) zuzulassen gewohnt ist. Wir wollen auf solche Art die gemeinsten Fälle zuerst durchgehen, und dann auch eine mehr generelle Auflösung geben.

§. 23.

I. Fall. In der 3ten Figur stellen die 3 Kreise den Durchschnitt zweyer solcher Räder wie CD und FG Fig. 1, und eines cylindrischen Zapfens vor: alles

auf

auf eine Vertikalfläche nach der Voraussetzung des vorigen §phs projicirt. An dem Umfange des größten Rades in A sey ein Kraft P nach der senkrechten Richtung angebracht, welcher ein Widerstand Q im Umfang des kleinern nach eben der Richtung entgegen wirket. Wenn wir nun das eigne Gewicht der Welle und Räder M setzen: so erhellet schon aus der Statik, daß eine Unterlage in D, welches hier das Zapfenlager seyn würde, den Druck $P + Q + M$ auszuhalten habe, und, wenn eine Bewegung entstehen sollte, eine proportionirliche Friktion nach der Richtung ED dieselbe zu hindern suchen werde. Soll also P, welches mit Q im Gleichgewicht angenommen worden ist, das Uebergewicht erhalten, so muß ihm eine Kraft k hinzugefügt werden, welche die Friktion aufwieget. Allein diese Kraft k vermehret aufs neue den Druck, mithin auch die Friktion: so daß nunmehr der gesamte Druck auf $D = (P + k) + Q + M$, und die Friktion $= \frac{1}{3}(P + k + Q + M)$ seyn wird. Die Frage ist nun, wie groß wird k und wie groß das statische Moment der Friktion in D seyn. Es sey $AC = a$; $BC = b$; $DC = f$, so ist $ak = \frac{1}{3}f(P + k + Q + M)$ aus statischen Gründen $= \frac{1}{3}f(P + Q + M) + \frac{1}{3}fk$ und $(a - \frac{1}{3}f)k = \frac{1}{3}f.(P + Q + M)$. Folglich

$$k = \frac{\frac{1}{3}f(P + Q + M)}{a - \frac{1}{3}f}.$$

Weil bey Mühlen gemeiniglich f oder der Halbmesser des Zapfens der Mühlwelle gegen a den Halbmesser des Hauptrades sehr

klein ist (z. E. wie 9 Linien oder $\frac{1}{48}$ Fuß : 6 bis 8 Fuß); so pflegt man in solchen Fällen $k = \frac{\frac{1}{3} f(P + Q + M)}{a}$ oder $a\,k = f \,.\, \frac{1}{3}(P + Q + M)$ zu setzen. Daher kann man alsdenn auch sagen $\frac{1}{3}(P + Q + M) = F =$ der Friktion wenigstens beynahe oder f F das Moment der Friktion ist um ein ganz weniges größer als $f \,.\, \frac{1}{3}(P + Q + M)$. Da nun im Falle des Gleichgewichts $Q = \frac{a}{b} P$ ist, so findet man ziemlich genau aus dem Halbmesser des Zapfens der Welle f; dem Gewicht der Räder und Welle M, und der am Haupttrade angebrachten Kraft P das statische Moment der Friktion $= f \,.\, \frac{1}{3}(P + \frac{a}{b} P + M)$ für den Fall, wenn Kraft und Widerstand vertikal unterwärts drucken.

Belidor I. B. 2. K. §. 243 und andern Orten bringet hier durch ein Versehen die Regel heraus $k = \frac{\frac{1}{2} f(P + Q + M)}{a}$: welches das Moment der Friktion oder $f \,.\, F = f \,.\, \frac{1}{2}(P + \frac{a}{b} P + M)$ geben würde. Dieß giebt allerdings die Friktion zu groß: man kann inzwischen die Belidorsche Formel gebrauchen, wenn man sicher seyn will, daß man die Friktion nicht zu geringe gerechnet habe: oder man kann das arithmetische Mittel zwischen unserm zuletzt gefundenen Werth und dem Belidorschen nehmen.

§. 24.

II. Fall. Wenn an dem großen Rade eine Kraft P nach der Richtung A P drücket, und derselben eine Kraft $Q = \frac{a}{b} P$ nach der Richtung B Q widerstehet, so können wir annehmen, daß beyde Kräfte nach der horizontalen Richtung C E gegen das Zapfenlager wirken. Das Gewicht der Welle mit Zugehör wird indessen immer noch vertikal unterwärts nach der Richtung C F drücken. Hieraus wird ein mittlerer Druck nach der Richtung C G und in D eine Friktion entstehen, welche zu überwinden am Umfang des größern Rades noch eine Kraft der P zugesetzt werden muß. Hiedurch wird der horizontale Druck nach C E vermehrt. Gesetzt nun, es wäre $C E = P + k + Q$ und $Q F = M$, so ist $C G = \sqrt{((P+k+Q)^2 + M^2)}$ und die Friktion oder $F = \frac{1}{3}\sqrt{((P+k+Q)^2 + M^2)}$. Daher müßte $a k = f . \frac{1}{3}\sqrt{(P+k+Q)^2 + M^2}$ seyn. Dieß giebt $a^2 k^2 = (\frac{1}{3} f)^2 . ((P+Q)^2 + 2k(P+Q) + k^2 + M^2$; $a^2 k^2 - (\frac{1}{3} f)^2 k^2 - 2(\frac{1}{3} f)(P+Q) k = (a^2 - (\frac{1}{3} f)^2) k^2 - 2(\frac{1}{3} f)^2)(P+Q) k = (\frac{1}{3} f)^2 . ((P+Q)^2 + M^2)$;

$$\text{und } k^2 - \frac{2.(\frac{1}{3} f)^2 (P+Q)}{a^2 - (\frac{1}{3} f)^2} k = \frac{\frac{1}{3} f^2 ((P+Q)^2 + M^2)}{a^2 - (\frac{1}{3} f)^2}$$

$$\text{das giebt } k = \frac{(\frac{1}{3} f)^2 (P+Q)}{a^2 - (\frac{1}{3} f)^2} \pm \frac{\sqrt{(\frac{1}{3} f)^2 ((P+Q)^2 + M^2}}{a^2 - \frac{1}{3} f^2}$$

$$+ \frac{(\frac{1}{3} f)^4 . (P+Q)^2}{(a^2 - (\frac{1}{3} f)^2)^2}.$$

Könnten wir hier (wie es

mehrentheils zuläßig ist, annehmen, daß $(\frac{1}{3}f)^2$ gegen a^2 nicht zu rechnen sey, und daß sogar $(\frac{1}{3}f)^2(P+Q)$ gegen a^2, wie auch $(\frac{1}{3}f)^4(P+Q)^2$ gegen a^4 sehr wenig ausmacht, so ist $k = \frac{\frac{1}{3}f\sqrt{(P+Q)^2+M^2}}{a}$ beynahe, und dieß giebt $ak = f.\frac{1}{3}\sqrt{(P+Q)^2+M^2} = f.\frac{1}{3}\sqrt{((P+\frac{a}{b}P)^2+M^2)} = fF$ in diesem Fall, wo nun $F = \frac{1}{3}\sqrt{(P+Q)^2+M^2}$ beynahe seyn würde.

§. 25.

III. Fall. Wenn eine von beyden Kräften, z. E. die Kraft $P+k$ am großen Rade vertikal unterwärts nach aP gerichtet wäre; so würde man durch eine ähnliche Rechnung $k = \frac{(\frac{1}{3}f)^2(P+M)}{a^2-(\frac{1}{3}f)^2} \pm \sqrt{\left(\frac{(\frac{1}{3}f)^2((P+M)^2+Q^2)}{a^2-(\frac{1}{3}f)^2} + \frac{(\frac{1}{3}f)^4(P+M)^2}{(a^2-(\frac{1}{3}f)^2)^2}\right)}$.

Diese ungeschmeidige Formel wird, wenn man aus ähnlichen Gründen wie im vorigen §. die Größe vor, und die 2te unter dem Wurzelzeichen weglassen darf, von leichterm Gebrauch seyn. Denn alsdann ist auch hier $k = \frac{\frac{1}{3}f\sqrt{((P+M)^2+Q^2)}}{a}$ und weil $F = \frac{1}{3}\sqrt{((P+M)^2+Q^2)}$ beynahe; so ist $fF = f.\frac{1}{3}\sqrt{((P+M)^2+Q^2)} = f.\frac{1}{3}\sqrt{((P+M)^2+(\frac{a}{b}P)^2)}$.

Eigentlich muß man nun in jedem Falle überlegen, in wie fern es statt finden könne, die Abkürzung

zung der Formel vorzunehmen. Hier kann es genug seyn, folgende Betrachtung anzustellen. Bey einer von Belidor beschriebenen Mühle war das Gewicht der Welle u. s. w. 3015 ℔ = M. Wir wollen M = 4000 setzen. Und da Herr Belidor den Halbmesser des Zapfen f = 9 Linien = $\frac{1}{12}$ Fuß, so wollen wir dafür 1 Zoll = $\frac{1}{12}$ Fuß annehmen. Den Halbmesser des Rades oder a nehmen wir so wie er 8 Fuß an. Wenn nun b = 4 Fuß und P = 400 ℔ wäre, so würde $Q = \frac{a}{b} P = 800$ ℔ seyn.

Da nun erstlich $a^2 = 64$, und $(\frac{1}{3} f)^2 = \frac{1}{36^2} = \frac{1}{1296}$ so verhält sich $a^2 : (\frac{1}{3}f)^2 = 82944 : 1$; woraus schon erhellet, daß man bey einer Rechnung, wo man sich der Wahrheit doch nur nähern kann $(\frac{1}{3}f)^2$ gegen a^2 aus der Acht gelassen werden könne. Um aber in einem Beyspiele, wo alles mit Fleiß sehr groß angenommen ist, was die Theile ansehnlich machen könnte, die wir aus der Acht lassen wollen, zu zeigen, von wie weniger Erheblichkeit sie gewöhnlich sind: so wollen wir die ganze Rechnung ausführen.

Es ist $\frac{(\frac{1}{3}f)^2 . (P + M)}{a^2 - (\frac{1}{3}f)^2} = \frac{4400}{1296} : \frac{82943}{1296} = \frac{4400}{82943}$ = 0, 06 aufs höchste, davon ist das Quadrat = $(0, 06)^2 = 0, 0036 = \frac{(\frac{1}{3}f)^4 (P + M)^2}{(a^2 - (\frac{1}{3}f)^2)^2}$ in unserm Falle. Nun ist $(\frac{1}{3}f)^2 \frac{((P + M)^2 + Q^2)}{a^2 - (\frac{1}{3}f)^2}$ =

$= \frac{20000000}{1296} : \frac{82943}{1296} = \frac{20000000}{82943} = 242$

höchstens. Wenn hiezu 0,0036 k = 15,55 + 0,06 = 15,6 addirt wird, so ist $\sqrt{}$ 242,0036 = 15,35. Also nehme man die abgekürzte Regel $k = \frac{\frac{1}{3} f \sqrt{(P + M)^2 + Q^2}}{a}$, so findet man $k = \frac{1}{288}$. $\sqrt{4400^2 + 800^2} = 15,53$, welches von 15,6 E nur um 0,08 ℔ verschieden ist. Hieraus folgt nun, daß eine solche Abkürzung der Rechnung bey dem Falle des vorigen §phs noch viel öfter statt finden muß, weil gewöhnlich M + Q also die dort wegzulassenden Größen noch von geringerm Belang sind.

Der Fall des vorigen §phs kömmt bey Mühlwerken mit unterschlächtigen Wasserrädern, und der letztere bey oberschlächtigen gemeiniglich vor. In jedem einzelnen Fall muß man genau untersuchen, nach welcher Richtung der Widerstand entgegen wirket. Denn sollte sie etwa der Richtung von P und M entgegen gesetzt seyn, so muß — Q statt + Q in die Formeln geschrieben werden.

Herr Belidor lehret für Fälle dieser Art den Druck und die Friktion auf eine andere Art finden, wodurch beydes größer ausfällt. (Man sehe 1. Th. §. 658.) Wir wollen uns hier in die Untersuchung seiner Gründe, welche §. 68. a. O. stehen, da sie unsers Bedünkens von ihm selbst §. 244 an andern Orten umgestoßen werden, nicht einlassen. Weil aber für die Ausübung seine Formel leichter ist, so wollen wir sie anführen,

denn

denn weil die Kraft, welche am Umfang des Rades zur Ueberwindung der Friktion angebracht werden muß, nicht sonderlich vom Resultat aus unserer Formel in bestimmten Fällen verschieden ausfallen wird: so mag man sich, um sicher zu gehen, seiner Regel, wenn man will, bedienen. Er setzt nämlich F, wenn die Kräfte, welche horizontal wirken, P + Q, die vertikal unterwärts drückende M ist; wie §. 24 $F = \frac{1}{3} M + \frac{1}{2}(P + Q)$. Das letzte, wegen desjenigen, was am Ende des 23. Syhs bemerkt worden. In dem Fall des gegenwärtigen Syhs also wäre nach Belidor $F = \frac{1}{3}(P + M) + \frac{1}{2} Q$ zu nehmen. Dieß gäbe in dem berechneten Exempel $k = \frac{fF}{a} = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{4400}{3} + 400\right) : 8$ = 19, 34 ℔. Wenn man aber statt $\frac{1}{2} Q$ richtiger setzt $\frac{1}{3} Q$, so erhält man $k = 18$ ℔ beynahe, welches von dem oben gefundenen nicht $2\frac{1}{2}$ ℔ verschieden ist; eine Größe, für welche man bey Rechnungen dieser Art doch selten gut seyn kann.

§. 26.

Es ist noch übrig auch für diejenigen Fälle eine allgemeine Auflösung zu geben, wo die Kräfte Fig. 5. P, k, Q unter schiefen Winkeln gegen die Horizontallinie q p geneigt sind. Es sey P + k senkrecht auf dem Halbmesser A C, welcher mit C p den Winkel A C p = ∞ einschließet, so kann man sich die Sache so vorstellen, als wenn der Punkt C nach der mit A P parallelen Richtung C E von P + k gedrückt werde. Es stelle C E diesen Druck vor, so

kann

kann man diese Kraft in dem senkrechten Theil G E und den horizontalen C G zerfällen. Nun ist

$$C G = C E . \text{sin. } \propto = (P + k) . \text{sin. } \propto$$
$$G E = C E . \text{cos. } \propto = (P + k) . \text{cos. } \propto$$

Eben so wenn C F die Kraft Q vorstellet, und B C H = ß gesetzt wird, so ist

$$C H = C F . \text{sin. } ß = Q \text{ sin. } ß$$
$$F H = C F . \text{cos. } ß = Q . \text{cos. } ß .$$

Die horizontalen Kräfte Q sin. ß und (P + k) sin. ∝ sind einander gerade entgegen gesetzt, und Q. sin. ß — (P + k) sin. ∝ drücket die Gewalt aus, womit C nach der Richtung der stärkern C H gezogen wird. C L bedeutet diesen Druck. Da nun die Kräfte (P + k) cos. ∝, Q cos. ß und das Gewicht der Welle und Räder M vertikal unterwärts drücken, so kann C N diesen vereinigten Druck anzeigen. Weil aber $C M = \sqrt{(C N^2 + M N^2)} = \sqrt{(C N^2 + C L^2)}$ so ist nach den Lehren der Statik von der Zusammensetzung der Kräfte der mittlere von C M vorgestellte Druck $= \sqrt{((P + k) \text{cos. } \propto + Q \text{ cos. } ß + M)^2 + (Q \text{ sin. } ß (P + k) \text{ sin. } \propto)^2}$ wovon die Friktion den dritten Theil ausmacht. Man kann auch die Größe k zuerst, wo sie unter dem Wurzelzeichen steht, aus der Acht lassen, so ist $k = \frac{f}{a} . \frac{1}{3} \sqrt{(P \text{ cos. } \propto + Q \text{ cos. } ß + M)^2 + (Q \text{ sin. } ß - \text{sin. } \propto)^2}$. Wenn man nun auf solche Art den Werth von k beynahe gefunden, so setzt man ihn auch unter dem Wurzelzeichen, womit man so lange fortfährt, bis

$k =$

$k = \frac{f}{a} \sqrt[3]{((P+k)\text{cof.}\propto + Q\,\text{cof.}\,ß + M)^2 + (Q\,\text{fin.}\,ß - (P+k)\,\text{fin.}\propto)^2}$ durch eine solche Substitution nicht mehr sonderlich wächset, welches gewöhnlich schon beym ersten Versuch geschehen wird.

§. 27.

Wenn z. E. auf der Axe des Trillings k Fig. 1. ein schwerer Cylinder L M läge, welcher sich in N um seine eigne Axe bewegen sollte, und derselbe ruhete mit seiner Grundfläche auf n m, so könnte diese Bewegung nicht ohne Friktion geschehen. Eben so, wenn die Axe des Trillings k mit ihrer kleinen cylindrischen Grundfläche bey V in einem Zapfenlager herumläuft, so muß ebenfalls an dieser Grundfläche des Zapfens eine Friktion vorfallen. Da nun, wie man weiß, dergleichen Lagen der schweren Körper auf einander fast bey allen Mühlwerken vorkommen, so muß hier die Regel in solchen Fällen die Friktion und ihr Moment zu bestimmen gezeiget werden.

Es stelle Fig. 6 der Kreis ABCD die Grundfläche eines solchen Cylinders vor, womit ein Gewicht auf einer Ebene aufliget. Dieß Gewicht wird über die Ebene gleich vertheilt seyn. Wenn nun der Cylinder um seine Axe sich bewegen soll, so entsteht in jedwedem Punkt der Grundfläche eine Friktion, die an sich betrachtet, da jedes Punkt gleich stark gedruckt wird, auch gleich groß ist. Allein da diese reibenden Punkte von der Axe der Bewegung eine sehr verschiedene Entfernung haben: so muß das statische Mo-

ment auch sehr ungleich seyn. Wenn man sich nun den Kreis ABDE als in lauter kleinen Sektores, die wie Dreyecke betrachtet werden können, wie CAa eingetheilt gedenket, so würde der Mittelpunkt der Schwere dieser kleinen Dreyecke auch der Mittelpunkt des Drucks des ganzen Theils des Gewichts seyn, welches auf einer solchen Grundfläche ruhet. Da nun der Halbmesser Ca der Höhe eines solchen unendlich kleinen Dreyecks gleich ist, so sey Ca = e, und es wird $\frac{2}{3}$ e = der Entfernung des Mittelpunkts des Drucks vom Centrum C. Weil nun die Friktion vom Druck abhänget, so kann man $\frac{2}{3}$ e auch als die Entfernung eines solchen Widerstandes wie die Friktion von C ansehen. Da dieß in jedem kleinen Sektor sich so verhält: so läßt sich die Sache so betrachten, als wenn die gesammte Friktion in dem Kreise PQS vorgienge, dessen Halbmesser $\frac{2}{3}$ e ist. Es sey demnach der gesammte Druck auf die Unterlage R, so ist die Friktion = $\frac{1}{3}$ R das Moment der Friktion = $\frac{2}{3}$ e . $\frac{1}{3}$ R (*).

Da

(*) Die Rechnung des Unendlichen lehret diese Regel auf folgende Art finden. Es sey P der Druck auf PQS; und pqs sey dem PQS unendlich nahe, und CR = x; so ist der Druck auf den kleinen Ring dP und die Friktion $\frac{1}{3}$ dP; ihr Moment $\frac{1}{3}$ x dP: Ist nun der gesammte Druck auf die Scheibe ABDE = R, und Ca = e; so ist

$$ee : x^2 = R : P. \text{ Daher } P = \frac{R}{e^2} x^2 \text{ d} . P = \frac{2R}{e^2} x \text{ d} x. \text{ Dieß giebt } \frac{1}{3} x \text{ d} P = \frac{2}{3} \frac{R}{e^2} x^2 \text{ d} x. \text{ Nun ist}$$

f z $\frac{2}{3}$

Da auch in solchen Fällen als Fig. 1 an dem Trillinge k und der Last L M vorstellet, die ganze Last auf dem Zapfen in V ruhet, so ist auch alsdann

das Moment der Friktion $= \frac{2}{3} e . \frac{1}{3} . R$

wenn R das Gewicht von L M, ferner von k und seiner Axe; e aber den Halbmesser des Zapfens bedeutet.

§. 28.

Es kommen bey den Maschinen öfters die Fälle vor, daß die Kraft sowol als auch der gesammte Widerstand, wozu wir die Friktion mitrechnen, jeden Augenblick sich in ihrer Größe verändern, so daß sie stufenweise ein Größtes erreichen, und dann wieder auf ein Kleinstes herabsinken, und so wechselsweise. Unter diesen Umständen ist es inzwischen doch am besten, daß man die Kraft, welche die Maschine treiben soll, so berechnet, wie sie seyn muß, wenn der gesammte Widerstand am größten ist. Wenn Fig. 8. ein Sternrad in einen Trilling greift; so sieht man leicht, daß der beschriebene Fall statt findet. Denn wenn der Triebstock bey E zuerst ergriffen wird, so wirket der Widerstand senkrecht auf den Halbmesser C E des Sternrades. Wenn aber der Zahn den Triebstock bis nach

$\int \frac{2}{3} \frac{R}{e^2} x^2 dx = \frac{2}{9} \frac{R}{e^2} x^3$. Für die ganze Fläche A B D E ist $x = e$. Folglich das Moment der Friktion $= \frac{2}{9} R . e = \frac{2}{3} e . \frac{1}{3} R$: denn weil für $x = o$ auch $P = o$ ist, so darf kaum Constans zugesetzt werden.

nach B verschoben hat, so ist die Richtung des Wi
derstandes schief auf BC; da übrigens CB etwas
weniges länger als CE ist; wenn man B und E für
die Punkte annimmt, wo sich Zahn und Triebstock
berühren. Eben so ist die Friktion in E noch von gar
keiner Bedeutung, oder fängt von dem Werth o an
bis sie in B am größten wird. Wenn man den Um-
stand auch nicht rechnet, daß $CB > CE$; weil dar-
auf nicht viel ankommen möchte, so fällt doch schon
in die Augen, daß die Summe des Widerstandes vom
Gegendruck und Friktion hierdurch manche Werthe
durchgehet, und nach der eben angegebenen Maxime
es gerathen seyn wird, zu untersuchen, wann diese
Summe am größten seyn werde.

§. 29.

Gewöhnlich wird die Kraft $P + k$, von welcher
das Sternrad umgetrieben wird, so angesehen werden
können, als wenn sie an einem gebrochenen Hebel
(Fig. 8.) PCE oder PCB angebracht wäre, jedoch
senkrecht auf den Arm CP wirkte. Dieses letztern
Umstandes wegen wird man zugeben müssen, daß alle
Schlüsse, welche wir itzt aus der Natur gradelinigter
Hebel wie AB und BD (Fig. 7.) herleiten, auch
für jenen Fall passen. BD, welcher sich um C dre-
het, und woran in D die Kraft angebracht ist, mache mit
AB, welcher sich um A drehet, in B den Winkel
GBD. Der Widerstand Q am letztern in M ange-
bracht, bringe in B, wo beyde Hebel einander berüh-
ren, einen senkrechten Druck HB hervor. Die Frik-

tion,

tion, welche hievon entstehet, wirket horizontal, und ist alsdann $\frac{1}{3}$ H B = B G. Die von beyden herrührende mittlere Kraft E B widersteht am Endpunkte des Hebels D B nach der Richtung E B. Macht nun E B einen schiefen Winkel mit D B, so fälle man das Perpendikel E F, welches eigentlich den Theil des Widerstandes ausdrucken wird, welcher die Umdrehung des Hebels D B zu hindern strebt. (Der Theil B F wird von dem Unterstützungspunkt C aufgehalten.)

Nun erhellet klar genug, daß E F alsdann am größten wird, wenn E B F 90° ausmacht. Denn alsdann würde E F mit E B einerley seyn. Ist aber E B F = 90°, so ist auch E B D = 90° = E B G + G B D = E B G + G E B; woraus folgt, daß G E B = G B D. Daher ist der Widerstand in B am größten, wenn der Winkel, welchen beyde Hebel mit einander machen, nämlich G B D = G E B ist. Aber G E B ist eine beständige Größe. Denn weil immer G B = $\frac{1}{3}$ E G, so ist die Tangente von G E B = $\frac{GB}{GE}$ = $\frac{1}{3}$ = 0, 333333 = Tang. 18° 26′. Daher ist alsdann, wenn G B D = G E B = 18° 26′ der Widerstand am größten. Man kann nun auch leicht finden, wie sich alsdann der größte Widerstand gegen den senkrechten Druck H B E G verhalten müsse. Es sey dieser = 1, so ist E B oder das Maaß des größten Widerstandes = $\sqrt{(1 + \frac{1}{9})}$ =

$= \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{3,162}{3} = 1,054$. Nun ist 1 : 1,054 = 18 : 18,972, oder wie 18 : 19. Wenn folglich für den Fall, wo der Winkel GBD = o ist, der senkrechte Druck HB = T ist, so ist, wenn GBD = 18° 26′, der Druck = EB = $\frac{19}{18}$ T, welches die gewöhnliche Regel ist.

Weil ferner T : Q = MA : AB; so ist T = $\frac{MA}{AB}$. Q. Nun ist der größte Widerstand auf B = $\frac{19}{18}$ T = $\frac{19}{18}$ $\frac{MA}{AB}$. Q. Er heiße V, so ist P + k : V = BC : CD; das giebt P + k = $\frac{19}{18}$ $\frac{MA \,.\, BC.}{AB \,.\, CD}$. Q. Da nun P = $\frac{MA \,.\, BC}{AB \,.\, CD}$ Q seyn würde, wenn dB = DB; dc = DC cB = CB wäre, und die Hebel in der geraden Linie dA lägen, so sieht man, daß im Fall des größten Widerstandes k = $\frac{1}{18}$ P der Kraft P noch zugelegt werden müsse.

§. 30.

Wenn man nun die 8te Figur mit der 7ten vergleichet, so sieht man gleich, daß auch zwischen Zahn und Getriebe alsdann der Widerstand am größten seyn müsse, wenn Fig. 8. der Winkel GBC = 18° 26′ ist. Sowol wenn dieser Winkel größer als wenn er kleiner ist, wird auch der Widerstand etwas geringer seyn. Allein eine etwannige Ueberlegung zeiget, daß bey jeder gewöhnlichen Einrichtung von Zahn und Triebstock, ehe sich der Zahn auswickelt, GBC = 18°

$= 18° 26'$ werden müsse. Die Anzahl der Triebstöcke wird wohl nicht leicht über 20 gehen. Für letztern Fall ist aber $BAE = \frac{360}{20} = 18°$. Da nun $GBC = BAE + BCA$: so brauchte alsdann BCE nur $26'$ oder $\frac{1}{2}°$ zu seyn, damit GBC die Größe $18° 26'$ erreiche. Allein BCA wird, wenn wir nicht die ungeheure Anzahl von 720 Zähnen annehmen, immer größer als $\frac{1}{2}°$ seyn.

Gesetzt demnach, es wäre in irgend einer Entfernung MA von der Axe des Trillings hier ein Widerstand Q angebracht: so müßte auch hier $P + k = \frac{12}{18} \frac{MA \,.\, BC}{AB \,.\, CD}$. Q genommen werden.

§. 31.

Wenn die Größe der Kraft bestimmt vorgeschrieben ist: so kann man die Größe der Last oder des Widerstandes finden, welche wegen der Friktion zwischen Zahn und Getriebe hier nur überwunden werden kann. Es sey nun $P + k = V$, d. i. V sey die gesammte Kraft, wovon sowol der eigentliche Widerstand Q als auch das Reiben an den Triebstöcken überwältigt werden soll: so ist $V = \frac{12}{18} \frac{MA \,.\, BC}{AB \,.\, CD} Q$, dieß giebt

$$Q = \frac{18}{12} \cdot \frac{AB \,.\, CD.}{MA \,.\, BC} V.$$

Wir merken nur noch an, daß, um die Rechnung zu erleichtern, hier der Widerstand ausgelassen sey, welcher etwa von dem Reiben an den Zapfen der Wellen ent-

stehen könnte. In vorkommenden Fällen müßte derselbe besonders auf eben die Art wie das Moment von Q in die Rechnung gebracht werden. Z. E. Es sey dieß Moment wie §. 27. $\frac{2}{3}$ e . $\frac{1}{3}$ R, so sey S die dazu erforderliche Kraft: und es wird

$$S = \frac{19}{18} \cdot \frac{\frac{2}{3}e \cdot BC}{AB \cdot CD} \cdot \frac{1}{3} R.$$

Also:

$$P + k + S = \frac{19}{18} \cdot \frac{BC}{AB \cdot CD} (MA \cdot Q + \frac{2}{3} e \cdot \frac{1}{3} R).$$

Wenn man P + k + S zusammen durch den Buchstaben P anzeigt, CD = a BC = b AB = c MA = r setzt, so ist $aP = \frac{19}{18} \cdot \frac{b}{c} (rQ + \frac{2}{3} e \cdot \frac{1}{3} R)$.

§. 32.

Gesetzt, an der Stelle, wo wir angenommen haben, daß die Kraft P (P wird in dem letzt angenommenen Verstande gebraucht) an dem Umfange eines Rades wirkte, befände sich statt des Rades ein Trilling, dessen Halbmesser indessen doch = a ist, in welchem aufs neue ein Rad eingriffe, dessen Halbmesser d seyn mag. In der Entfernung h von der Axe dieses letztern Rades sey die Kraft V angebracht; so läßt sich alles so ansehen, als wenn die Last $P = \frac{19}{18} \cdot \frac{r \cdot b}{c \cdot a} Q$ am Umfange des neuen Trillings widerstünde. Daher ist $V = \frac{19}{18} \cdot \frac{d}{h}$ $P = \frac{19^2}{18^2} \cdot \frac{r \cdot b \cdot d}{c \cdot a \cdot h} \cdot Q$. Man sieht eben so leicht, daß noch ein Rad und Trilling die

For:

Formel nicht weiter verändern würde, als daß man statt $\frac{19^2}{18^2}$ den Faktor $\frac{19^3}{18^3}$ gebraucht, und das ganze mit dem Halbmesser des noch hinzugekommenen Kamm- oder Sternrades multiplicirte, und mit dem Halbmesser des nunmehrigen Hauptrades dividirte. Für n Eingriffe von Zahn und Getriebe würde die Formel seyn $P = \frac{19^n}{18^n} \cdot \frac{r \,.\, b \,.\, d - - - - t}{c \,.\, a \,.\, h - - - v} Q$,

wo alsdenn r den Abstand des Widerstandes von seiner Axe v; den Abstand der Kraft von der seinigen; b d - - - t aber die Halbmesser der Kamm- oder Sternräder c, a, h - - - die Halbmesser der Getriebe bedeuten.

Aus dem zuletzt gefundenen erhellet, daß, da der Zähler nach Proportion des Unterschiedes der höhern Potenzen von 19 gegen eben so hohe Potenzen von 18 wächset: so wächset auch die Kraft, welche bloß wegen der Friktion von Zahn und Getriebe verlohren wird, immer in größerer Proportion als die Anzahl der Räder. Daraus folgt, daß alle Maschinen, welche auf Räderwerk beruhen, noch aus einem ihnen eigenthümlichen Grunde desto vortheilhafter sind, je einfacher sie sind. Man wird daher, wofern es ohne andere Ungelegenheit geschehen kann, immer besser thun, wenn man einen großen zu überwindenden Widerstand lieber über mehrere einfache Maschinen vertheilet, als daß man ein einzelnes aus einer Menge Rädern zusammengesetztes Werk anleget.

Viertes Kapitel.

Von der Schwungbewegung im Kreise, in sofern sie bey den Theilen der Maschinen vorkömmt.

§. 33.

Sehr viele Theile der Maschinen, welche wir in der Folge brtrachten, bewegen sich mit mehrerer oder minderer Geschwindigkeit im Kreise herum; z. E. die Wasserräder sowol als Kammräder, die Windflügel, der Läufer in den Kornmühlen u. s. w. Alle diese Theile müssen nach Verhältniß ihrer Geschwindigkeit, womit sie umlaufen, in einigen Schwung gerathen, wie man es schon im gemeinen Leben ausdrücket, so wie man ebenfalls aus der gemeinen Erfahrung weiß, daß ein solcher Schwung verhältnißmäßig ansehnliche Kräfte hervorbringe. Da man bald beobachtete, daß ein sich stark schwingender Körper eine sehr regelmäßige Bewegung hatte, so gab dieß Anlaß zu den sogenannten Schwungkolben und Schwungrädern, die man ausdrücklich mit solchen Theilen der Maschinen in Verbindung setzte, welche ihrer Natur nach zu keiner völlig gleichförmigen Bewegung gebracht werden konnten, damit diese an dem ebenen Gange jener gleichsam Theil nehmen möchten. Alles dieses zeigt genugsam, daß die Lehre von der Schwungbewegung, besonders derjenigen, welche im Kreise geschieht, nicht bloß bey der großen Weltmaschine, sondern auch bey den unendlich kleinern Produkten menschlicher

licher Erfindung ihre Anwendung findet. Es ist auch nicht zu läugnen, daß von den Mathematikern schon verschiedenes besonders in den neuern Schriften über die höhere Mechanik zu diesem Behufe geleistet worden. Aber viel mehrers ist noch zurück, oder wenigstens noch nicht bis zum unmittelbaren Gebrauch für die praktische Mechanik zugeschnitten. Hier würde es zu weitläuftig, und auch für die meisten meiner Leser nicht passend seyn, wenn ich einen Auszug aus der Theorie der Schwungkräfte nebst der Anwendung derselben auf das Maschinenwesen demonstrativisch vortragen wollte. Ich will bloß die praktisch brauchbaren Sätze und die Rechnungsregeln hersetzen, und erwarte wegen dieses Verfahrens hier noch eher als an andern Stellen Entschuldigung. Ich werde von den Fällen zuerst reden, wo ausdrücklich die Einrichtung dazu gemacht wird, daß ein Schwung entstehen soll.

§. 34.

Man stelle sich Fig. 9. unter C A einen Hebelsarm, der in C um eine Axe beweglich ist, vor, an dessen äußersten Ende A ein Gewicht P hänget: so wird, wenn der Arm in die Lagen C a, C b, C d u. m. kömmt, das Moment des Gewichts P sich nach den Abständen C A, C E, C B richten, wie man aus der Statik weiß. Man sieht wohl, daß, wenn z. E. in A, a u. s. w. die Warze einer Kurbel oder Krummzapfens wäre, so würde C ein Punkt in der Axe der Kurbel vorstellen, und übrigens alles auch darauf

passen. Gesetzt es wäre an der Axe, welche durch C gehet, irgend eine Vorrichtung angebracht, vermittelst welcher eine Kraft von einer bestimmten Größe die Last oder den Widerstand P hebet: so wollen wir annehmen, diese Kraft wäre für den Fall, wo der Hebelsarm in der Lage C a ist, genau hinreichend, um der Last die erforderte Bewegung mitzutheilen. Folglich wird bey der Lage C A die Kraft zu geringe, und bey der Lage C b wird sie zu groß seyn. Wäre nun an der durch C gehenden Axe ein Schwungrad oder Schwungkolben, wie Fig. 13 zeiget, angebracht: so würde in denjenigen Lagern, wo die Kraft überwiegend ist, diese ihre Ueberwucht angewandt werden, der trägen Masse des Schwungrades eine mehr oder weniger schnelle Bewegung im Kreise mitzutheilen. Das Schwungrad wird nun dagegen in solchen Lagen, wie C A, wo die immer gleichförmig wirkende Kraft nicht hinreicht, mit einer Kraft die durch seine Masse und erlangte Geschwindigkeit bestimmt wird, helfen, das Moment des Widerstandes zu überwinden. Denn weil die träge Masse des Schwungrades einmal in Bewegung ist, so muß sie diese ihre Bewegung mit gleicher oder nur verminderter Geschwindigkeit fortsetzen, nachdem entweder gar kein, oder nicht zureichliches Hinderniß sie aufhält oder schwächet.

Dieß ist die Vorstellung, welche die meisten Schriftsteller von der Natur des Schwungrades machen (*). Hier

(*) S. z. E. J. Kraftens Mekan. Th. II. §. 129.

Hier merke ich nur noch an, daß sich die Sache selbst nicht ändere, wenn etwa der Widerstand zwar immer derselbe wäre, die Kraft aber sich von Zeit zu Zeit innerhalb gewisser Gränzen änderte, so daß sie doch auch manchmal bald größer bald kleiner würde, als zur Ueberwindung des Widerstandes nöthig wäre. Ich werde nun noch einige nützliche Regeln vortragen, welche zeigen sollen, wenn und wie man ein Schwungrad anzubringen habe.

1. Das eben ausgeführte zeigt schon, daß, wo entweder Kraft oder Widerstand, oder beyde nicht immer gleich stark auf die Maschine wirken, ein Schwungrad gute Dienste thun werde. Im Gegentheil wo dieß nicht ist, oder wo schon die Theile der Maschine selbst als Schwungräder angesehen werden können: da ist es überflüssig und gar schädlich. Denn an sich beschweret jedes Schwungrad die Maschine, indem es ein seinem Drucke auf die Axe verhältnißmäßiges Reiben hervorbringet, welches von der Kraft doch nun auch überwunden werden muß.

2. Da der einzige Widerstand, welcher sich der Bewegung des Schwungrades entgegen setzet, der Widerstand der Luft ist, und es auf der andern Seite keinen sonderlichen Nutzen bringet, wenn es nicht eine ziemliche Masse, mithin eine beträchtliche Schwere hat: so muß man dasselbe, oder wenigstens die von der Axe entfernten Theile aus solchen Materien machen, die

eine

eine große specifische Schwere haben, damit sie nur eine kleine Oberfläche bekommen (*).

3. Man findet bey J. Kraft a. O. noch folgende Regel. Man sieht aus dem Gebrauch, wozu die Schwungräder bestimmt sind, daß sie um so viel vortheilhafter sind, je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher sie sich bewegen. Sie dürfen daher an Maschinen, denen man eine große Geschwindigkeit mittheilen kann, nur von mittelmäßiger Größe gemacht werden: an solchen, welche keine große Geschwindigkeit bekommen können, müssen sie größer gemacht werden, damit sie (d. i. ihre Schwingungspunkte) eine so viel größere Geschwindigkeit erhalten. Weil sie aber die Maschine nicht zu sehr beschweren müssen, so sind in diesem letztern Falle Schwungkolben besser als eigentliche Schwungräder.

§. 35.

Die letzte Regel, welche sich, wie es scheint, auf eine Menge Beobachtungen gründet, zeiget, dünkt mich,

(*) Man hat hieraus auch schließen wollen, daß überhaupt die Schwungkolben besser seyn, als die eigentlichen Schwungräder. S. Kraft a. O. wo doch der Verf. noch hinzusetzt, wenn die Materie der letztern eine geringere specifische Schwere hätte. Allein ich wollte doch wohl ein volles Rad vorziehen, wenigstens wenn die Bewegung sehr schnell seyn soll, da die Materie desselben immer einerley Raum ausfüllet: so sehe ich nicht, wie sich ihm die Luft sonderlich widersetzen kann. Im Gegentheil müssen die Kolben immer die zwischen eindringende Luft durchdringen.

mich, schon so viel, daß es vortheilhaft sey, wenn der Durchmesser des Schwungrades mit der Umlaufsgeschwindigkeit der Axe, an welcher es sich befindet, in einer solchen Uebereinstimmung stehe, daß derselbe größer bey einer geringern, und kleiner bey einer gröfsern Umlaufsgeschwindigkeit gemacht werde. Allein es wird doch dadurch noch nicht bestimmt angegeben, wie groß dieser Durchmesser gemacht werden müsse, wenn die Umlaufsgeschwindigkeit gegeben ist. Den Grund giebt indessen Kraft an, damit die (absolute) Geschwindigkeit groß genug werde, welches wohl eben so viel heißt, als damit die Schwungkraft sich stark genug zum Ueberwinden der Stockungen in der Maschine äußern könne. Der berühmte Polhem giebt indessen schon im IVten Theile der Abhandlung der Schwedischen Akademie S. 150 eine Regel, die er eine ihm eigne Hypothese nennet: die Weite und Größe der Schwungräder zu bestimmen, wenn die Zeit eines Umlaufs bekannt ist. Wenn gleich Polhems Vortrag etwas dunkel ist, so hat er doch, wenn man alles vergleicht, eben die Maxime im Sinn, welche Herr Prof. Büsch in seiner Mathem. zum Nutzen und Vergnügen des bürgerlichen Lebens weiter ausgeführt hat. Wir können sie kurz so fassen: Der Abstand des Schwingungspunkts eines Schwungrades von der Axe muß so groß seyn als die Länge eines einfachen Pendels, welches in der Hälfte der Zeit, in welcher das Schwungrad einen Umlauf vollenden soll, einen Schlag thut.

Z. E. Geht die Axe in 2 Sekunden einmal herum, so muß der Schwingungshalbmesser des Schwungrades die Länge eines Sekundenpenduls, d. i. 3 Fuß 2 Zoll haben. Herr Prof. Büsch hat zur Bestätigung dieser Regel alles gesagt, was er, ohne sich tief in die Theorie der Schwungkräfte einzulassen, und wenn man die einfachsten Versuche zum Grunde legt, dafür anführen zu können glaubte. Es ist hier der Ort ebenfalls nicht, uns in eine so subtile Theorie zu vertiefen, und eben so wenig werden wir Herrn Büschens Vermuthungsgründe, daß seine Regel richtig sey, hier umständlich abschreiben, da sein Buch vermuthlich in den Händen unsrer meisten Leser ist. Wir wollen hier nur zeigen, wie man diese Maxime bey Berechnung der Maschinen nutzen solle, übrigens aber uns mit Polhem und Büsch, als in der Erfahrung zureichlich gegründet vorstellen, daß, wenn der Schwingungshalbmesser größer gemacht wird, als es die Regel angiebt, so wird die Maschine davon aufgehalten, weil dem Schwungrade ein langsamerer Umlauf natürlich ist, als die Maschine eigentlich hat. Ist er aber kleiner, so würde er, um seine natürliche Schwingung zu bekommen, schneller gehen müssen, als die Maschine ihn umtreibt, und also keinen Vortheil schaffen. Es ist nämlich ein Satz, welcher in der Theorie der Centralkräfte bewiesen wird: daß die Schwungkraft eines Körpers, der sich im Kreise drehet, der natürlichen Schwere gleich sey, wenn er seinen Umlauf in eben der Zeit vollendet, worinn ein einfaches Pendul, dessen Länge dem Halbmesser

messer dieses Kreises gleich ist, zwey Schwingungen verrichtet. Nun schließt Herr Büsch aus der Analogie, und findet es mit den Beobachtungen übereinstimmend, daß, so wie ein Pendul, das bloß von der natürlichen Schwere getrieben wird, seine Schwingungen unaufhörlich fortsetzen würde, wenn nicht Reiben und Widerstand der Luft es endlich zum Stillstand brächten: so würde auch ein in die Runde mit einer der Schwere gleichen Kraft geschwungener Körper eben so bereitwillig seine Bewegung fortsetzen. Und so wie ungeachtet der genannten Hindernisse der Bewegung ein Pendul, welches einmal in seinem natürlichen Gange ist, dieselbe doch noch eine geraume Zeit mit unmerklich verringerter Lebhaftigkeit fortsetzt: so würde auch der im Kreise geschwungene Körper seinen Gang ungeachtet der kleinen Hindernisse und einiger Stockungen der Maschine immer noch eiue ganze Weile fortsetzen, wenn ihm anders gerade die Geschwindigkeit einmal mitgetheilt ist, die er alsdann hat, wenn seine Schwungkraft der natürlichen Schwere gleich ist. Man sieht wohl, daß hier noch die mathematische Deutlichkeit fehlt, und daß die Sache genauer untersucht werden müßte.

§. 36.

Wenn indessen die Zeit gegeben ist, in welcher ein Pendul einen Schwung machen soll, so lehret die Mechanik, wie lang man es machen müsse, damit es genau diese Zeit halte. Es sey demnach die Zeit gegeben, worinn sich ein Schwungrad einmal um seine

Axe

Axe schwingen soll, so darf man nur aus der Hälfte dieser Zeit die Länge des zugehörigen Penduls suchen, so ist diese Länge zugleich der gesuchte Schwingungshalbmesser. Es sey derselbe $= \varrho$ und die Zeit eines halben Umlaufs des Schwungrades sey t Sekunden, so ist $\varrho = \frac{250^2 t^2}{2\pi^2}$.

Hierbey ist noch zu bemerken, daß die Zahl, die man hier findet, Decimalskrupel eines Rheinländischen Fußes sind. Es sey z. E. die Umlaufszeit 3 Sekunden, so ist $\varrho = \frac{250^2 9}{2,3,14^2.4} = 7004$ Skrupel oder etwas über 7 Fuß. Dieses Beyspiel trifft mit obigen Regeln zusammen §. 34. No. 3. daß bey langsamen Bewegungen ein weites Schwungrad genommen werden müsse, und daß man überhaupt bey recht langsam gehenden Maschinen nicht gerne Schwungräder anbringe. Sie würden hernach zu ungeheuer groß und schwer ausfallen, und das Reiben würde sich dadurch zu sehr vermehren.

Man sieht daß es eben so leicht ist, wenn der Schwingungshalbmesser des Rades gegeben, daraus die schicklichste Umlaufszeit der Axe zu finden. Denn weil $\varrho = \frac{250^2 t^2}{2\pi^2}$, so ist $\frac{2\pi^2\varrho}{250^2} = t^2$ und $t = \frac{\pi\sqrt{2\varrho}}{250}$; also ist 2 t die begehrte Umlaufszeit.

§. 37.

Es ist zwar schon von andern mechanischen Schriftstellern bemerket, aber von niemand so sehr darauf

als

als auf einen Hauptumstand gedrungen worden, als von Herrn Prof. Büsch, daß an solchen Maschinen, die aus Räderwerk bestehen, jedes Rad als ein Schwungrad angesehen werden könne, das nun nach jener Hypothese, vermöge der Einrichtung des Ganzen, bald mehr oder weniger seine natürliche Umlaufszeit hält, und in so fern den gleichförmigen Gang der Maschine mehr oder weniger befördert oder hindert. (Zu den hier genannten Rädern gehören auch vorzüglich die Mühlsteine und Windflügel). Denn gesetzt, ein solches Rad an einer Maschine habe einmal seinen natürlichen Schwung erhalten, so würde es ohne die bekannten unvermeidlichen Hindernisse der Bewegung mit dieser Geschwindigkeit, ohne weiteres Zuthun einer Kraft ungeschwächt fortgehen. Wenn nun die am Umfange des Hauptrades angebrachte Kraft gerade dem Reiben und den übrigen Hindernissen der Bewegung das Gleichgewicht hält, so ist nun das Rad, von dem wir reden, im Stande, in seinem natürlichen Gange fortzugehen, ohne sich im mindesten aufhalten zu lassen, weil jene Hindernisse durch die Kraft am Hauptrade gleichsam vernichtet werden. Wenn nun aber auch diese Kraft ein wenig nachläßt, so ist doch das Rad eine einmal in Bewegung gesetzte träge Masse, welche sich nicht durch jeden geringen Widerstand zur Ruhe bringen läßt, und wenn es seinen natürlichen Schwung hat, so ist seine Bewegung vollends so lebhaft, daß es ungeachtet des Widerstandes dieselbe ohne sinnlich merkliche Abnahme der Geschwindigkeit eine Weile fort-

setzen wird. Geht aber das Rad mit einer geringern als der beschriebenen natürlichen Geschwindigkeit; so muß die Kraft sehr ununterbrochen wirken. Denn wenn sie nun nur im geringsten inne hält, so stockt schon die Maschine. Geht das Rad aber schneller als seine natürliche Schwingung erfordert, und die zur Ueberwindung der Hindernisse nöthige Kraft läßt nur im geringsten nach, so fällt das Rad in seinen natürlichen Schwung schnell zurück, mit welcher es alsdann freylich die Maschine noch eine Zeitlang in einem ziemlich gleichförmigen Gange, der aber doch von dem vorigen merklich abfällt, erhält. Man sieht aber wohl, daß wenn man jede erste Geschwindigkeit bey der Maschine zur Absicht hätte, und wenn es darauf ankömmt, dieselbe gleichförmig zu erhalten, so wird man diesen Zweck um so viel weniger erreichen, je mehr der Gang der Räder von dem natürlichen Schwunge verschieden ist.

Ich bin weit entfernt, das hier gesagte für etwas mehr als eine solche Vorstellung der Sache auszugeben, welche etwa dienen kann, auf die Umstände aufmerksam zu machen, welche bey Maschinen mit Räderwerk vorkommen. Da ein Rad natürlicher Weise auch um so viel mehr Schwungkraft erhalten kann, je größer und schwerer es ist: so hat man nach dieser Anleitung so viel mehr dahin zu sehen, daß ein solches sich mit der gehörigen Geschwindigkeit bewege, wenn anders nicht die Natur der Sache oder eine andere Betrachtung es hindert. Kleinere und leichtere

Räder

Räder, z. E. Trillinge, Kammräder u. m. haben zu wenig Einfluß, indem ihr Bewegungsmoment zu geringe ist, und sie müssen sich nach den größern und schwerern richten, von denen sie mit fortgeführt werden.

§. 38.

Es kömmt nun bey dieser Sache wie wir §. 36. gesehen haben, alles auf die Erfindung des Schwingungshalbmessers, d. i. der Entfernung des Schwingungspunkts von der Axe der Bewegung an. So wie daher bey einem zusammengesetzten Pendul, dieser Schwingungspunkt weder mit dem äußersten Punkte des Penduls noch mit seinem Schwerpunkte einerley ist: so kann er bey den Schwungrädern gleichfalls nicht in der Peripherie liegen, noch auch mit dem Schwerpunkte eines Sektors derselbe übereintreffen. In der höhern Mechanik werden Regeln hergeleitet, wie man ihn in vielen Fällen finden könne. Diese Regeln haben zwar größtentheils die oscillirende Bewegung eines Penduls zur Absicht. Nachdem man aber die Schwungbewegung im Kreise nach dem §. 34 angeführten Satze mit der Bewegung eines Penduls verglichen hat, so kann man diese Regeln auch zu den gegenwärtigen Absichten gebrauchen. Wir werden die (wenigstens bey Mühlen und andern Maschinen) brauchbarsten Anwendungen hier zeigen, ohne uns auf die Beweise einlassen zu können. Bey den Regeln selbst werden wir mehr darauf sehen, daß sie nicht auf zu beschwerliche Rechnungen führen, als daß sie die größte Genauigkeit hätten, da man bey der nie ganz regelmäßigen

Ausbildung der Materialien doch hier nur Näherungsweise gehen kann. Die Hauptregel wird folglich hier wie beym zusammengesetzten Pendul diese seyn: Man dividire das Moment der Trägheit des ganzen Schwungrades für die Umdrehungsaxe, durch das statische Moment seines Gewichts in Ansehung eben der Axe. Das Moment der Trägheit, lehret die Mechanik, ist die Summe der Produkte jeder dem Radius angebrachten Gewichte oder Massen in das Quadrat ihrer Entfernung vom Bewegungspunkt. Nur die Integralrechnung lehret in den vorhabenden Fällen die Momente leicht finden (*).

§. 39.

1) Die Stange A B D, Fig. 10. welche die Gestalt eines geraden Parallelepipedi hat, schwinge sich um eine Axe, welche durch C geht, und auf der Fläche A B D senkrecht steht. Es sey C D = c, A B = b, so ist, wenn M die Masse oder das Gewicht anzeigt, das Moment der Trägheit $= M \left(\frac{c^2}{3} + \frac{1}{24} b^2 \right)$. Da nun das statische Moment $= M . \frac{1}{2} c$, so ist

$\varrho =$

(*) Wir haben im folgenden die Formuln, welche für den Schwung auf die Seite eigentlich gelten, zum Grunde gelegt; nach welchen $\varrho = \frac{\frac{1}{2} \int x^2 y \, dx \, \frac{1}{24} \int y^3 \, dx}{\frac{1}{2} \int x y \, dx}$ wo x die Abscissen und y die doppelten Ordinaten von der Axe der Bewegung oder von einem andern Punkt gerechnet, bedeutet. S. J. Kraft a. O. Th. I. §. 122 der Zugaben.

$\varrho = \frac{M\left(\frac{c^2}{3} + \frac{1}{24}b^2\right)}{M \cdot \frac{1}{2}c}$. Ist b gegen c sehr klein, so kann man $\varrho = \frac{2}{3}C$ setzen. Z. E. wenn $c = 40$ f und $b = \frac{1}{4}$ f wäre, so wäre $\frac{2}{3} \cdot 40 = 26\frac{2}{3} = \varrho$, der Zusatz beträgt nur $\frac{1}{3840}$ noch nicht den tausendsten Theil eines Fußes.

Ein vor allemal muß ich hier anmerken, daß, wenn man sich das Parallelepipedum aus lauter unendlich dünnen Scheiben zusammengesetzt vorstellt: so wird hierdurch eigentlich der Schwingungspunkt jeder solcher Scheibe gefunden, weil sie nun alle gleich weit von der Axe abstehen, so rechtfertigt dieses die Behauptung: der Schwingungspunkt des ganzen Parallelepipedi liegt um die Weite $\frac{2}{3}\left(c + \frac{b^2}{c}\right)$ von der Axe ab. Die Größe M findet man aus der specifischen Schwere und den Dimensionen des Parallelepipedi.

2) Es sey ABD ein Durchschnitt eines Parallelepipedi, welches an einer nicht schweren Linie CD hängt. Es sey wiederum $AB = ß$, $CD = c$ $CE = a$. Das Parallelepipedum schwingt sich um eine Axe, die auf die Fläche desselben senkrecht steht, und durch C gehet, so ist, wenn N die Masse bedeutet, das Moment der Trägheit $= N.(\frac{1}{3}e^2 + ac + a^2 + \frac{1}{24})^2$. Da nun das statische Moment $= N(a + \frac{1}{2}c)$ so ist $\varrho = \frac{a^2 + ac + \frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{12}ß^2}{a + \frac{1}{2}c}$, wo ebenfalls, wenn die Breite ß gegen die übrigen Größen sehr geringe ist, $\frac{1}{12}ß^2$ wegbleiben kann.

Wenn nun etwa, wie durch die punktirten Striche Fig. 11. angedeutet ist, auf das Ende einer schmalen Stange, die bis an D reichet, eine etwas breitere Platte von größerer specifischen Schwere gelegt wäre, so wie dieses der Fall bey den Schwungkolben ist, so kann man den Schwingungshalbmesser durch folgende Formel finden.

$$\varrho = \frac{M.\left(\frac{c^2}{3} + \frac{1}{24} b^2\right) + N\left(\frac{e^2}{3} + ae + a^2 + \frac{1}{24}\beta^2\right)}{M.\frac{1}{2}c + N.(a + \frac{1}{2}e)}.$$

Wäre statt A B D eine Kugel angebracht, so daß der durch die Kugel durchgesteckte Theil der Stange mit zur Kugel gerechnet werde, so sey $CE = c$, $ab = b$ der Halbmesser der Kugel a, der Stange Gewicht M und der Kugel Gewicht $= N$, so wäre

$$\varrho = \frac{M\left(\frac{1}{3}c^2 + \frac{1}{24}b^2\right) + N\left(\frac{7}{5}aa + 2ac + cc\right)}{M\frac{1}{2}c + N(a + c)}$$

§. 40.

1. Wenn A B C D Fig. 12. der Durchschnitt eines Prismatis ist, wo A B und E F ein gegebenes Verhältniß haben, A E und F B aber gleich groß sind: so ist $EF : FG = AB : CD + FG$. Es sey $FG = Z$ $AB = b$, $EF = n$ $CD = c$. Also $n : Z = b : c + z$, folglich $zb = nc + nz$, d. i. $z = \frac{nc}{b-n}$. Daher ist $GC = c + \frac{nc}{b-n}$. Wir setzen also, daß C G jederzeit leicht nach der Elementargeometrie gefunden werden könne. Es sey $CG = m$, so ist das Moment der Masse $= M.\frac{\frac{2}{3}mc^2 - \frac{1}{2}c^3}{2m - c}$. Da nun das statische Moment

$= M$

$= M. \frac{mc - \frac{2}{3}c^2}{2m - c}$ gefunden wird, so ist $\varrho =$ $\frac{4mc - 3c^2}{6m - 4c} =$ der Entfernung des Schwingungspunkts vom Aufhängepunkt C. Es sollte hier eigentlich noch eine Quantität hinzugesetzt werden. Sie ist nicht viel größer als $\frac{b^2}{8m}$. In den in unsrer Abhandlung vorkommenden Fällen wird man sie immer aus der Acht lassen können. Z. E. Es sey $AB = b =$ 1 Fuß $EF = 0,5$, so wäre, wenn $CD = c = 40'$ $CG = m = 80'$. Daher ist $\varrho = \frac{4.80.40 - 3.40.40}{6.80 - 4.40}$ $= \frac{5.1600}{8.40} = \frac{8000}{320} = 25$. Da nun $\frac{b^2}{8m} = \frac{1}{640}$, so darf man auf den Zusatz nicht achten.

2. Wenn nun eine viereckigte Platte H K L M auf solche Art wie in der Figur 12. die punktirten Linien anzeigen, auf der Stange befestigt wäre, so würde der Schwingungspunkt dieses zusammengesetzten Körpers so gefunden:

$$\varrho = \frac{M\left(\frac{2}{3}mc^2 - \frac{1}{2}c^3\right)}{2m - c} + N\left(\frac{e^2}{3} + ae + a^2 + \frac{1}{24}\beta^2\right)$$
$$\overline{M. \frac{(mc - \frac{2}{3}c^2)}{2m - c} + N\left(a + \frac{1}{2}e\right)}$$

wo M der Stange, N der Platte Gewicht" $a = CN$ $e = ND$ $\beta = HK$ ist.

3. Wenn Fig. 6. durch E D A der Durchschnitt eines Cylinders mit der Grundfläche parallel vorgestellet wird, so ist eines solchen Kreises, und mithin des

ganzen Cylinders Schwingungshalbmesser $\frac{3}{4}$ CA, oder $\varrho = \frac{3}{4} r$, wenn r des Cylinders Halbmesser, ϱ aber den Schwingungshalbmesser bedeutet.

§. 41.

Es ist natürlich, daß sich die Größe der Schwungkraft nicht nur nach der Geschwindigkeit, sondern auch nach der Masse des sich schwingenden Körpers richtet. Wenn daher ein Schwungrad, das nach den bisherigen Regeln in Absicht seines Halbmessers eingerichtet wäre, seine Dienste doch nicht thun wollte: so könnte man es dadurch bis zu jeden Grad verstärken, daß man es schwerer machte. Man thut indessen bisher noch immer am besten, wenn man sich in Absicht der Schwere nach demjenigen richtet, was die Praxis beyläufig lehret. Man sehe indessen Büschens Mathem. §. 91 der Mech. wo man es auch bemerkt findet, daß, wenn man das Schwungrad nicht gleichförmig beschwert, sondern etwa nur am Ende Gewicht zulegt, dadurch der Schwingungspunkt weiter hinaus gebracht wird. Man würde also ihm auch wieder nach den vorigen Regeln einen kleinern Radius geben müssen, wenn man denselben Grad des schnellen Schwunges nicht verlieren wollte. Denn wenn z. E. ein Schwungrad mit 4 ℔ schweren Kolben 3 Fuß in der Sekunde durchläuft, und dieses Moment reichte nicht hin, die Stockungen der Maschine zu überwinden: so würde es doppelt so viel vermögen, wenn man 8 ℔ schwere Kolben ansetzte, übrigens aber die Einrichtung so machte, daß die Geschwindigkeit die vorige bliebe.

Zweyter Abschnitt.

Von den Mühlen überhaupt und den Kornmühlen insonderheit.

Erstes Kapitel.

Allgemeine Regel zur Berechnung jeder Arten von Mühlen, besonders auf die Kornmühlen angewandt.

§. 42.

Man stelle sich bey der ersten Figur vor, daß 1) an einer (stehenden oder liegenden) Welle AB in der Entfernung wie EC = a von der Axe (EC mag nun der Bug einer Kurbel, der Arm einer Zugstange oder der Radius eines Wasser- oder Windrades seyn) eine Kraft P angebracht ist; daß 2) an eben der Welle AB noch ein Rad von was für Art es auch seyn mag, GF sich befinde, so eingerichtet, daß es an dem Ende seines Halbmessers GH = b in einen Trilling, dessen Halbmesser = c, oder was es sonst seyn mag, eingreifen könne; 3) daß sich an der (horizontalen oder vertikalen) Welle dieses letztern Trillings (oder Rades) ein Vorsprung NM, dessen Halbmesser r befindet, der mit der letzten Welle herumgehet, und an dessen Endpunkten oder an dessen Oberfläche der Widerstand wirket, welchen die Maschine

überwinden soll; dieser Vorsprung mag nun eine Figur haben was für eine er wolle, und bestehen worin er wolle, so daß es wie bey der Kornmühle ein cylindrischer Stein, wie bey Stampfmühlen, Hebearme u. m. seyn kann. Wenn man sich eine so eingerichtete Maschine, ohne auf die speciellen Umstände zu sehen, vorstellet, so hat man einen allgemeinen und richtigen Begriff von der ganzen Klasse mechanischer Rüstzeuge, welche Mühlen genannt werden. Wenigstens ist dieß ihre gewöhnliche einfache Einrichtung, die man ohne Noth nicht gerne verläßt, und aus welcher sich die zusammengesetztern oder auch noch einfachern leicht herleiten lassen. Wir werden daher für die hier beschriebene Einrichtung eine allgemeine Regel zur Berechnung aus der Statik abzuleiten suchen, nach welcher man, so bald die Bewegung gleichförmig ist, die Kraft und den Widerstand mit einander vergleichen kann.

§. 43.

Es sey an einem oder mehrern Punkten des Vorsprungs N M der Widerstand X so angebracht, daß man seine Entfernung von der Axe $= \frac{1}{k} r$ setzen kann. Hier ist nun $\frac{1}{k} = 1$, wenn der Widerstand am äussersten Punkt wirkte, oder es ist $\frac{1}{k}$ ein eigentlicher Bruch, wenn die wirkliche oder mittlere Entfernung des Widerstandes kleiner als r ist. Das statische Moment desselben wird folglich $\frac{1}{k} r X$. Wenn nun V

die

die Kraft ist, welche an dem letzten Rade oder Trilling K zur Ueberwindung des Widerstandes wirket, so ist im Fall des Gleichgewichts $c\,V = \frac{1}{k}\,r\,X$; wenn hier keine Friktion vorfällt. Da aber allerdings an dem Zapfen der Welle wie bey V eine Friktion vorfallen muß, deren absolute Größe $= \frac{1}{3}\,R$ §. 21 ist, wenn R das Gewicht des letztern Rades mit Welle und Zubehör bedeutet; so sey der Halbmesser der Zapfen dieser Welle $= e$; und es wird das Moment dieser Friktion $= \frac{h}{g}\,e\,.\,\frac{1}{3}\,R$ §. 23, 24 (wo wiederum $\frac{h}{g}$ entweder 1 oder einen Bruch anzeiget). Folglich muß nun $c\,V = \frac{h}{g}\,.\,e\,.\,\frac{1}{3}\,R + \frac{1}{k}\,r\,X$ seyn. Dieß giebt $V = \frac{1}{c}\left(\frac{h}{g}\,e\,.\,\frac{1}{3}R + \frac{1}{k}\,r\,X\right)$. Da nun diese Kraft V an dem Umfang des letzten Rades eigentlich durch die Kraft P, welche in der Entfernung $EC = a$ von der Axe A B wirket, hervorgebracht wird, so kann man sie als einen Widerstand an $G\,H = b$ ansehen. Daher mußte $a\,P = b\,V$ im Falle des Gleichgewichts seyn, wenn nicht an den Zapfenlagern der Welle A B aufs neue eine Friktion entstünde. Wenn man die Halbmesser dieser Zapfen $= f$ setzt, und die gesammte Friktion durch F anzeigen läßt, so ist ihr Moment $= f\,F$ (manchmal auch $\frac{2}{3}\,f\,F$, wenn A B etwa eine stehende Welle ist). Daher müßte $a\,P = b\,V + f\,F$ und $a\,P - f\,F = b\,V$ seyn, wenn nicht hier bey G

ein

ein Eingreifen der Zähne statt fände. Da aber nach §. 29 sich der Widerstand um deswillen noch um $\frac{1}{18}$ verstärket: so muß, wenn man den Werth von V hineinsetzt, I. $aP - fF = \frac{19}{18} \frac{b}{c} \left(\frac{h}{g} e . \frac{1}{3} R + \frac{l}{k} r X \right)$ seyn. Es ist folglich $\frac{18}{19} \frac{c}{b} (aP - fF) = \frac{h}{g} e . \frac{1}{3} R + \frac{l}{k} r X$ und $\frac{l}{k} r X = \frac{18}{19} \frac{c}{b} (aP - fF) - \frac{h}{g} e . \frac{1}{3} R$; folglich ist II. $X = \frac{18}{19} \frac{c}{b} \frac{aP - fF}{\frac{l}{k} r} - \frac{k}{l}, \frac{h}{g} . \frac{e}{r} . \frac{1}{3} R.$

Diese mit I und II bezeichneten Ausdrücke geben nun die allgemeine Form an, wie man bey Berechnung jeder Art von Mühlen zu verfahren hat. Wir werden in der Folge wirklich finden, daß wenn sich gleich die Größen an sich anders und anders bestimmen, wir doch immer auf Gleichungen von derselben Form, wie die hier gegebene, gerathen. Es dient dann immer n. I wenn die Größe des Widerstandes bestimmt ist, und man daraus die Kraft finden soll. Hingegen rechnet man noch n. II, wenn aus der gegebenen Kraft die Größe des Widerstandes, den man damit überwinden kann, abzuleiten ist. Wenn man den 32. §. zu Rath zieht, so wird man die vorgetragenen Gleichungen auch auf solche Fälle abändern können, wo die Mühle noch zusammengesetzter ist, oder wie es die Praktiker nennen, mehr vorgelegtes Zeug hat.

hat. Hier würde ich meinen Lesern nicht verständlich genug bleiben, wenn ich eine noch allgemeinere Gleichung vortragen wollte. Unten bey den Schiffmühlen werden wir auf einen Fall kommen, wo man eine größere Zusammensetzung nicht vermeiden kann, und nach welchem man sich in den mehresten Fällen dieser Art wird richten können.

§. 44.

Es ist bekannt, daß das Zermalmen des Getraides in einer Kornmühle dadurch geschiehet, daß ein mit der letzten Welle an derselben Axe beweglicher cylindrischer Stein, welcher der Läufer heißt, über einen festliegenden, den Bodenstein, in einer Distanz, die kleiner als die Dicke eines Getraidekorns ist, herumgehet. Wenn man nun, wie es der Sache gemäß ist, sich vorstellet, daß das Getraide über den Bodenstein, dessen Oberfläche Fig. 1. durch n n angezeigt ist, gleichförmig ausgebreitet sey; so mag nun der Widerstand des Getraides X, der in einer Art des Reibens besteht, so groß seyn wie er will: genug, sein Moment wird $\frac{2}{3}$ r X seyn, nach §. 27 angeführten Gründen. Ferner weil der Läufer immer horizontal herumgehen muß: so muß die Axe des letzten Trillings vertikal seyn, und ihr cylindrischer Zapfen sich mit seiner Grundfläche über dem Zapfenlager in V reiben. Wenn daher der Läufer mit Mühleisen, Trilling und Zubehör R schwer ist, so ist das Moment des Reibens in V ebenfalls nach §. 27 $= \frac{2}{3}$ e . $\frac{1}{3}$ R; wenn hier e den

Halb:

Halbmesser des Zapfens bedeutet. Wenn man folglich diese Werthe gehörig in die obigen allgemeinen Gleichungen setzet, oder nur statt der beyden Wehrte $\frac{l}{k}$ und $\frac{h}{g}$ den Bruch $\frac{z}{y}$ schreibet, so erhält man die allgemeine Regeln für die Koramühlen

$$\text{I. } aP - fF = \tfrac{19}{18} \cdot \frac{b}{c} \left(\tfrac{2}{3} e \cdot \tfrac{1}{3} R + \tfrac{2}{3} r X\right)$$

$$\text{II. } X = \tfrac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \, \frac{aP - fF}{\frac{2}{3} r} - \frac{e}{r} \cdot \tfrac{1}{3} R.$$

Eine oder die andere dieser Gleichungen wird nun gebraucht, nachdem, wie §. 43 angeführt worden, die Kraft oder der Widerstand das Datum ist. Es bedeuten aber, damit mans hier auf einem Blicke übersehen könne: a den Halbmesser des Hauptrades, P die Kraft, f den Halbmesser des Zapfens der ersten oder sogenannten Mahlwelle, F die Friktion, welche von dem Gewicht dieser Welle des Haupt- und Kammrades herrührt, b den Halbmesser des Kammrades, c den Halbmesser des Trillings, e den Halbmesser des Zapfens der Trillingswelle, R das Gewicht des Läufers, Mühleisen und Trillinge u. s. w. r den Halbmesser des Läufers, X den Widerstand des Getraides.

§. 45.

Der Widerstand, welcher das Getraide gegen den herumlaufenden Mühlstein ausübet, ist eine Kraft, deren Größe die bisherige Theorie nicht hat bestimmen können. Es scheint, daß er sich nach dem Druck richten

ten müsse, welchen der schwere aber doch von dem Steg zum Theil getragene Mühlstein gegen das Getraide äußert. Und da dieser Druck dem Gewichte des ganzen Steins proportionirt seyn muß: so schließt man daraus, daß sich der Widerstand des Getraides auch in eben der Proportion als das Gewicht des Steins vermehre und vermindere. Man sehe Belidor 1. Th. §. 655. Herr Prof. Büsch zweifelt, daß man dieß so durchaus behaupten könne §. 95. Da er aber nicht eigentlich gerade aus der Theorie oder ausdrückliche Beobachtungen dawider anführt: so halten wir uns hier an die Belidorsche Voraussetzung. Wenn diese nämlich ganz richtig ist, so kann ein einziger Versuch eine allgemeine Regel geben, nach welcher man den Widerstand des Getraides oder die Größe X in unserer Formel aus R, oder dem Gewichte des Läufers, oder dieses aus jenem bestimmen kann. Belidor versichert, daß seine Versuche $X = \frac{1}{35} R$ gegeben haben; wo aber unter R nicht nur das Gewicht des Steins, sondern auch des Trillings mit seiner Axe und dem Mühleisen verstanden wird. Wir werden nach dieser Regel in der Folge rechnen, weil sie einmal angenommen ist, ungeachtet wir einigen Zweifel darüber haben, weil unsers Bedünkens unter R in diesem Falle das alleinige Gewicht des Läufers verstanden werden müßte, indem der übrige Zubehör unsers Bedünkens nicht auf das Getraide zu drücken scheint. In den mehresten Fällen wird dieß indessen nicht von Erheblichkeit seyn, besonders wenn die Schwere des Zubehörs

auch

auch mit dem Gewichte des Steins wächst oder abnimmt (*).

§. 46.

In Absicht der Geschwindigkeit des Mühlsteins findet man in manchem Buche die Regel, daß derselbe, um gut Mehl zu schaffen, in $1\frac{2}{3}$ Sekunden wenigstens einmal herumkommen, oder 36 Umläufe in der Minute machen müsse. Dieß gäbe $t = \frac{r}{\alpha}$ nach §. 36,

und also den Halbmesser der Schwingung $\varrho = \frac{250^2 . \frac{5}{6}^2}{2 \cdot 3{,}14^2}$

$= 2201^{IV}$ oder etwa 22 Zoll Dec. Maaß, oder $22\frac{1}{5}$ Zoll gem. Rheinl. Maaß. Da nun nach §. 40 beym Cylinder $\varrho = \frac{3}{4} r$ ist, wenn r den Halbmesser des Cylinders bedeutet: so würde der Halbmesser des Steins nicht viel mehr als $\frac{4}{3} . 22{,}5 = 30$ Zoll. d. i. der Durchmesser 5 Fuß seyn müssen. Hiemit stimmt auch die Größe, welche man dem Läufer in Deutschland gewöhnlich giebt, sehr wohl überein: so daß es scheint, als wenn die Beobachtung die Deutschen Mühlenbauer selbst darauf geleitet hätte, auf solche Weise dem Stein seinen natürlichen Schwung zu verschaffen. Hätte der Stein einen kleinern Durchmesser, so könnte er

(*) Der Läufer der Mühle, welche Belidor untersuchte, wog ohne dem Zubehör 4128 Pf. Zur Ueberwindung des Widerstandes vom Getraide wurden 125 Pf. erfordert. Dieß gab $X = \frac{1}{33} R$, wenn unter R nichts weiter als das Gewicht des Läufers ohne Zubehör verstanden würde.

er also mehrere Umläufe in der Minute machen. Belidor nimmt den Durchmesser der Läufer von 5 bis 7 Fuß an, und behauptet ferner, daß ein Stein nicht mehr als 60 Umläufe in der Minute machen müsse, wenn sich das Mehl nicht erhitzen solle. Herr Prof. Büsch bemerkt hiebey §. 93, daß ein Stein, der bey einem so großen Durchmesser dennoch 50 bis 60mal umliefe, in einen viel stärkern Schwung, als ihm natürlich ist, kommen würde; übrigens führt er Erfahrungen an, daß ein Läufer in der Minute 90 und mehrere Umläufe gemacht habe, ohne das Getraide zu verderben. Daher er glaubt, daß diese Belidorsche Regel nicht richtig sey. Ohne sie vertheidigen zu wollen, da ohnedem es scheint, als wenn Belidor keine eigene Erfahrungen darüber angestellt habe, (Belidor a. O. §. 638) merke ich nur an: 1) ein Stein, der bey einem größern Durchmesser 60mal umläuft, hat natürlich eine viel größere absolute Geschwindigkeit an seiner Peripherie, als ein kleinerer, der eben so viel Umläufe macht; 2) ist die Frage, ob nicht die aus Belidor a. O. §. 635 bekannte Struktur der Französischen Mühlsteine, da der Läufer konisch ausgehöhlt, der Bodenstein konisch erhaben ist, doch so, daß die Flächen gegen der Peripherie sehr nahe zusammen gehen, etwas zu der angegebenen Erhitzung des Mehls, wenn es sich der Peripherie nähert, bey so großer Geschwindigkeit beytragen könne. Wenigstens mag dieß es wo nicht rechtfertigen, doch entschuldigen, wenn wir die Regel annehmen, daß Steine, die

6 Fuß und darüber im Durchmesser haben, nicht mehr als 60 Umläufe in der Minute machen müssen. Sonst möchte die Art der Steine, ob sie hart oder weich, körnicht oder fest sind, hier ebenfalls Einfluß haben. Allein dieß kömmt auf genauere Beobachtungen an.

§. 47.

Sollte auch die Höhe des Läufers nicht ihre Gränzen haben? Fast scheint es so. Belidor giebt seinen sehr breiten Mühlsteinen höchstens 18 Zoll Höhe. In Deutschland legt man Steine von 5 Fuß im Durchmesser, nur 20 Zoll hoch in die Mühle. So wenig hier eine Uebereinstimmung zu finden ist: so scheint doch so viel zu erhellen, daß ein Stein zu hoch werden könne. Denn sonst, dächte ich, hätte man sich auch darüber nicht vereinigt, einen platten Cylinder zur Figur des Steins zu erwählen. Vielleicht steckt ein Grund darinn, weil ein Körper, dessen Schwerpunkt höher liegt, leichter die Balanz verliert, wenn irgend eine äußere Kraft ihn berühret. Schon die unvermeidliche Erschütterung des Mühlengebäudes kann dahin gerechnet werden. Wenn wir nach Deutscher, und wie es scheint, auch Holländischer Art, 20″ Höhe bey einem Halbmesser von 30″ als ein gutes Verhältniß annehmen, so könnten wir allgemein setzen, die Höhe des Steins müsse etwa $\frac{2}{3}$ seines Halbmessers betragen, und man müsse ihn höchstens so hoch machen, als der Halbmesser ist. Dieß könnte alsdann auch zu einer beyläufigen Regel dienen, wenn man

sich

sich entschließen solle, mehr als einen Mahlgang anzulegen. Wenn man nämlich findet, daß die Kraft hinreichet, einen Läufer von $2\frac{1}{2}$ Fuß Halbmesser, und mehr als $2\frac{1}{2}'$ Höhe zu treiben, so thut man wohl, wenn man lieber 2 Gänge anleget, da man alsdann entweder denselben Halbmesser beybehält, oder denselben etwas einkürzet, wenn etwa wegen vermehrter Friktion bey vorgelegtem Zeuge die Höhe merklich geringer als $\frac{1}{10}$ des Halbmessers werden würde (*).

§. 48.

Da wir §. 45 die Gründe angaben, warum der Widerstand des Getraides, und folglich, weil Gegenwirkung und Wirkung gleich sind, auch der Effekt der Kornmühlen sich wie das Gewicht des Läufers verhielte: so wurde dabey noch die Geschwindigkeit gleich angenommen. Wenn aber die gesammte Wirkung beur-

(*) Aus dem Durchmesser, dem ganzen Gewicht und dem Gewicht eines Cubikfußes Stein findet man indessen nach der Geometrie seine Höhe. Eigentlich ist der Läufer eine cylindrische Röhre, deren Oeffnung oder das Läuferauge gewöhnlich 5'' beträgt. Sein ganzer Durchmesser sey D, des Läuferauges d; das ganze Gewicht S das Gewicht eines Cubikfußes Stein G, so ist die Höhe $h = \frac{4\,S}{(D^2 - d^2)\,\pi\,.\,G}$ welchen Ausdruck jedweder leicht aus der Stereometrie einsiehet. Oder man kann auch $\frac{S}{G}$ besonders suchen, und alsdann mit $(r'^2 - \varrho^2)\,\pi$ wo r des Läufers und ϱ des Auges radius bedeutet, darinn dividiren, um h zu finden.

theilet werden soll, so ist nach §. 7 f. f. die Geschwindigkeit allerdings mit in Anschlag zu bringen. Wenn zwey Mühlsteine gleiche Halbmesser haben, so sind die Geschwindigkeiten im Verhältniß der Anzahl der Umläufe in einer Minute. Wären aber die Anzahl der Umläufe gleich, und die Durchmesser ungleich, so würden sich die absoluten Geschwindigkeiten noch wie die Durchmesser oder Halbmesser verhalten. Hieraus folget, daß die Effekte zwey verschiedener Mühlen (sie heißen E und e) im zusammengesetzten Verhältnisse der Gewichte M und N, der Anzahl Umläufe ν und η, und der Halbmesser r und ϱ der Mühlsteine sind; oder es ist $E : e = M \nu r : N \eta \varrho$. Hierauf gründet sich eine, wie die Folge lehrt, in manchen Fällen brauchbare Regel. Es hat nämlich Belidor beobachtet, daß eine Mühle, deren Läufer 4348 ℔ wog, welcher 53mal in der Minute umlief, und 3 Fuß im Halbmesser hatte, in 24 Stunden, wenn der Läufer neu geschärft war, 120 Septiers (den Septier zu 70 ℔ gerechnet) abmahlen konnte. Dieß kann man den Effekt dieser Mühle nennen, und nun ist $\frac{N \eta \varrho . 120}{4348 . 53 . 3} = e$ Septiers der Effekt einer andern Mühle, wovon N, η, ϱ gegeben sind. Eben so, wenn e bey dieser andern Mühle gegeben, N aber unbekannt wäre, so fände man $N = \frac{4348 . 53 . 3 . e}{\eta . \varrho . 120}$, mithin wie schwer der Mühlstein werden müßte, um den begehrten Effekt zu leisten.

Nach-

Nachdem wir uns über diese Maximen verstanden haben: so können wir nun die gewöhnlichen Arten der Getraidemühlen berechnen. Wir theilen sie nach den Kräften ein, wovon sie getrieben werden. Es sind 1) solche, welche von Menschen oder Thieren getrieben werden, wozu besonders die Hand- und Roßmühlen gehören, 2) Wassermühlen, 3) Windmühlen.

Zweytes Kapitel.

Schätzung der Kräfte belebter Körper, wovon Mühlwerke getrieben werden, und die Berechnung der Hand- und Roßmühlen.

§. 49.

Ich habe schon im 1. Kap. und besonders im 10 §. die Kraft eines Pferdes als eines belebten Körpers zur Erläuterung des allgemeinen Satzes gebraucht, daß es eine bestimmte Geschwindigkeit gebe, bey welcher das Produkt P c oder der Kraft P in die Geschwindigkeit des angegriffenen Punkts der Maschine am größten wird. Hier ist nun der Ort, wo wir diese Sache insbesondere auf alle thierischen Kräfte anwenden, und zeigen müssen, was Theorie und Praxis hier lehren, um die vortheilhafteste Wirkung durch dergleichen Kräfte zu erhalten.

Die Theorie kann, wie man leicht von selbst begreift, das absolute Maaß der thierischen Kräfte nicht bestimmen. Und weil die belebten Körper von einerley Art doch immer individuelle Unterschiede haben,

ein Mensch stärker als der andere u. s. w. ist; so kann auch die Beobachtung hier höchstens eine Mittelgröße finden, die sogar in verschiedenen Ländern und Himmelsgegenden ganz verschieden ausfällt. Wir wollen indessen, ohne uns hiebey länger aufzuhalten, die Art angeben, wie man die absolute Kraft untersuchen, und auf Zahl und Maaß bringen kann, und zugleich erzählen, was man gewöhnlich als durch solche Versuche gefundene Mittelzahlen annimmt.

§. 50.

Zur Vollständigkeit der Untersuchung über die thierischen Kräfte gehört freylich noch die Beantwortung der Frage, wie viel ein Thier **tragen** könne. Da aber bey den Mühlen, welche wir vorhaben, nur der Fall vorkömmt, daß der an das Hauptrad angestellte belebte Körper **zieht** oder **schiebet**, so schränken wir uns auch nur hierauf ein. Eben so wenig soll hier die Frage seyn, wie viel ein Mensch oder Thier, indem es z. E. in einer horizontalen Richtung wirket, zur höchsten Noth und auf wenige Augenblicke oder Minuten halten kann; weil bey den Maschinen eine durch einen merklichen Zeitraum fortgesetzte Wirkung verlangt wird.

Die bequemste Art über die belebten Kräfte, welche ziehen, Versuche anzustellen, scheinet mir diese: Man schlage einen Strick über eine Rolle, welche 3 bis 4 Fuß über der Oeffnung eines Brunnens oder Schachts befestiget ist. Wenn nun der Mensch oder das Thier

das

das eine Ende des horizontalgehenden Stricks hält: so versuche, wie viel Gewicht man an dem vertikal herabgehenden Ende aufhängen darf, so, daß die belebte Kraft, ohne zu ermüden, 2 bis 3 Stunden diese Last erhalten kann, ohne weder vor noch rückwärts zu gehen. Dieß kann für die absolute Kraft des Ziehens gelten, welche wir p nennen. Dieses p hat Herr Prof. Euler, dem wir unter der Menge mehr oder minder verschiedener Angaben hier folgen, für den Menschen = 60 ℔, für das Pferd 7. 60 = 420 ℔ gesetzt (*). (Der Ochse soll noch etwas stärker ziehen als das Pferd.)

(*) Nämlich in seiner Abhandlung Discussion de diverses manieres d'elever de l'eau par le moyen! des pompes §. 28, 32. Hist. de l'Ac. de Berl. 1752, p. 165. Allein eben dieser Verfasser schätzt in einem Traktat: De machinis in genere §. 13 Comment. Nov. Petrop. T. III die Kraft des Menschen 70, des Pferdes 4. 70 = 280 Pf. Ich glaube fast, daß er an einem Orte das, was in Deutschland mittelmäßig starke Menschen und Pferde, am andern was sie in Rußland vermögen, im Sinne hat. Es kann seyn, daß der harte Russe noch etwas mehr vermag, wenigstens länger ausdaurt, als der Deutsche; da im Gegentheil die Russischen Pferde zwar schnell und dauerhaft genug, an sich aber nicht groß und stark sind. Auch hieraus erhellet, daß es nicht unrecht sey, wenn ein Mechanikus in seiner Gegend eigne Versuche anstellt. Herr Hofr. **Karsten** folget **Eulers** erster Voraussetzung. Lehrbegriff 4. Th. §. 388 u. f. f. Sonst finde ich aus diesem

Das zweyte, was hier zu bestimmen vorkömmt, ist die absolute Geschwindigkeit des Menschen oder Thieres. Darunter verstehen wir hier den Raum, welchen der Mensch oder das Thier in jeder Sekunde zurücklegen kann, wenn sie gar nichts außer sich selbst zu tragen, zu ziehen oder zu schleppen haben, so daß sie diese Bewegung, ohne zu ermüden oder sich auszuruhen, 2 bis 3 Stunden fortsetzen können. Herr Prof. Euler schreibet dem Menschen in diesem Betracht 6', dem Pferde aber 12 Fuß zu, so viel es etwa im Trabe, als dem natürlichsten Gange des Pferdes, zurücklegen wird. (Dem Ochsen kann man wohl wenig über den 3ten Theil von der Geschwindigkeit des Pferdes, höchstens etwa 5 Fuß, zuschreiben).

§. 51.

Ich beziehe mich nun hier auf dasjenige, was schon im 10ten §. gesagt worden, woraus erhellet, daß ein belebter Körper weder seine ganze absolute Kraft an einer Maschine ausüben kann, wenn die Maschine, und folglich er selbst noch mit einiger Geschwindigkeit fortgehen soll, noch auch daß man ihm seine

sem Gesichtspunkte nirgend die absoluten Kräfte des Ziehens oder vielmehr Gegenhaltens nach horizontaler Richtung angegeben. Doch stimmen fast alle darinn überein, daß das Pferd im Ziehen 7mal stärker als der Mensch sey. Desaguliers giebt die Kräfte der Menschen und Thiere in England besonders stark an, und rechnet 5 Engländer gegen 7 Franzosen. Auch hier mischt sich Nationalvorurtheil ein.

seine ganze absolute Geschwindigkeit zumuthen kann, wenn er noch einige Kraft gegen die Maschine äußern soll. Gesetzt nun P sey die Kraft, welche der thierische Körper gegen den Widerstand der Maschine ausübt, p ist die absolute Kraft und h die absolute Geschwindigkeit desselben im Verstande des vorigen §phs: so ist klar, daß wenn weiter nichts an der Maschine zu thun ist, als daß die Kraft dem Widerstand das Gleichgewicht hält, (wie man immer im ersten Augenblick, da die Kraft angreift, auch annehmen kann) so ist $P = p$. Aber eben so sehr fällt es ins Auge, daß diese Kraft verschwinden muß, wenn die Maschine folglich auch der Mensch oder das Thier mit einer Geschwindigkeit $c = h$ fortgehen sollen; wo c die jedesmalige Geschwindigkeit des angegriffenen Punkts der Maschine bedeutet. Es ist nämlich

$P = p$ wenn $c = o$

$P = o$ wenn $c = h$.

Nun hat Herr Prof. Euler a. O. O. Gleichungen gesucht, welche diesen Bedingungen ein Genüge thun. Er nimmt in der zuerst genannten Abhandlung diese an: $P = p \cdot \left(1 - \frac{c}{h}\right)^2$, in der zweyten aber folgende, $P = p\left(1 - \frac{c^2}{h^2}\right)$, welche zwar beyde, so wie viele andere, die begehrte Eigenschaft haben. Doch glaubt Herr Hofr. Karsten, und zeigt es auch §. 392 Mech. in Beyspielen, daß der letztere Ausdruck weniger als der erste mit der Erfahrung zutreffe.

Wenn man nun verlangt, daß z. E. ein Mensch mit einer bestimmten Kraft etwa von 40 ℔ in die Maschine wirken soll, so müßte man in der Gleichung $P = 40\ h = 6\ p = 60$ setzen, um c zu finden. Es ist demnach $40 = 60\left(1 - \frac{c}{6}\right)^2$. Daher $\frac{2}{3} = \left(1 - \frac{c}{6}\right)^2 = \frac{36 - 12c + c^2}{36}$, oder $-12 = c^2 - 12c$. Also $c = 6 \pm \sqrt{24}$, wo der negative Werth gebraucht werden muß. Also könnte c nur etwa 1, 1 Fuß seyn, das ist: der angegriffene Punkt nur mit 1, 1 Fuß Geschwindigkeit fortgehen, wenn der Mensch 40 ℔ Kraft ausüben soll.

Verlangt man aber 4 Fuß Geschwindigkeit, so ist $P = 60.(1 - \frac{2}{3})^2 = 60.\frac{1}{9} = 6,66$ ℔, oder der Mensch kann nur etwa mit $6\frac{2}{3}$ ℔ Kraft zur Ueberwindung des Widerstandes wirken.

§. 52.

Setzen wir $P = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2$, so ist nach §. 10 $Pc = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2 . c$; und wir werden das Moment Pc am größten, folglich den vortheilhaftesten Effekt erhalten, wenn wir c so bestimmen, daß $p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2 . c$ das größte Produkt giebt. Ich habe schon §. 10 gesagt, und in der Anmerk. den Beweis aus der höhern Mathem. geführt, daß dieß alsdann zutreffe, wenn $c = \frac{1}{3} h$ ist; folglich wenn der Mensch 2′, das

Pferd

Pferd aber 4′ Geschwindigkeit annimmt. Alsdann ist für den Menschen $P = 60 . \frac{4}{9} = 26\frac{2}{3}$ ℔; für das Pferd $186\frac{2}{3}$ ℔.

Le Sauveur, auf dessen Versuch sich alle übrigen berufen, hat gefunden, daß ein Mensch 25 ℔ in einer Stunde an einem Seile 6000 Pariser Fuß, ein Pferd aber 175 ℔ 10800′ würde fortziehen können. Belidor glaubt, Th. I. Kap. 1. §. 117, aus seiner Erfahrung behaupten zu können, daß man die letztere Zahl auf 12000 Fuß setzen könne. Wenn man beydes auf Rheinl. Maaß bringt, so sind 6000′ Par. = 6210 Rheinl. Fuß, welches auf die Sekunde $1\frac{3}{4}$ Fuß für den Menschen, so wie $3\frac{1}{2}$ für das Pferd giebt. Wenn man nun annimmt, daß le Sauveur Friktion, Schwere und Unbiegsamkeit des Seils nicht in Anschlag gebracht hat: so wird man die Gewichte so sonderlich verschieden von den Eulerschen nicht finden, und der kleine Unterschied in der Geschwindigkeit kann mit davon herrühren, weil die Bewegung von der Ruhe angieng, überdem auch der Beobachter nur auf runde Zahlen für eine Stunde gesehen zu haben scheint. Dieses von der Schätzung der Kräfte belebter Körper vorausgesetzt, handeln wir

I. Von den Handmühlen.

§. 53.

Da es unsre Absicht itzt nicht ist, ein vollständiges Maschinenbuch zu liefern, so werden wir nur

eine

eine einzige sehr einfache Einrichtung einer Handmühle beschreiben (*).

An einer Kurbel A B Fig. 18. drehen ein oder mehrere Menschen. An der Axe dieser Kurbel befindet sich auf der einen Seite ein Kammrad C D, welches so fort in den Trilling E eingreife, an dessen Axe das Mühleisen ist, von welchem der Läufer F G umgetrieben wird. Die Schwungflügel H I und k e sind an der Axe der Kurbel und des Trillings angebracht, um die Bewegung gleichförmiger zu machen. Denn die Kraft, welche an der Kurbel angebracht ist, kann nicht in jeden Lagen derselben gleich stark in die Maschine wirken. Wenn der Mensch die Kurbel von unten auf und nach sich zieht, so glaubt man seine absolute Kraft auf 100 ℔ schätzen zu dürfen. Dagegen ist sie fast gar nichts, wenn er die Kurbel von sich stößt: es wäre denn, daß die Richtung seines Arms gegen den Horizont schräge herab gienge. Alsdann, wenn der Winkel 60° ist, soll die absolute Kraft doch nur 27 ℔ betragen. Wenn man zwischen 0 und 100 das Mittel = 50 nimmt, so wäre hier $P = 22\frac{2}{9}$ ℔, woraus man sieht, daß man hier die mittlere bewegende Kraft höchstens 25 ℔ schätzen könne. Man sehe Büschens Mech. §. 48 u. 58. Hiernächst muß auch der Bug der Kurbel sehr geringe gemacht werden, damit es dem Menschen nicht zu beschwerlich, ja wohl unmöglich werde, indem er seine Stelle nicht verändert, mit den Händen sich im Kreise herum zu bewe-

(*) Man sehe mit mehrern, Belidor a. O. §. 678.

bewegen. Man giebt der Kurbel daher nicht gerne mehr als einen Fuß Bug. Ihre Axe muß über den Fußboden etwa 3 bis $3\frac{1}{2}$ Fuß erhaben seyn. Daß man indessen bey den Handmühlen die Kurbeln beybehält, scheint mir davon herzukommen, weil die geringe Wirkung einer solchen Maschine die Kosten nicht erstattet, wenn man ein großes Rad oder ein weitläuftiges Gebäude anlegen wollte, damit die Menschen (deren Anzahl nicht groß ist) an einen stehenden Haspel herumgehen könnten.

§. 54.

Handmühlen pflegen in belagerten Städten angelegt zu werden, wenn der Feind den Gebrauch der außer den Thoren liegenden Wasser- und Windmühlen genommen, oder doch sehr beschränkt hat; oder man hat sie in großen Oekonomien, um zu einer Jahrszeit, wo Wasser und Wind mangelt, sich vermittelst ihrer den unentbehrlichen Vorrath von Mehl und Schrot zu verschaffen. Es kömmt also mehr darauf an, besonders im ersten Falle, daß eine zureichliche Menge Mehl dadurch angeschafft werde; und man achtet es gewöhnlich nicht, ob man einen oder zwey Menschen mehr anstellen muß. Dieß bestimmt uns hier nach der ersten Gleichung §. 44 zu rechnen (*). Man wird nach folgender Ordnung bequem verfahren können.

1) Man

(*) Indessen läugne ich hiermit nicht, daß, da es wohl am gewöhnlichsten ist, 2 Personen bey einer Handmühle anzustellen, man auch nach der zweyten Gleichung rechnen könnte, wenn man solchergestalt die Kraft als ein Datum annimmt.

1) Man nehme a, b, c, und folglich die Anzahl der Kämme und Triebstöcke willkührlich an, doch sehe man zu, ob, wenn die Leute mit der ihnen angemessenen Geschwindigkeit von 2 Fuß in der Sekunde §. 52 die Kurbel umtreiben, auch der Läufer die gehörige Anzahl Umläufe in der Minute macht; wo nicht, so muß man die Einrichtung ändern, bis man zu einer schicklichen Bestimmung der Größen a, b, c, gelangt. Man findet dieß aber am bequemsten aus der Gleichung

Exempel. No. 1) bestimmt man a. Dieß ist, weil die Kurbel hier das Hauptrad an der Maschine abgiebt, der Bug der Kurbel. Er sey 12 Zoll oder 1 Fuß, welches nach dem vorigen §. die Menschen zu keiner lästigen Beugung des Körpers nöthigen wird.

Nun ist also die Anzahl der Umläufe der Kurbel in einer Sekunde oder nach §. 12. $\mu = \frac{2}{6,2832}$ so daß die Kurbel in 3 Sekunden einmal herum kömmt. Gesetzt nun, man giebt dem Kammrade auch den Halbmesser von 1 Fuß, so wird man 12 Kämme einsetzen können, und wenn man dem Trillinge 6 Triebstöcke (*) also ihm $\frac{1}{2}$ Fuß zum Halb-

(*) Man darf bey einer so kleinen Maschine, wo sich das etwa fehlerhafte leichter auswechseln läßt, nicht so genau auf die Regel sehen, daß die Zahl der Triebstöcke nicht in der Zahl der Kämme aufgehen muß.

chung §. 14 $\frac{60.cm}{2\nu.a\pi} = n$, wenn man die Anzahl der Kämme m willkührlich annimmt, und c die Geschwindigkeit der Kraft, und ν oder die Anzahl der Umläufe des Läufers nach den Maximen §. 52 und 46 bestimmt, oder wenn man n oder die Zahl der Triebstöcke annimmt, aus $\frac{2\nu a\pi}{60cn} = m$.

II.) Nach den Regeln des §. 36. 39 bestimme man die Größe des Schwungkolbens, und suche sein und des Mühl-

Halbmesser giebt: so läuft derselbe nochmal so oft in 3 Sekunden um, als das Kammrad und die Kurbel, d. i. einmal in $1\frac{1}{2}$ Sekunden. Eben so schnell kömmt der Mühlstein herum; folglich 40mal in der Minute, welches noch geschwinde genug ist, nach §. 46. Nach der Gleichung für n ist $\frac{60.2.12}{2.40.1.3,14} = 6$ beynahe die Anzahl der Triebstöcke.

2) Wegen der Ungleichheit in der Bewegung der Kurbeln §. 53 und §. 54 hat man es nützlich gefunden, hier Schwungkolben nicht allein an der Axe der Kurbel, sondern auch so gar an der Welle des Läufers anzubringen. Die vortheilhafteste Größe des Halbmessers dieser letztern giebt die Gleichung $\varrho = \frac{250^2.t^2}{2.\pi^2}$ Skrupel eines Rheinl. Fußes §. 36, da nämlich die Welle in $1\frac{1}{2}$ Sekunde einmal herum kömmt; so würde man $t = \frac{3}{4}$ nehmen müssen,

Mühleisens nebst des Trillings Gewichte. Wenn man nun die Menge Getraide, die z. E. in 24 Stunden abgemahlen werden soll, festgesetzet hat; so kann man aus der Belidorschen Regel §. 48, wenn man den Durchmesser des Läufers willkührlich annimmt, das Gewicht des Läufers, den man hierzu gebraucht, nebst seinem Zubehöre finden; man subtrahirt das Gewicht des

sen, um die Länge des Penduls zu finden, das in der Hälfte dieser Umlaufszeit einen Schlag thut. Seine Länge ist einerley mit $\varrho = 1780$ Skrupel oder 1 Fuß 9 Zoll 4 Linien. So weit muß also der Mittelpunkt des Schwunges des ins Kreuz gelegten Schwungkolbens von der Achse abstehen. Nimmt man Latten oder Bohlen von Buchenholz $2\frac{1}{4}$ Fuß lang $=$ c, 2 Zoll dick, und 4 Zoll breit $=$ b, so ist ihr Gewicht $=$ M $= \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,8 \cdot 64$ ℔ $= 6,4$ ℔. Es ist 0,8 die specifische Schwere des Buchenholzes. Belegt man sie mit Bleyplatten, deren Dicke 1'' die Breite ß $= \frac{1}{3}$ f, und die Länge e $= \frac{1}{2}$ Fuß, so ist, wenn des Bleyes specifische Schwere $= 11\frac{1}{3}$, ihr Gewicht $= \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot 11\frac{1}{3} \cdot 64 = 14$ ℔ $=$ N, wo die Buchstaben die Bedeutung des §. 39 behalten; a ist hier $2\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$, daraus folgt

$$\varrho = \frac{M\left(\frac{c^2}{3} + \frac{b^2}{24}\right) + N\left(\frac{e^2}{3} + ae + a^2 + \frac{B^2}{24}\right)}{M \cdot \frac{1}{2} c + N \cdot (a + \frac{1}{2} e)}$$

$=$

des Zubehörs, so hat man das Gewicht des Läufers allein. Man druckt dieß Gewicht in Kubikschuhen aus, und sucht seine Höhe nach den Regeln der

$$= \frac{6{,}4\left(\frac{81}{16.3} + \frac{1}{9.24}\right) + 14\left(\frac{1}{12} + \frac{7}{4.2} + \frac{49}{16} + \frac{1}{9.24}\right)}{6{,}4 \cdot \frac{9}{8} + 14 \cdot \frac{8}{4}}$$

$= 1$ Fuß 10 Zoll 9 Linien $= \frac{67{,}18}{35{,}2} = 1{,}9$,

welches mit dem begehrten Schwingungshalbmesser so genau, als mans verlangen kann, übereinkömmt. Besser und bequem würde man hier freylich so verfahren: Gleich Anfangs, ehe man noch No. 1. braucht, nimmt c nicht viel unter $2\frac{1}{4}$ und nicht viel über $3\frac{1}{4}$ Fuß, und nachdem man daraus und den übrigen willkührlich angenommenen Größen ϱ bestimmt hat, so kann man nun t mithin die Anzahl der Umläufe des Steins in der Minute finden, und nun erst nach No. 1. weiter rechnen. Wir haben aber hier von dem gewöhnlichen Wege nicht so weit abgehen wollen. Man weiß nun das Gewicht der Schwungkolben, des Trillings und seiner Axe aus ihrer Figur und specifischen Schwere, oder kann es bey Anlegung einer so kleinen Maschine wohl gar abwiegen. Hier wollen wir alles 178 ℔ schätzen, wovon die Schwungkolben 80 bis 82 ℔ halten. Gesetzt nun die Mühle soll in 24 Stunden 8 bis 9 oder $8\frac{1}{2}$ Scheffel Getraide, den Scheffel zu 75 ℔ gerechnet,

Bayerische Staatsbibliothek München

der Stereometrie. Man hat also R und X schon gefunden.

III) In abmahlen: so findet man aus der oben angeführten Belidorschen Regel §. 48 $N = \frac{4348 \cdot 53 \cdot 3 \cdot 8\frac{1}{2} \cdot 4}{40 \cdot 7 \cdot 120}$ $= 700$. Also das Ganze auf dem Steg liegende Gewicht etwa 700 ℔, wenn man den Durchmesser des Läufers $3\frac{1}{2}$ Fuß setzet. Davon die 178 ℔ abgezogen, giebt 522 ℔ für das Gewicht des Läufers allein. Nun läßt sich seine geometrische Figur nach Art einer cylindrischen Röhre bestimmen. Es sey die Höhe desselben $= x$, so hat man, wenn der Durchmesser des ganzen Cylinders D und des Läuferauges d genannt wird, $\frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \pi \cdot x = \frac{522 \cdot 1728}{110}$ Cubikzoll. (Ich nehme hier mit Belidor die Schwere eines Cubikfußes Mühlstein 110 Pf. an, wie die Französischen wirklich sind (*). Nun ist $D = 42''$ $d = 5''$; also $\frac{(D^2 - d^2 \pi)}{4} = \frac{1739 \cdot 3,14}{4}$. Foglich $x = \frac{903116}{150162} = 6$ Zoll $= \frac{1}{2}$ Fuß.

3) Da

(*) Man muß freylich die specifische Schwere der an jedem Orte gebräuchlichen Mühlsteine eigentlich erst untersuchen. Belidor fand es hydrostatisch dadurch, daß er ein abgebrochenes Stück mit einer Römischen Wage im Wasser und in der Luft abwog.

III) In der Gleichung $aP - fF = \frac{19}{18}\frac{b}{c}$ $(\frac{2}{3}e \cdot \frac{1}{3}R + \frac{2}{3}rX)$ ist nun alles bestimmt außer

3) Da nun bey einer Maschine wie eine Handmühle der Halbmesser des Zapfens der Mühlenwelle f nicht stärker als $\frac{1}{3}$ Zoll, und der Halbmesser des Mühleisenzapfens e nur $\frac{1}{6}$ Zoll stark seyn darf: so fehlt in der Gleichung, um P zu finden, nichts mehr zu bestimmen, als die Größe F oder die Friktion an den Zapfen der Mühlwelle. Da nun $aP - fF = \frac{38}{18}(\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot 700 + 14 \cdot 20)$ $= 646$, so ist $P - \frac{fF}{a} = \frac{646}{12} = 53\frac{5}{6}$ ℔.

Hier ist nun $\frac{fF}{a}$ derjenige Theil, welcher wegen der letztgenannten Friktion erfordert wird. Wenn man nun annimmt, daß die Kraft von 54 ℔ an der Kurbel angebracht ist: so widersteht die Maschine da, wo die Kämme in die Triebstöcke eingreifen, weil des Kammrades und der Kurbel Halbmesser gleich sind mit eben derselben Kraft. Zu der Zeit also, wenn die Kurbel vertikal herabhängt, und die Kraft horizontal ziehet, drückt der Widerstand mit derselben parallel; daher der gesammte Druck 2 . 54, d. i. 108 ℔. Wenn wir nun annehmen, daß Kurbel, Kammrad und Schwungkolben zusammen 200 ℔ wögen; so ist nach oben angeführten Regeln §. 25 der mittlere

F und P. Denn f und e müssen nur so groß gemacht werden, daß alles dauerhaft genug ist. Nun wird folglich F nach den Regeln §. 23. bis 25 bestimmt.

Druck $= \sqrt{(108^2 + 200^2)} = 227$ Pf. Davon ist die Hälfte (um das höchste anzunehmen, s. a. O.) $113 = F$; also $\frac{fF}{a} = 3$ Pf. Also $P = 54 + 3 = 57$ Pf. Es kömmt folglich $\frac{57}{25} = 2\frac{7}{25}$ = oder etwa 2 Mann heraus, welche Kräfte genug haben, die Mühle zu treiben (*). Hieraus folgt nun die ganze Einrichtung der Handmühle, welche von 2 Menschen getrieben, $8\frac{1}{2}$ Scheffel in 24 Stunden mahlet.

Der Bug der Kurbel -	= a =	12	Zoll.
Der Halbmesser des Kammrades	= b =	12	Zoll.
Der Halbmesser des Trillings	= c =	6	Zoll.
Der Durchmesser des Läufers	= 2r =	$3\frac{1}{2}$	Fuß.
Der Halbmesser des Mühleisenzapfens - - -	= e =	$\frac{7}{8}$	Zoll.
Der Halbmesser der Kurbelzapfen	= f =	$\frac{1}{3}$	Zoll.
Die Höhe des Läufers - -	=	6	Zoll.
Sein Gewicht allein - -	=	522	lb.

Der Halbmesser der Schwungkolben an der Axe des Läufers bis an den Schwingungspunkt = ϱ = 1′ 10″ bis zu äußerst $2\frac{1}{4}$ Fuß.

(*) Da besonders in belagerten Städten an Menschen kein Mangel ist, um öfters sie ablösen zu lassen.

stimmt. Da nun $P - \frac{fF}{a} =$ einer schon bekann-ten Größe gleich ist; so darf man nur zu dieser be-kannten Größe noch $\frac{fF}{a}$ hinzu setzen; so findet man P; folglich wie viel Menschen man anstellen müsse.

§. 55.

Nur der Halbmesser der an der Kurbelwelle an-gebrachten Schwungkolben ist hier unbestimmt gelassen. Wollte man ihn nach obiger Regel einrichten; so müßte er 7 Fuß und darüber, folglich müßten die ganzen Schwungflügel mehr als 14 Fuß lang werden. Dieß ist eine in vieler Absicht unschickliche Größe, und ich werde dadurch veranlasset, folgende Anmerkung beyzufügen:

Der Läufer ist $3\frac{1}{2}$ Fuß im Durchmesser angenom-men; hier nehme man ihn einen Fuß weniger an. Sein Mittelpunkt des Schwunges wird nicht viel über 10 Zoll von der Axe entfernt. Ein Pendul von die-ser Länge macht in 0, 55 Sekunden eine Schwingung.

Denn weil $\varrho = \frac{250^2 \cdot t^2}{2\pi^2}$, so ist $t = \frac{\pi\sqrt{2\varrho}}{250} = 0,55$.

Es macht daher in 1, 1 Sekunden zwey Schwingun-gen. Richtete man nun alles so ein, daß der Läu-fer in eben dieser Zeit einmal herumliefe: so würde dieß sein natürlicher Schwung seyn §. 36, und er müßte 54, 5 in der Minute herumlaufen. Läßt man ihn folglich volle 60 Umläufe machen, so ist dieß we-nig über seine natürliche Schwingung, in welcher er

sich am längsten selbst erhält, und dadurch die Gleichförmigkeit des Ganges der Maschine befördern wird, ohne daß man nöthig hat, noch besondere Schwungkolben hinzu zu fügen. Damit alles im übrigen so bleibe wie es ist, so kann man zu der Höhe des Steins noch so viel hinzusetzen, als die geringere Breite und das Gewicht der Schwungkolben austragen könnte. Nun würde aber das Kammrad, mithin auch die Kurbel 30mal in der Minute herumgehen. Der Umfang ihres Kreises ist 2.3,1416; folglich müßte der angegriffene Punkt in einer Sekunde $\frac{2 . \pi . 30}{60}$ $= \pi =$ 3,1416 Füße durchlaufen. Starke Leute können nach Belidors Zeugnisse noch wohl eine gröfsere Geschwindigkeit annehmen, und doch noch eine größere Kraft als 28 ℔ ausüben, besonders wenn man sie öfters, etwa alle Stunden, ablöset: hier würde nun letzteres nöthig seyn, und da nun die Kurbel in 2 Sekunden einmal herumgehet; so bekäme das damit verbundene Schwungrad die Länge eines Sekundenpenduls von 3 Fuß 2 Zoll zum Halbmesser, welches eine schicklichere Größe als die vorige ist. Man wird sie, auf die obige Art eingerichtet, bis ans äußerste Ende kaum länger als $3\frac{1}{2}$ Fuß machen können. Das letzt gesagte ist nur ein etwanniger Ueberschlag.

Da die Handmühle die erste Mahlmaschine ist, woran wir die Ausübung der Rechnungsregeln gewiesen haben: so wird dieß die Weitläuftigkeit entschuldi-

gen,

gen, mit welcher wir über eine so gering scheinende Maschine haben reden müssen. Wir handeln nun weiter

II. Von den Roßmühlen.

§. 56.

Wir nehmen hier wieder eine von Belidor a. O. §. 685 empfohlne sehr einfache Einrichtung zum Gegenstande unsrer Berechnung. An einem Zugarme (Fig. 14) C D wird ein oder mehrere Pferde gespannt. Dieser Zugarm ist in einer stehenden Welle A C befestiget, an welcher sich ein Sternrad E F befindet. Indem nun der Zugarm von den Pferden herumgetrieben wird, so geht zugleich die stehende Welle und das Sternrad herum. Letzteres greift mit seinen Zähnen in einen Trilling G, in dessen Axe sich das Mühleisen befindet. Es wird also von dem Sternrade der Trillinge zusammt dem Mühleisen und dem darauf liegenden Läufer herumgetrieben. Die Vorrichtung des Zugarms C D hat den Vortheil so wie überhaupt die stehenden Winden, daß die ziehende Kraft, welche nach der Tangente wirkt, beständig gegen den Hebel senkrecht bleibt. Allein wenn es nicht ein ansehnlich großer Kreis ist, in welchem das Pferd herumgeht, so wird es ihm äußerst beschwerlich, gleichsam ohne Aufhören seinen langen Körper kurz umzubeugen, wodurch auch die Kraft ihre völlig senkrechte Richtung zu sehr verliert. Es ist wohl richtig, daß die Länge des Zugarms, um dieses zu vermeiden,

18 bis 20 Fuß seyn müsse. Dieß erfordert aber einen Raum von 40 Fuß im Durchmesser, wodurch ein sehr kostbarer Bau entstehen würde. Indessen kann man darüber Herrn Prof. Büsch Vorschläge nachsehen, die uns einen Theil dieser Kosten vermeiden lehren, a. O. §. 59. Belidor verlangt einen Zugarm von wenigstens 12 Fuß.

§. 57.

Roßmühlen werden wohl gewöhnlich aus eben dem Grunde und zu eben der Absicht angelegt, welche wir §. 53 bey den Handmühlen angegeben haben. Indessen wird es unter den benannten Umständen z. E. in einer belagerten Stadt oder in einer Oekonomie nicht gleichgültig seyn, ob man ein Pferd mehr oder weniger zum Umtreiben der Mühle gebraucht. Auch würde man, wenn man die Schwere des Läufers vorher bestimmen wollte, am Ende vielleicht auf ein Resultat kommen, woraus erhellete, daß die Arbeit z. E. für ein Pferd viel zu groß, für zwey Pferde aber viel zu geringe wäre. Man wird hier also in der That besser thun, wenn man zuerst ausmacht, wie viel Pferde man anstellen will, und alsdann aus der Anstrengung der Kraft, die man ihnen zumuthen kann, die Schwere des Läufers findet. Man bedient sich demnach bey Roßmühlen der zweyten Hauptgleichung am füglichsten: $X = \frac{18}{19} \frac{e}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{2}{3} r} - \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3}$ R. §. 44.

I) Ist

I) Ist nun P durch die Zahl der Pferde gegeben: so nimmt man die Länge des Zugarms, dem vorigen §. gemäß, an; bestimmet die Anzahl der Umläufe in einer Sekunde aus der dem Pferde bey mechanischem Gebrauche zukommenden Geschwindigkeit und dem Umfange des Zirkels, worinn sie herumgehen. Es ist die Anzahl der Umläufe $\mu = \frac{60.c}{2a\pi}$, wo nämlich c die natürliche Geschwindigkeit der Pferde bedeutet. Alsdann nimmt man die in einer Minute nöthige Anzahl

Exempel. Es soll eine Roßmühle so angelegt werden, daß sie von einem Pferde getrieben werden kann. Die Theile der Maschine sollen wie in der Fig. 14 geordnet werden.

1) Ein starkes Pferd, das mit 4 Fuß Geschwindigkeit arbeitet, kann 186 ℔ Kraft anwenden. §. 52. Also ist hier $P = 186$. Wenn aber das Pferd noch ohne unbequeme Beugung seines Körpers im Kreise herum gehen soll: so muß der Zugarm bis an den angegriffenen Punkt wenigstens 12 Fuß lang seyn, vorig. §. Das giebt $a = 12$. Wollte man nun 50 Umläufe des Steins haben: so wäre $\nu = 50$. Und wenn man n gleich 7 annähme: $\frac{2.12.3,14.50.7}{60.4} = m$ der Anzahl der Zähne des Sternrades. Dieß giebt $m = \frac{3,14.10.7}{2} = 15,$

der Umläufe des Mühlsteins v an: so ist $\frac{60cm}{2a\pi v} = n$ der Anzahl der Triebstöcke, und $\frac{2a\pi . v . n}{60c} = m$ der Anzahl der Zähne im Sternrad, wie schon aus §. 14 bekannt ist. Dieß giebt also die Einrichtung der Maschine; und nachdem man eine Anzahl willkührlich angenommen, so bestimmt sich die andere; da denn die Halbmesser von Rad und Getriebe, oder die Grössen b und c in der Hauptgleichung aus m und n gefunden werden nach §. 18.

II) Nun fehlen in der Gleichung noch die Grössen e, f, F; die ersten giebt die Praxis am geschwindesten an; denn wollte man sie erst bey jedem Falle

15, 7 . 7 = 109, 9 oder 110 Zähne; wir wollen 111 nehmen, damit die begehrte Geschwindigkeit gewiß erhalten werde. Hiebey ist zugleich die Regel beobachtet, daß n nicht in m aufgehen soll. §. 16. Denn 111 : 7 = $15\frac{6}{7}$ §. Belidor, aus dem dieses Beyspiel genommen, giebt dem Sternrade 8 Füße und dem Trillinge $\frac{1}{2}$ Fuß. Also ist in der Formel $c = \frac{1}{2} b = 8$. Wir hätten auch schickliche Größen für b und c aus den Regeln des 18. §. finden können.

2) Der Halbmesser des Mühleisenzapfens e kann hier 3 Linien und f 9 Linien angenommen werden.

Die

Falle aus der Lehre von der Festigkeit der Körper suchen, so würde man viel Mühe anwenden, ohne eben eine größere Sicherheit und Genauigkeit zu erhalten; denn eigentlich müßte man die Materialien erst prüfen, da ihre Festigkeit auch bey einerley Namen so verschieden ist. Die Friktion F aber muß man so bestimmen. Es ist hier eine doppelte Friktion an den Mühlenwellenzapfen zu überwinden. Die erste entsteht aus dem vertikalen Druck der Welle nebst Sternrad und Zugarm. Man sucht also deren Schwere M, und setzt für das Moment dieser Friktion $\frac{2}{3}$ f . $\frac{1}{3}$ M nach §. 27. Die andere Friktion entsteht daher, weil die Kraft die Zapfen seitwärts gegen das Zapfenlager schiebet, und der Widerstand eben so stark entgegen drücket. Dieser Druck ist also $P + \frac{a}{b} P$, weil hier wirklich der im 23 §. betrachtete Fall vorkömmt, indem die Kräfte auch

Die Mühlwelle wird 16 bis 18 Zoll dick, und 7 bis 8 Fuß hoch gemacht, und man kann nun, wenn man die specifische Schwere des Holzes kennet, dieselbe als einen Cylinder oder als ein Prißma berechnen. Aehnliche Rechnung kann man über das Sternrad, den Zugarm und die eisernen Zapfen anstellen: so findet man M. Gesetzt es wäre 1500 ℔, so wird $\frac{2}{3}$ f . $\frac{1}{3}$ M $=$ $\frac{1}{24} \cdot 500$ $= \frac{125}{6}$; ferner da P $=$ 186, so ist $\frac{1}{2}$ f $(P + \frac{a}{b} P)$

$=$

auch hier nach einerley Richtung drücken. Die davon herrührende Friktion ist höchstens $\frac{1}{2}(P + \frac{a}{b}P)$ eben dasselbe, und ihr Moment, da sie sich am äußersten Umfange der Zapfen äußert, $\frac{1}{2}f.(P + \frac{a}{b}P)$ aufs höchste. Man kann also hier $fF = \frac{2}{3}f.\frac{1}{8}M + \frac{1}{2}f(P + \frac{a}{b}P)$ setzen.

III) Den Halbmesser des Läufers kann man nun entweder willkührlich annehmen, oder, wenn man der Maschine einen natürlichen Schwung verschaffen will, so sucht man aus der Gleichung $\varrho = \frac{250^2 t^2}{2\pi^2}$ die Länge eines Penduls, welches in der Hälfte der Umlaufszeit des Läufers einen Schlag vollendet. Zu der gefundenen Größe addirt man den dritten Theil

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} \cdot (186 + \frac{3}{2} \cdot 186) = \frac{465}{32}$. Daher ist $fF = \frac{125}{6} + \frac{465}{32} =$ dem Momente der Friktion an den Zapfen der Mühlwelle.

3) Nun fehlt in der Gleichung außer R nur noch die einzige Größe r. Diese kann willkührlich, jedoch nach Maaßgabe des 46 §. angenommen werden. Für die hier berechnete Mühle nimmt Belidor den Durchmesser 5 Fuß, d. i. $r = \frac{5}{2}$ Fuß.

4.) Wenn

Theil, so hat man den Halbmesser des Steins, §. 36 und §. 40 am Ende.

IV) Nun kann man R als die einzige noch unbekannte Größe aus den bekannten finden; und wenn man davon das Gewicht des Trillings und seiner

4) Wenn man nun hiernach weiter rechnet, so ist in der Hauptgleichung

$$X = \tfrac{1}{375} R = \tfrac{18}{19} \cdot \frac{1}{2.8} \cdot \frac{12.186 - \frac{125}{6} - \frac{465}{32}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2}} - \frac{1.2}{48.5} \cdot \tfrac{1}{3} R$$

$$\text{oder } \tfrac{1}{375} R = \frac{9}{19.8} \cdot \frac{210877.3}{5.96} - \frac{1}{360} R$$

$$\frac{79}{2520} R = \frac{9.210877}{19.8.5.321}, \text{ und}$$

$$R = \frac{9.210877.2520}{19.8.5.32.79} = 2489 \text{ ℔.}$$

So schwer kann der Läufer nebst dem Zubehör gemacht werden. Letzteres muß noch abgezogen werden, um die Höhe des Steins aus dem Inhalt zu finden. Gesetzt es sind 200 ℔: so bleibt für den Läufer allein 2289. Dieses giebt seine Höhe

$$= \frac{2289.4.1728}{110.3575.3,1416} \text{ Zolle} = 12 \text{ Zolle } 9\tfrac{1}{2} \text{ Linie;}$$

nach §. 47 Anmerk. Wollte man aber die oben angenommene Maxime, daß die Theile der Maschine einen so viel möglich natürlichen Schwung bekommen, hier in Ausübung bringen: so würde

die

seiner Axe abzieht, so bleibt die Schwere des Steins allein übrig, dessen Höhe man nun nach den Regeln

die Rechnung wohl etwas anders ausfallen. Denn 43 Umläufe in der Minute, wenn die Pferde nur mit $3\frac{1}{3}$ Fuß Geschwindigkeit fortgiengen, giebt $\frac{60}{43}$ = 1, 4 Sekunden auf einen Umlauf. Daraus findet man die Länge des mit der halben Umlaufszeit Isochronischen Penduls = 1070 Skrupel. Wenn man dazu $\frac{1}{3}$ 1070 oder 357 hinzusetzt: so erhält man 1427 Skrupel für den Halbmesser des Steins, oder 1 Fuß, 5 Zolle, 1 Linie. Wenn wir 6 Zoll völlig nehmen, so erhielte doch der Durchmesser des Steins nur 3 Fuß. Dieß verändert nun den obigen Ansatz in folgenden:

$$\frac{1}{375}R = \frac{18}{19}\cdot\frac{1}{28}\cdot\frac{12.186 - \frac{125}{6} - \frac{465}{2}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}} - \frac{1.2}{48.3}\frac{1}{3}.R$$

$$\frac{1}{375}R = \frac{19}{19.8}\cdot\frac{210877}{96} - \frac{1}{216}R$$

$$\frac{251}{7560}R = \frac{632631}{19.8.32} \text{ und } R = \frac{632631.7560}{19.8.32.251},$$

d. i. R = 3919 ℔. Dieß giebt einen viel schwerern Läufer. Allein da bey dem Durchmesser von 3 Fuß seine Höhe beynahe 5 Fuß austragen würde: so wäre es wohl sehr wider die bisher übliche Proportion der Mühlsteine, einen solchen Läufer aufzusetzen. Doch sieht man wenigstens so viel

geln der Stereometrie aus dem bekannten Halbmesser r sehr leicht findet.

Allein viel daraus, daß, wenn die oben angegebenen Maximen 1. Abschn. 4. Kap. ihre Richtigkeit haben, man nicht eben sonderlichen Vortheil davon habe, dem Läufer einen Durchmesser von 5 Fuß zu geben; sondern sich sehr wohl mit 4 Fuß begnügen lassen könne (*), wo alsdann auch eine etwas geringere Schwere, als bey einem Läufer von 3 Fuß im Durchmesser, mithin aus beyden Gründen eine geringere Höhe heraus kommen wird. Uebrigens wäre nach §. 47 ein Fall wie dieser ein Anlaß, lieber 2 Gänge anzulegen, wo denn die etwas mehr betragenden Kosten vielleicht durch den bequemern Gang der Mühle, wenn die Steine einen der Schwungbewegung gemäßen Halbmesser hätten, zureichlich ersetzt würden. Man darf, um einen ungefähren Ueberschlag zu machen, nur das gefundene Gewicht 3919 halbiren: so ist 1959 der eine Läufer mit Zubehör. Also sein Gewicht 1759 ℔. Dieß sind $\frac{1759}{110} = 16$ Kubikfuß. Also die Höhe $= 16 : \frac{2}{4} 3,1416 = \frac{16}{9.0,7854} = \frac{16}{7,0686} = 2,26$. Also 2 Fuß 3 Zolle beynahe; welches schon ein schicklicheres Verhältniß giebt.

(*) Der Läufer in einer Roßmühle, welche Beyer beschreibet, hat eine Elle 15 Zoll, oder 3 Fuß 3 Zoll im Durchmesser.

Allein ich sehe nicht, weßwegen man durchaus auf eine so große Umlaufsgeschwindigkeit des Steins, als 43 bis 50mal in einer Minute bestehen wolle. Nähme man nur 36 bis 38mal an, so siehet man schon aus §. 46, daß sich diese Geschwindigkeit für einen Läufer von 5 Fuß sehr wohl schicket. Gesetzt man machte nun den Zugarm nach dem vorigen §. 18 Fuß lang, so ist $m = \frac{7 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 3,14}{60 \cdot 4}$ (14§.) = 118,69 Zähne des Sternrades, wofür man 120 annehmen kann, welches eine bequeme Eintheilung, und den Halbmesser des Sternrades etwa 10 Fuß giebet. Hieraus kann man nun die Schwere und Höhe des 5 Fuß breiten Läufers aus der Formel berechnen. Man sieht übrigens weßwegen man bey einer Roßmühle nicht gut ein Schwungrad oder Schwungflügel anbringen kann. Wenn sie ihren natürlichen Schwung haben sollten, so müßte ihr Schwingungspunkt z. E im letzten Falle so weit von der Axe entfernt seyn, als die Länge eines Penduls, welches 15 Sekunden schlägt. Eine ungeheure Größe! Wollte man die Schwungflügel kürzer machen, so müßten sie, um noch einige Wirkung zu thun, ausnehmend schwer werden, und wodurch die Friktion zu sehr vermehrt würde.

§. 58.

Nach dem Plan meiner Abhandlung habe ich lieber zeigen wollen, wie man auf die üblichsten oder doch einfachsten Arten der Hand- und Roßmühlen die allge-

allgemeinen Regeln der Maschinenlehre anzuwenden habe, als eine Beschreibung der mannichfaltigen Arten derselben beyfügen, welche in Mühlen- und Maschinenbüchern vorkommen. Man findet beym Belidor a. O. §. 677, 682 und 683 andere Arten von Handmühlen, so wie auch §. 684 noch eine Roßmühle beschrieben. Man wird sie eben nicht vortheilhafter finden. Einige würde man ganz nach den angegebenen Regeln berechnen können. Bey einer andern §. 682 nimmt der Mensch sein Gewicht zu Hülfe, da man denn p §. 52 wohl 80 bis 100 ℔ schätzen kann. Allein dafür kann auch nur jedesmal ein Mensch arbeiten, wenn nämlich der Arm der Kurbel herunter geht. Diejenige Art, an welcher Schnüre vorkommen, erfordert eine eigne Berechnung, welche man in J. Kraftens Mech. II. Th. §. 272 und §. 274 findet. Wir überheben uns von Mühlen, welche von Menschen und Thieren durch Treträder und Tretscheiben bewegt werden, hier etwas zu sagen, weil wir wirklich glauben, daß diese Vorrichtung bey Kornmühlen immer schlecht angebracht ist. So stark auch der Schwung des Mühlsteins würde, so geräth doch das Rad oder die Scheibe in einen zu geringen Schwung, und der Stein, welcher nicht genug über die träge Masse der letztern vermag, wird bey der geringsten Unregelmäßigkeit am gleichförmigen Umgang von ihnen gehindert. Meines Bedünkens werden solche Mühlen, welche unaufhörlich stocken, nur Schrot, aber kein Mehl geben. Wenn wir in der Folge von den Was-

serkünsten reden, wo eine langsame Bewegung der Kolbenstangen nützlich ist, werden wir dieser Vorrichtung ihr Recht widerfahren lassen, und ihre Regeln sorgfältig entwickeln.

Drittes Kapitel.

Vorläufige Regeln, die Geschwindigkeit und Menge des Wassers in einem Strome zu finden.

§. 59.

Ungeachtet die Alten sich des Wassers wenig oder gar nicht zur Bewegung großer Maschinen bedienet haben, §. 1. so ist doch dasselbe gewiß unter allen mechanischen Kräften die vortheilhafteste. Es sind die häufigsten Gelegenheiten, es in zureichlicher Menge und mit ansehnlicher Geschwindigkeit auf das Hauptrad der Maschine zu leiten. Es läßt sich lenken, wohin man es haben will, und da unaufhörlich ein Theil an die Stelle des andern von selbst tritt, so ist es nicht zu ermüden, wie die Thiere; und großen Theils kann auch alles so eingerichtet werden, daß die Menge und Geschwindigkeit einerley bleibt, so, daß es in seiner Wirkung lange so veränderlich nicht ist, wie der Wind. Daher bedient man sich heutiges Tages auch keiner Maschinen so gern, als derjenigen, welche vom Wasser getrieben werden, die, wenn man sie einmal angelegt hat, am wohlfeilsten zu unterhalten, und fast ununterbrochen zu gebrauchen sind.

§. 60.

§. 60.

Da es aber nothwendig ist, die wirkenden Kräfte zu kennen, wenn man von der Größe der Wirkung urtheilen, oder eine bestimmte Wirkung durch sie hervorbringen will; so wird man auch, wenn eine Mühle an einem Bache oder Strome angelegt werden soll, vorher untersuchen, wie groß die Gewalt des Stroms sey, um zu wissen, ob sie zu unsern Absichten hinreichen, ob wir sie ganz, oder nur einen Theil davon gebrauchen u. m. Wir können hier wohl so viel wenigstens annehmen, daß die Gewalt des Stroms aus der Menge Wasser beurtheilt werden müsse, die er in einer gewissen Zeit, (wozu wir eine Sekunde annehmen) schüttet. Jedermann sieht nun leicht ein, daß, wenn man den Durchschnitt eines Baches im Quadratmaaße kennete, und hiernächst die Länge des Wasserkörpers wüßte, der in einer Sekunde durch diese Durchschnittsfläche durchgeschoben würde, so wäre die Wassermenge in einer Sekunde in Cubikfußen dem Produkte aus der Durchschnittsfläche in die Länge des Wasserstrals gleich. Da es nun sichtbar ist, daß diese Länge einerley mit der mechanischen Geschwindigkeit des Wassers, d. i. mit dem Raum sey, den das Wasser oder jeder noch so kleine Theil desselben in einer Sekunde zurückleget: so kömmt es zunächst darauf an, diese Geschwindigkeit zu finden.

Die Auflösung dieser Aufgabe würde für den Praktiker leichter oder doch zuverläßiger gemacht werden können, wenn er annehmen dürfte, daß die Geschwin-

digkeit in jeder Tiefe des Durchschnitts einerley wäre. Dieß kann man aber nicht einmal in regulär gebildeten Kanälen oder genauen Parallelepipeden, vielweniger bey Bächen und Strömen voraus setzen, deren Durchschnittsflächen fast ein Rechtecke sind, und deren Boden und Seitenwände aus so mancherley Materien bestehen, die der Art und Gestalt nach den freyen Abfluß hindern. Dieß veranlasset mich hier, ehe ich die Methoden erzähle, die Geschwindigkeit der Ströme zu messen, vorher noch einige aus der Theorie gezogene Regeln anzuführen, die an sich brauchbar sind, und zugleich zeigen, was man in Betrachtung ziehen muß, um die Geschwindigkeit nach den Versuchen so zu bestimmen, daß man sich der eigentlichen Wassermenge möglichst nähern möge.

§. 61.

Hier wird es nun erlaubt seyn, aus der Hydraulik vorauszusetzen, daß die wirkliche Geschwindigkeit, womit das Wasser aus einem vollen Gefäße ausfliesset, für jeden Tropfen eben dieselbe ist, welche derselbe durch den freyen Fall von eben der Höhe, als in welcher das Wasser im Gefäß über der Ausflußöffnung stehet, erhalten könnte. Wenn daher $\propto$ diese Höhe ist, so ist nach den Gesetzen des Falls die Geschwindigkeit jedes Wassertropfens c der Quadratwurzel aus der Höhe proportionirt und gleich eben dieser Wurzel mit $2\sqrt{g}$ multiplicirt. Das erste drückt man so aus, $c = \sqrt{\propto}$, woraus $c^2 = \propto$

gefol-

gefolgert wird (*). Wenn daher c die mechanische Geschwindigkeit bedeutet, so ist auch hier wie beym freyen Fall schwerer Körper $c = 2\sqrt{\infty g}$ und $\frac{c^2}{4g} = \infty$.

(*) Den vollständigsten Beweis giebt die Rechnung des Unendlichen. Wer diese nicht weiß, muß sich außer dem, was die Erfahrung angiebt, etwa mit folgenden Betrachtungen begnügen. Wenn in einem Gefäße (Fig. 15) ABCD, das bis AB voll gehalten wird, eine Oeffnung nv im Boden entstünde, so ist es natürlich zu denken, daß die Geschwindigkeit, womit das Wasser ausfließt, nachdem es, wie immer bald geschieht, in einen Beharrungsstand gekommen, sich nach der Höhe der Wassersäule richte, die über der Oeffnung stehet. Diese Höhe ist ln = BC, und druckt die Kraft aus, wovon die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers die Wirkung ist. Da aber wirklich bewegende Kräfte sich wie die Quadrate der Geschwindigkeit verhalten, die von ihnen hervorgebracht werden, so ist für die Geschwindigkeit c, des ausfließenden Wassers c^2 wie BC, und c wie VBC. Allein hieraus folgt nur erst das Verhältniß der Geschwindigkeiten bey verschiedenen Höhen der Wassersäulen. Es ist aber ein Grundsatz, daß die durch gleiche Zeiträume wirkenden Kräfte sich verhalten, wie der Raum, durch welchen sie einerley Widerstand in derselben Zeit durch bewegen. Gesetzt das Wassertheilchen pnoq würde durch den freyen Fall durch den Raum PQ in eben der Zeit getrieben, da es vom Druck des Wassers durch pn geht; so ist, weil doch in beyden Fällen das Gewicht der Wassersäulen die Bewegung hervorbringt, und außer sich wie

§. 62.

Ungeachtet es einerley ist, ob die Ausgußöffnung, wovon wir im vorigen §. redeten, im Boden des Gefäßes, oder auf der Seite desselben ist; so sieht man doch wohl, daß eben darum, weil die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers auf der Höhe der darauf druckenden Säule beruhet, so bald die vertikale Höhe der Oeffnung nicht unendlich klein ist, auch diejenigen Wassertheile, die an niedrigen Stellen der Oeffnung ausströmen, eine größere Geschwindigkeit, als die obere erhalten werden. Hier wollen wir nur solche Oeffnungen betrachten, die bey den vorhabenden Maschinen am meisten vorkommen, nämlich Rechtecke; und zuerst den Fall vornehmen, wo das Wasser, welches in einem viereckigten Behälter oder Parallelepipedum A C K B enthalten ist, durch dessen Seitenöffnung K B ausströmet. Wir dürfen zu dieser Absicht nur die Mittellinien D E betrachten; so sey E F die Geschwindigkeit des niedrigsten Wassertropfens,

B C zu p n verhält; B C : p n = p n : P Q, und p n = $\sqrt{BC}$. P Q. Nun sey x die Geschwindigkeit, womit das Wasser wirklich ausfließt, H diejenige, welche der Fall durch B C, und h die, welche der Fall durch P Q hervorbrächte; so ist H : h = $\sqrt{BC}$: $\sqrt{PQ}$ und h : x = P Q : p n, dieß giebt H : x = P Q . $\sqrt{BC}$: $\sqrt{PQ}$. p n = $\sqrt{(PQ.BC)}$: $\sqrt{(PQ.BC)}$ wenn man mit $\sqrt{PQ}$ dividirt, und für p n seinen Werth substituirt. Daher ist X = H, d. i. die Geschwindigkeit des Ausflusses gleich der, welche mit dem Fall durch B C erhalten wird.

tropfens $= c$ und $GH = x$ sey die Geschwindigkeit desjenigen Tropfens, der an einer höhern Stelle bey G ausfließt. Ferner sey $DE = \infty$ die ganze Höhe, und $DG = x$: so ist vermöge §. 60 $y : c = \sqrt{x}, \sqrt{\infty}$ oder $y^2 : c^2 = x : \infty$. Daher ist $y^2 = \frac{c^2}{\infty} x$, wodurch man also für jede Tiefe x unter D die Geschwindigkeit finden kann. Aber $y^2 = \frac{c^2}{\infty} x$ ist eine Gleichung für eine Parabel. Daher wird die Gränzlinie DHF eine Parabel werden, wo die beständige Größe $\frac{c^2}{\infty}$ der Parameter ist.

§. 63.

Gesetzt, man suchte nun die Wassermenge A, welche durch die Oeffnung BK in einer Sekunde ausfließet: so ist erstlich $c = 2\sqrt{\infty g} = \sqrt{\infty} . 2\sqrt{g}$. Man braucht nun weiter nichts als die Größe des prismatischen Körpers zu suchen, dessen Basis das Stück einer parabolischen Fläche ist, die durch die mechanischen Geschwindigkeiten jeden Tropfens, der durch DE ausfließt, bestimmt wird, und dessen Höhe der Breite $KM = b$ der Oeffnung gleich ist. Eine solche parabolische Fläche ist vermöge der Breite von Archimedes gefundenen Quadratur derselben $\frac{2}{3} DE \times EF$. „Daher ist $A = \frac{2}{3} KM . DE . EF = \frac{2}{3} b . \infty$ „$\sqrt{\infty} . 2\sqrt{g}$. A ist also die Wassermenge, die in „einer Sekunde durch eine viereckigte Oeffnung, wie „KB, deren Höhe ∞, und deren Breite b ist, aus„fließet.„ Wir stellten uns KB wie die Seiten-

öffnung eines Gefäßes A C K B vor. Es ist ab
sichtbar, wenn A C K B ein langer Kanal ist, d
immer voll erhalten wird, und am Ende eine Au
gußöffnung K B hat, so werde, weil hier ein B
harrungsstand angenommen wird, überhaupt durch j
den Querschnitt in jeder Sekunde so viel Wasser zu
fließen müssen, als durch K B in dieser Zeit abfließet.

§. 64.

Das Wasser floß durch K B auf solche Art ab,
daß jedes Theilchen eine größere Geschwindigkeit er
hielte, je tiefer es unter dem Spiegel oder der Ober
fläche erniedriget war. Man sieht überhaupt wohl
ein, daß eine Geschwindigkeit gedacht werden könne,
die wenn sie allen Wassertheilchen zukäme, gerade eben
eine solche Wassermenge in einer Sekunde geben wür
de, als man bey den verschiedenen Geschwindigkeiten
der höher und tiefer ausfließenden Theile erhält. Da
sie größer als die geringste, und kleiner als die größte
Geschwindigkeit seyn muß, also zwischen diesen bey
den lieget, so nennt man sie die **mittlere Geschwin
digkeit**, da sie in jedem Wassertropfen gleich angenom
men wird; so würde der durch B K in einer Sekunde
ausfließende Wasserkörper ein Parallelepipedum seyn,
dessen Grundfläche K B, seine Höhe aber diese mitt
lere Geschwindigkeit selbst wäre. Aber dieses Paralle
lepipedum müßte von einerley Größe mit dem parabo
lischen Körper seyn, dessen Inhalt gleich der Wasser
menge $A = \frac{2}{3} b \propto \sqrt{\propto} \cdot 2\sqrt{g}$ war. Es sey

also die mittlere Geschwindigkeit $= V$, so ist $KB.V = b.\propto.V = \frac{2}{3} b \propto V \propto . 2V g$ oder $V = \frac{2}{3} V \propto . 2V g$, und da $V \propto . 2V g$ die größte Geschwindigkeit war, §. 63, so sieht man hieraus, daß die mittlere Geschwindigkeit zwey Dritttheile von derjenigen ist, womit der niedrigste Wassertropfen durch den Querschnitt BK fließet.

§. 65.

Wenn das Gefäß ACKB auch viel breiter oder tiefer als die Oeffnung wäre, und doch die Oeffnung selbst noch eine merkliche Größe, wie von einem oder mehrern Quadratfüßen hat, so wird für den Beharrungsstand, d. i. wenn der Behälter sich immer wieder füllet, dennoch die Wassermenge A wie §. 63 gefunden. Daher wenn die Höhe, in welcher das Wasser erhalten wird, wie auch die Höhe $BM = \propto$ des Ausgusses gegeben, und zugleich bekannt ist, wie stark der Zufluß des Kanals oder Behälters, d. i. die Wassermenge, die er in der Sekunde geben kann, ist; so wird die Breite, welche die Oeffnung haben muß, gefunden. Denn $A = \frac{2}{3} b \propto V \propto . 2V g$. Daher $b = \frac{A}{\frac{2}{3} \propto V \propto . 2V g}$ oder $b = \frac{4A}{4 \propto V \propto g}$.

§. 66.

Alle diese Regeln werden nun bey solchen Kanälen, welche die Gestalt von Parallelepipedis haben, wie

die Mühlgerinne, Mühlgraben u. s. w. sich alsdann mit ziemlicher Genauigkeit anwenden lassen, wenn dieselben horizontal sind, oder doch nicht merklich von der horizontalen Lage abweichen. Je glätter und fester auch die Einfassungen solcher Kanäle sind, je weniger wird das Reiben hier eine Hinderniß machen. Wie sich aber die Sache verhalte, wenn ein geneigtes Gerinne mit einem Wasserbehälter verbunden ist, wird sich unten, wo von der Einrichtung unterschlächtiger Wassermühlen gehandelt wird, bequemer zeigen lassen. Hier merke ich nur an, daß bey der gewöhnlichen Einrichtung der horizontalen Mahlgerinne, wenn das Wasserrad dem Ausgusse so nahe als möglich gebracht wird, die Friktion in keinen sonderlichen Anschlag kömmt. Soferne nun Bäche und Flüsse mit der angegebenen Gestalt und Beschaffenheit horizontaler und glatter Kanäle übereinkommen, ließe sich auch nach den angegebenen Regeln ihre Geschwindigkeit am Grunde und daraus die mittlere finden. Darum geben auch wohl die praktischen Schriftsteller die Regel, daß man die Wassermenge, welche ein Bach giebt, an einer solchen Stelle suchen soll, wo der Grund fest oder kiesigt ist. Allein überhaupt genommen, sieht man doch wohl, daß die mittlere Geschwindigkeit hier schwerlich nach der Regel des 64. §phs werde bestimmt werden können. Man hat durch die Erfahrung ziemlich übereinstimmend gefunden, daß, wie es auch wegen des Reibens an einem mehr oder minder rauhen Boden begreiflich ist, das Wasser in den natürlichen

Flüssen

Flüssen am Grunde langsamer läuft, als gegen die Mitte der Stromtiefe, und daß seine Geschwindigkeit dann gegen die Oberfläche zu, wie es die Theorie auch angiebt, wiederum abnimmt. Eben so läuft es gegen dem Ufer zu viel langsamer als gegen die Mitte oder in dem eigentlichen Stromstriche, wo es daher sogar auch gewöhnlich etwas niedriger als auf den Seiten ist. Dieß alles leidet noch mannigfaltige Abänderungen nach der jedesmaligen Beschaffenheit der Seiten und des Grundes vom Strombette. Hieraus ist nun so viel sichtbar, daß man sich in den meisten Fällen merklich in Absicht der ganzen Wassermenge, die man wissen wollte, irren könnte; wenn man die Geschwindigkeit des Stroms nur an einer der angegebenen Stellen suchte, und diese nun allenthalben gleich annehmen wollte. Man kann sich hier nicht anders helfen, als daß man entweder die Geschwindigkeit an mehrern Stellen der Tiefe und Breite suchte, und aus allen das Mittel nähme, oder durch einen künstlichen Bau, wie unten gewiesen werden soll, diesen Fall auf den vorhergehenden leichtern zurückführte.

§. 67.

Ich werde nunmehr einige Methoden anführen, und nach diesen Grundsätzen beurtheilen, deren man sich bedienet, die Geschwindigkeit eines Baches oder Stroms, dessen Wasser etwa eine Maschine treiben soll, zu finden.

1) Gewöhnlich bedienet man sich dazu einer Kugel, deren specifische Schwere wenig geringer ist, als des

Was-

Wassers. Bayer in der Mühlenbaukunst S. 10, §. 4, nimmt eine Wachskugel (oder Spahe); Herr O. C. R. Silberschlag aber (*) schlägt eine wohl polirte hohle messingene Kugel vor, die mit einer vermittelst einer Schraube zu verschließenden Oeffnung versehen ist, damit man gerade so viel Wasser einlaufen lassen könne, als erfordert wird, wenn die Kugel mit $\frac{1}{4}$. bis $\frac{1}{3}$ ihres Durchmessers, der 7 Zoll beträgt, über dem Wasser hervorragen soll. Eine solche Kugel läßt man von einer Stelle des Stroms, wo er einen sichtlich geraden Lauf hat, und die man durch ein am Ufer gesetztes Zeichen genau bemerkt, ausfließen; und misset aufs genaueste den Weg, den sie bis gegen ein anderes weiter unten gesetztes Zeichen zurückleget. Man zählet unterdessen an einer Sekundenuhr (**), die Zeit, welche die Kugel den Weg zurück zu legen gebraucht: „so kann man daraus die mechanische Geschwindigkeit „des obern Wassers finden, wenn man mit der Anzahl der Sekunden den Weg dividirt.„ (***) Weil aber

(*) Hydrotechn. Th. I §. 36, wo man die ganze Operation mit diesem Werkzeuge aufs genaueste nach allen dabey zu beobachtenden Vorsichtigkeiten beschrieben findet.

(**) Bayer a. O. schlägt ein Pendul vor, das halbe Sekunden zeigt, folglich 9″ $2\frac{1}{8}$‴ Pariser Maaßes lang seyn müßte.

(***) Man sieht wohl, je kürzer der Weg ist, den man die Kugel durchschwimmen läßt, um so viel stärker wird der Irrthum seyn, wenn man in der Beobachtung der Zeit eine Sekunde verfehlet. Je länger aber der zurückgelegte

Weg

aber doch solchergestalt nur die Geschwindigkeit des obern Wassers gefunden wird, es auch schwer wird zu erhalten seyn, daß die Kugel auf dem Wasser nach einem geraden Striche fortgehe; so scheint folgende Methode mehrere Genauigkeit zu versprechen.

II) An ein vertikales Brett wird in einem Einschnitte eine unten horizontal gebogene gläserne Röhre Fig. 17. angebracht. Sie ist oben und unten offen. Der umgebogene Theil B C D erweitert sich nach C D zu wie ein Trichter. Es kann zu allen Absichten genügen, wenn die vertikale Röhre A B 6 Fuß lang ist, und der horizontale Theil 1 Fuß beträgt; zu der hiesigen Absicht könnte auch wohl beydes in den meisten Fällen noch kürzer seyn. An den Seiten der vertikalen Röhre ist das Brett sehr genau in Zolle und noch kleinere Theile, etwa von B an, eingetheilt. Senkte man nun diese Röhre vertikal in ein stillstehendes Wasser: so würde dasselbe in derselben mit der äussern Wasserfläche gleich hoch steigen. Senkt man sie aber in fließendes Wasser auf solche Art ein, daß der horizontale Theil dem Stromstrich gerade entgegen gerichtet ist (*): so wird das Wasser in der Röhre über die

Weg ist, desto eher kann man in der Voraussetzung irren, daß die Geschwindigkeit durch diese ganze Strecke dieselbe sey. Bayer a. O. nimmt 20′; aber Herr Silberschlag 100 Fuß dazu an.

(*) Dieß Instrument im Wasser fest zu erhalten, finde ich nirgend angegeben. Ein Fuß mit 3 scharfen Spitzen, die

die Wasserfläche steigen, und nicht eher ruhig stehen, bis die Wassersäule E F der Gewalt des bewegten Stroms, d. i. seiner Geschwindigkeit das Gleichgewicht hält. Es sey nämlich E F $= \propto$, so kann man sich vorstellen, daß eine Wassersäule von dieser Höhe verursachen würde, daß das Wasser aus D C mit der Geschwindigkeit $c = 2\sqrt{\propto g}$ ausfließen wollte. Soll das verhindert werden, so muß das Stromwasser mit eben der Geschwindigkeit $2\sqrt{\propto g}$ entgegen kommen, wo alsdenn ein Gleichgewicht entstehen wird. Hieraus hat man die Regel gezogen: „ Es sey das Instrument gehörig ins Wasser gesenkt, und in der vertikalen Röhre stehe das Wasser um die Höhe $\propto$ hervor; so ist in der Tiefe, wo sich die Axe der horizontalen Röhre befindet, die Geschwindigkeit des „ Stroms oder $c = 2\sqrt{\propto g}$. „ Z. E. wenn $\propto = 7''$ Rheinl. Maaß, so ist $c = 2\sqrt{\frac{7}{12}} \cdot 15{,}625 = 5{,}75$ oder $5\frac{3}{4}$ Fuß.

Dieses Instrument, dessen Gebrauch von den meisten so wie hier angegeben wird, ist von Herrn Pitot Memoires de l'Acad. de Par. Année 1732 zuerst bekannt gemacht worden. Es werden ihm von praktischen Schriftstellern, wie von Belidor Arch. Hydr. Livr. I. §. 613 f. f. und von Herrn Silberschlag Hydro-

die in den Grund einbohrten, die sich in eine eiserne Stange vereinigten, woran das vertikale Brett vermittelst einer Hülse auf- und ab geschoben, nnd etwa in beliebiger Tiefe angeschroben würde, möchte nicht undienlich seyn.

drotechtn. Th. I §. 37 der Vorzug vor allen übrigen zugestanden. Ersterer versichert, daß er es öfters gebraucht, und zuverläßig befunden habe §. 613, und giebt die besondern Vortheile §. 614, ich sollte nicht denken auf die bloße Autorität des Pitots, auf eine solche Art an, daß ich glauben muß, man werde nicht zu viel die Wahrheit verfehlen, wenn man sich der gegebenen Regel bedient. Indessen will ich nicht in Abrede seyn, daß man, um manchen Erinnerungen auszuweichen, besser thue, nur zu behaupten, daß sich die Geschwindigkeiten wie $2\sqrt{\propto} g$, d. i. wie $\sqrt{\propto}$ verhalten, als daß sie völlig damit gleich seye. S. Herrn Hofr. Karsten a. O. §. 107. Herrn Hofr. Kästner Hydrodyn. §. 293 - 296. Doch würde es auch schon sehr vortheilhaft seyn, diese Verhältnisse in verschiedener Tiefe u. s. w. zu finden.

III) Von einer dritten Methode die Geschwindigkeiten in jeder Tiefe zu finden, kann ich hier nur die Regeln anführen; weil der etwas weitläuftige Beweis in Sätzen der Mechanik und Hydraulik gegründet ist, die hier nicht angeführet worden sind. Es sey ACB ein Quadrant, dessen Umfang AB in Grade u. s. w. eingetheilt ist. An einem in seinem Mittelpunkt C befestigten Faden hängt eine Kugel P, deren specifische Schwere die Wasserschwere übertrifft, an einem Faden herab, den man verlängern und verkürzen kann, nachdem es die Umstände erfordern. Man bringt den Quadranten in die vertikale Lage, und richtet ihn so, daß CA senkrecht auf die Oberfläche des Stroms,

CB

CB aber mit derselben parallel ist, indem der Strom in einer Richtung fließet, die von C nach B gehet. Wenn man nun das Gewicht ins Wasser senkt, so wird die Gewalt des Stroms es von der lothrechten Lage um einen Winkel wie A C P abführen. Hat man nun diesen Winkel und zugleich die Höhe des Punkts C über dem Wasser oder C G bemerkt; so ergiebt sich das rechtwinklichte Dreyeck C P S, mithin C S — C G = G S oder die Tiefe der Kugel P unter dem Wasser. „ Man nenne den Winkel A C P, ∝ „ und einen Winkel den das Loth bey irgend einer „ andern Tiefe zeigt ß; so verhalten sich die Geschwin- „ digkeiten in diesen verschiedenen Tiefen wie $\sqrt{\text{tang}} \propto$: „ $\sqrt{\text{tang}}$ ß. Hätte man folglich nach I die absolute „ Geschwindigkeit in der Oberfläche, und auch den „ Winkel ∝, welchen das Loth am Quadranten zeigt, „ wenn es nahe an der Oberfläche im Wasser sich be- „ findet, gefunden: so könnte man es tiefer einsenken, „ die Tiefe und den zugehörigen Winkel ß bemerken „ und nun schließen $\sqrt{\text{tg}} \propto$ zu $\sqrt{\text{tg}}$ ß die Ge- „ schwindigkeit in der Oberfläche zu der Geschwindigkeit „ in der andern Stelle. „

Will man unmittelbar aus diesem Versuch die Geschwindigkeit in jeder Tiefe bestimmen: so giebt die Theorie folgende Regel: „ Es ist c = „ $4\sqrt{\frac{2}{3}\frac{\delta - \gamma}{\gamma}}$ g r tg ∝, wo ∝ den Abweichungs- „ winkel γ die eigne Schwere des Wassers, δ die eigne „ Schwere der Materie der Kugel, r den Radius der Ku-

gel

„ gel bedeutet,„ S. Karst. Hydr. a. O. §. 105. Die letztere Regel hat man durch Versuche ziemlich bestätigt gefunden. Man sehe hievon Kästn. a. O. §. 284, wo in den vorhergehenden und folgenden §phs eine Menge Methoden, die Geschwindigkeit der Ströme zu messen, mit den einsichtsvollesten Betrachtungen über ihre mehrere oder mindere Zuverläßigkeit angeführt sind. Die Methoden sind mehrentheils aus den berühmten Italiänischen Schriftstellern, Gulielmini, do Grandi, Manfredi, Poleni, welche sich durch die schweren Aufgaben, die ihnen ihre vaterländischen reissenden Ströme vorlegten, klug studirt haben, und aus dem Mariotte gezogen. Mir gefällt unter andern der Gedanke Manfredis, der sich die Mühe gab, vermittelst sehr sinnreicher Vorrichtungen, das Pendel in stillstehendem Wasser mit bestimmten Geschwindigkeiten fortzuführen, und die Winkel in einer Tabelle zu bemerken, die es bey jeder Geschwindigkeit mit der Wasserfläche machte. Da es nun einerley Winkel geben muß, wenn das Pendel an dem stillstehenden Quadranten von einer eben so großen Geschwindigkeit des bewegten Wassers gehoben wird, als diejenige war, womit vorher das Pendel durch das stehende Wasser fortgezogen wurde, so durfte man nun nur den bey der Einsenkung in den Strom gefundenen Winkel mit dem in der Tabelle vergleichen, und die daneben bemerkte Geschwindigkeit für die senkrechte Tiefe rechnen, in welcher das Pendel sich unter der Oberfläche des Stroms befand. Kästn. a. O. §. 287 f. f.

§. 68.

Nunmehr können wir leicht die Methoden zeigen, deren man sich bedienet, um die Größe des Wasserkörpers wirklich zu berechnen, der in einer Zeitsekunde durch den senkrechten Querschnitt eines fließenden Wassers fortgeschoben wird.

I. Vorläufig merke ich noch einmal an, daß, wenn uns die Wahl der Stelle, wo wir die nöthigen Messungen anstellen wollen, gelassen ist, wir eine solche aussuchen müssen, wo der Grund und die Seitenufer am festesten, und so genau als möglich ebene Flächen ohne Vertiefungen und Krümmungen sind.

II. Dann zieht man quer über den Strom eine gerade Linie (*), und misset an derselben entweder unter gleichen oder doch bemerkten Abständen die Stromtiefen, vermittelst Meßstangen, oder dem Bleyloth, das man senkrecht auf den Grund zu bringen sucht. Je reissender der Strom ist, desto schwieriger wird dieß; indessen kann man das Bleyloth doch mehrentheils schwer genug machen, daß es der Fahrt des Wassers widerstehe.

III. a) Vermittelst der gemessenen Breite des Bachs und der auf derselben senkrecht von Ort zu Ort aufgetra-

(*) Bey nicht zu breiten Strömen könnte man wohl dazu einen Strick überziehen; sonst aber muß man wenigstens visiren, daß die Stelle, in welcher der Kahn, aus welchem die Stromtiefen erforscht werden, sich immer in der geraden Linie befinde. Man sehe aber das ganze Geschäfft Silberschlags Hydrotechn. a. O. 184 f. f. §. §.

getragenen Stromtiefen erhält man eine vielseitige Figur, deren Fläche sich geometrisch berechnen läßt.

Nun sucht man nach §. 68 die obere Geschwindigkeit nur in einem Streifen gewöhnlich in der Mitte der Strombahn oder des Wasserlaufs, und nimmt sie zugleich als die mittlere an, und multiplicirt damit die Durchschnittsfläche, so hat man den Inhalt eines Prisma, welches unter gewissen Umständen der Wassermenge gleich gesetzt werden darf, wenn es nur nicht auf die größte Genauigkeit ankömmt. Je genauer man die erste Regel hat befolgen können, um so viel weniger wird man hier von der Wahrheit abweichen, auch die erste Art des 67. §. die Geschwindigkeit zu messen anwenden können. Allein ich will lieber

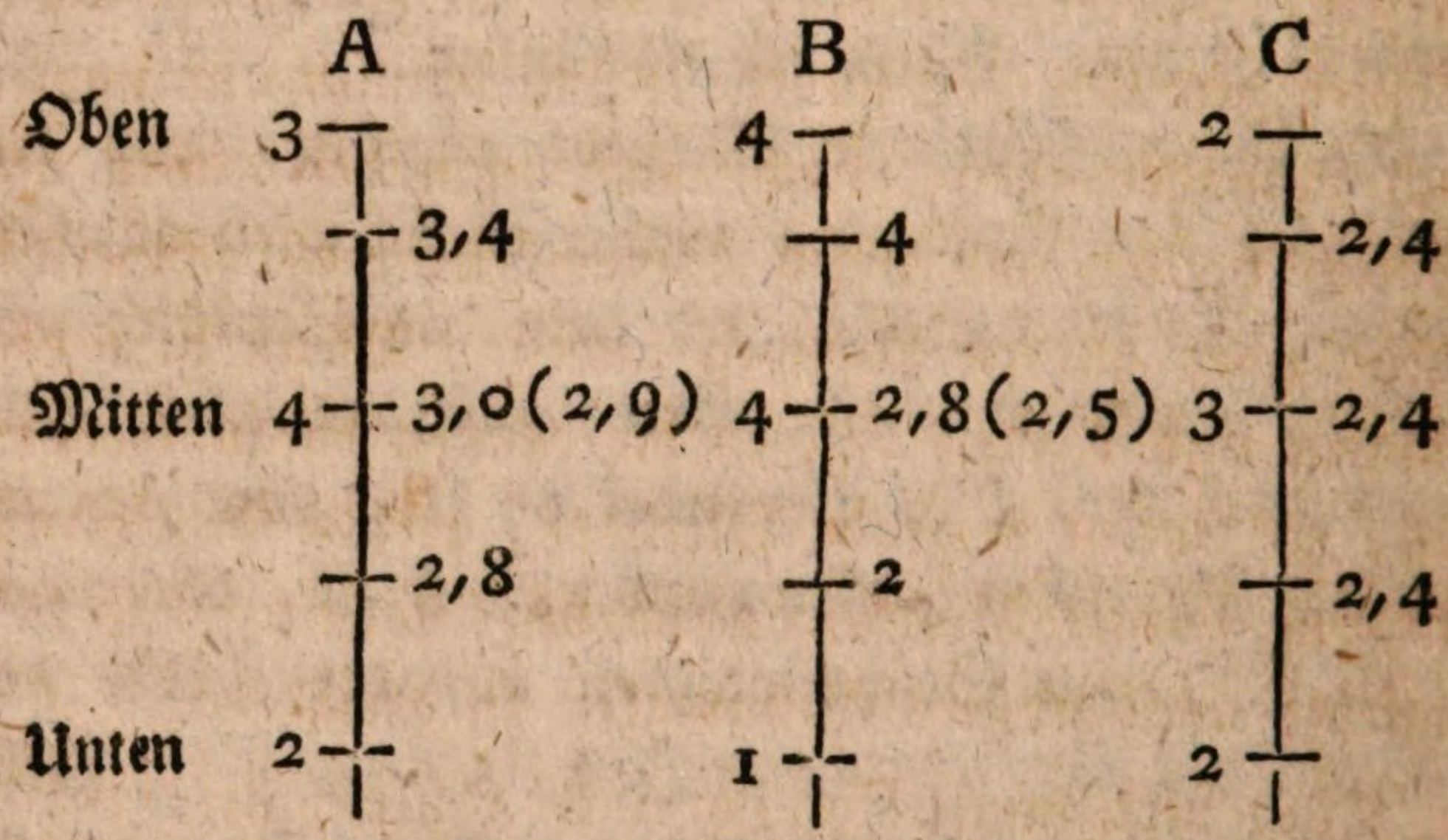
b) die vollständigere Methode angeben, von der man nach den Umständen immer etwas wird ablassen können. An jeder Stelle, wo man das Senkbley niederläßt, mißt man die obere Geschwindigkeit entweder nach 67 I (*), oder nach 67 III, dann vermittelst des Pitotschen Instruments nach 67 II, oder nach 67 III (**) eine Geschwindigkeit auf der Hälfte der

(*) Dieß giebt Herr Silberschlag a. O. an; nur ist mir, als wenn die Kugel schwerlich 100 Fuß herdurch in erträglich gerader Linie fortschwimmen würde.

(**) Will man genau verfahren: so kann man noch erst die Geschwindigkeit suchen, welche das Pitotsche Instrument nahe an der Oberfläche angiebt, sie sey K, die, welche die Kugel oder das Perpendikel angab, sey C, und v diejenige, welche das Instrument in der Tiefe giebt.

Tiefe, und noch eine nahe am Grunde. Zwischen diesen dreyen sucht man die mittlere Proportionalgröße. Zwischen jeden zunächst liegenden mittlern Proportionalgrößen sucht man noch einmal die mittlere, und mit dieser als der mittlern Geschwindigkeit multiplicirt man den zwischen den zwey zugehörigen Lothlinien enthaltenen Raum der Durchschnittsfläche. Alle diese Prismata addirt man zusammen, so hat man den ganzen Inhalt oder die Wassermenge möglichst genau.

Z. E. Es wären drey Punkte, wo man die Stromtiefen und die Geschwindigkeiten gemessen, so kann es durch folgende Tabelle am deutlichsten begriffen werden, wie man rechnen müsse.



Nämlich man sucht beym ersten Standpunkt A zwischen 3 und 4 die mittlere Größe 3,4 und so ist auch $\sqrt{4.2} = 2,8$ aber $\sqrt{3,4.2,8} = 3,0$. Eben so

Alsdann K und C verschieden ausfallen; so sey $K : Cv = C : \frac{vc}{k}$, der Grund ist oben 67 II zu finden.

so findet man am Standpunkt B die mittlere Proportionalgröße 2, 8. Nun ist $\sqrt{3.2,8} = 2,9$ mit dieser Größe 2, 9 wird der für sich berechnete Theil des Profils zwischen A und B multiplicirt. So macht mans auch mit dem, was zwischen B und C liegt, und findet die mittlere Geschwindigkeit 2, 5.

Man sieht leicht, daß, wenn unter A lauter gleiche oder mehrentheils gleiche Geschwindigkeit wie 3, unter B durchaus 4, und unter C überall 2 stünde, man nur $\sqrt{3.4}$ und $\sqrt{4.2}$ suchen dürfte.

§. 69.

Die im vorigen §. angeführten Methoden, die Menge Wasser zu finden, welche ein Fluß oder Bach in einer gewissen Zeit schüttet, sind freylich nur immer noch Annäherungen; doch wird man bey einem ansehnlich breiten und tiefen Strombette wohl schwerlich irgend einen andern Ausweg finden. Wenn man bey Bächen und kleinen Flüssen die Kosten daran wenden will, so scheint folgende Methode, welche Gulielmini Oper. Tom. I. Mensura aquarum fluentium Lib. IV, angiebt, noch größere Genauigkeit zu gewähren.

Man verdämmet Fig. 19 einen Querschnitt a q r d des Flusses auf den Seiten von a bis b und von d bis c; und zwinget das Wasser, sich zwischen b e und c f durch eine oder mehrere Oeffnungen A, welches Rechtecke sind, zu bewegen. Diese Oeffnungen kann man mit einer Art Schützthüren E, welche man höher oder niedriger stellet, größer oder kleiner machen. Nun muß

das Wasser, wenn anders das obere Ufer gegen das Uebertreten desselben genug gesichert ist, im Flusse oberhalb des Dammes so lange wachsen, bis durch die neue künstlich gemachte Oeffnung eben so viel Wasser durchfließt, als vorher durch die natürliche gieng. Wenn man daher merkt, daß alles in einen Beharrungsstand gekommen, so darf man nur die Wassermenge, welche durch die künstliche Oeffnung fließet, messen und berechnen; so weiß man auch, wie viel vorher der Querschnitt Wasser gab. Da die künstliche Oeffnung regulär ist, so wird man, wenn kein Schutzbrett vorgesetzt ist, nach §. 63 die Wassermenge, und wenn man will nach §. 64 die mittlere Geschwindigkeit finden. Unten wird eine Regel vorkommen, erstere auch alsdenn zu finden, wenn der obere Theil der Oeffnung von dem Schutzbrette verschlossen ist. Die Reibung ist hier gegen diejenige, welche das Wasser an den Ufern litte, da es durch den natürlichen Querschnitt floß, von so geringer Bedeutung, daß man sie ganz aus der Acht lassen darf.

Von mehrerer Bedeutung sind freylich die Ungleichheiten des Grundes, und das in dergleichen Vertiefungen stillstehende Wasser. Hier kann man aber vermittelst des Bleyloths und vermittelst der Arten, wodurch man im vorigen angewiesen ist, die Geschwindigkeiten der Tiefe zu finden, erfahren, obs Ungleichheiten giebt, und wie weit das Wasser darinn stauet; da man denn diesen Theil der Durchschnittsfläche nicht mitrechnen muß.

Viertes Kapitel.

Kurze Beschreibung von Heerd-Grieswerk, Gerinnen, Wehren, und dem übrigen besonders bey unterschlächtigen Mühlen vorfallenden Wasserbau.

§. 70.

Der gesammte Wasserbau bey solchen Mühlwerken, die von Flüssen getrieben werden, ist zwar in solchen praktischen Büchern hinlänglich beschrieben, die fast in jedermanns Händen sind, der sich mit dergleichen Dingen beschäfftiget. Da nun meine Absicht eigentlich nur ist, die Berechnung derjenigen Theile, welche zu der Mühle als Maschine, nicht als Gebäude gehören, bekannter zu machen, und zu erläutern: so könnte ich es wohl überhoben seyn von dieser Materie hier zu reden. Allein ich habe doch gedacht, eine allgemeine Vorstellung davon, woraus man die Hauptsache wie mit einem Blick übersehen könnte, würde selbst zum bessern Verstande und Gebrauch der Rechnungsregeln nicht undienlich seyn. Doch wird man sich aus dem Beyer, Sturm, Belidor u. a. m. weiter Raths erholen müssen, sogar vielleicht wegen der Bedeutung einiger hier gebrauchten Kunstwörter, wenn man entweder einen vollständigen Begriff von diesen Sachen haben will, oder sie noch gar nicht kennt.

§. 71.

Es sind nur zwey Arten im Gebrauch, durch Wasser das Hauptrad einer Maschine bewegen zu las-

sen, entweder durch die Schwere desselben, oder durch seinen Stoß. Bey den gebräuchlichsten Maschinen ist zu gleicher Zeit entweder nur eine oder nur die andere von diesen Wirkungsarten zu betrachten, oder wenigstens die eine in einem so vorzüglichen Grade, daß das, was etwa noch von der andern herrühren könnte, in keinen sonderlichen Anschlag kömmt, wie die Folge mit mehrerm ergeben wird (*).

Wenn das Wasser durch den Stoß wirken soll: so sind die gewöhnlichen Wasserräder von zweyerley Art. Entweder liegen die Schaufeln, an welche das Wasser anschlagen soll, zwischen zwo starken hölzernen Scheiben in der Direktion des Halbmessers, oder sie sind senkrecht in den äußern kreisförmigen Ring des Rades eingesetzt.

Letzteres heißt ein Stranberrad. Ist aber der Halbmesser des erstern nur etwa 6 Fuß, so ist es ein Staberrad; steigt er aber bis auf 8 Fuß und darüber, so heißt es ein Pansterrad. Alle 3 Arten nennet man unterschlächtige Räder, weil sie nämlich ganz über das Wasser, das an die untern Schaufeln anschlägt, herausstehen.

(*) Maschinen, die durch die **Zurückwirkung** des Wassers getrieben werden, sind, da sie noch im Großen nicht vorkommen, von gegenwärtiger Abhandlung ausgeschlossen. Herr Hofr. Karsten hat in dessen Hydraulik Kap. 33 alles davon gesagt, was bisher ohne entscheidende Versuche davon gesagt werden kann, und die Theorie derselben mit einer Meisterhand auf eine höhere Stufe der Vollkommenheit gehoben.

stehen. Bey großem Wasser wird ein solches Rad gerades Weges in den Strom gelegt, der es mit seiner natürlichen Kraft umtreibet. So ist es bey den Schiffmühlen beständig. Hat aber das Wasser in einem Bache nicht Kraft genug, so macht man wohl eine Erhöhung von Steinen, welche auf Pfahlwerk gelegt werden, vor dem Rade zu, damit das Wasser aufschweille, und alsdann durch sein vermehrtes Gefälle Kraft genug bekomme, das Rad umzutreiben. Ist aber nur ein kleiner Wasservorrath da, mit welchem man, wenn die Mühle nicht öfters feyern soll, sparsam und haushälterisch umgehen muß; so nivellirt man vorher den ganzen Strich Landes, wodurch das Wasser seinen Lauf nimmt, leitet seinen Lauf so, daß er durch die niedrigsten Stellen geht, damit sich theils von selbst alles benachbarte Wasser aus kleinern Wasserläufen und Quellen, selbst das Regenwasser dahin ziehe, theils so viel leichter, wenns nöthig ist, dahin geleitet werden könne. Ferner schließt man das Ufer, wo es nicht hoch genug ist, mit Teichen ein, damit dem benachbarten Landmann durch Ueberschwemmungen kein Schade geschehe. Man bestimmt nun die Stelle, wo die Mühle zu stehen kommen soll, und am liebsten so, daß oberhalb derselben der Bach oder Mühlgraben in hohen Ufern fließen. Unterwärts kann das Land flächer seyn. Hier führt man quer durch den Strom einen Damm, oder legt einen Wasserhälter (Heerd) an, damit das aus einer der Wasserconsumtion des Baches proportionirten Oeffnung in das

Mahlgerinne stürzende Wasser nun mit genugsam vermehrter Kraft das Rad treiben könne. Unten vor dem Rade muß man endlich es zu erhalten suchen, daß das Wasser eine reine Bahn zum Abfluß finde, damit es nicht stehen bleibe, ins Rad zurück trete, und dessen Umwälzung hindere. In dem Laufe des Bachs unterhalb der Mühle müssen folglich so wenig als irgend möglich, Krümmungen oder Verengerungen geduldet werden. Denn diese machen, daß das Wasser nicht in eben der Menge, als es zufließt, abfliessen kann; folglich seine Schnelligkeit verliert und zurücktritt.

§. 72.

Ehe man aber die Einrichtungen noch unternimmt, welche zuletzt im vorigen §. überhaupt beschrieben worden; so versteht es sich von selbst, daß man vorher nach den im vorigen Kapitel beschriebenen Methoden die Wassermenge, welche der Bach in einer bestimmten Zeit liefere, gesucht habe. Aus dieser sowohl als der Geschwindigkeit, welche das vorgefundene Gefälle verschafft, muß man, ehe man sich in Kosten einläßt, beurtheilen, ob die Kraft hinreichend ist, den Widerstand, der doch überwunden werden muß, wirklich zu besiegen. Es darf dieß freylich nur ein allgemeiner Ueberschlag seyn. Doch muß man lieber, um sich den Schaden und Schimpf einer fehlgeschlagenen Unternehmung zu ersparen, die Kraft etwas zu gering und den Widerstand etwas zu groß in Anschlag bringen. Um deßwillen, und weil es auch zur Vollkom-

men-

menheit des Werks gehöret, daß es das ganze Jahr hindurch Wasservorrath genug habe, muß man die Messungen in der dürresten Jahrszeit anstellen.

Die Vergleichung der Kraft mit dem Widerstande gehörig anzustellen, lehren nun eigentlich die im folgenden vorkommenden Rechnungen. Damit läugne ich indessen nicht, daß es nicht gut sey, sich die Proportionen an solchen Maschinen, die wirklich im Gebrauch sind, und erwünschte Wirkung gethan haben, bekannt zu machen. Man kann sie immer nachahmen, aber man wird sie vernünftiger nachahmen, wenn man ihre Berechnung kennet.

§. 73.

Zum ungefähren Ueberschlag, was für eine Art von den erstgenannten Rädern §. 70 man vorrichten könne, kann man sich folgende Regel aus dem Beyer Kap. 2 merken: „Ein Staberrad erfordert 1736 Wasserzolle; „ein Pansterrad das doppelte oder 3472 Wasserzolle; „ein Stranberrad aber nur 624 dergleichen Zolle.„ Man muß nur wissen, daß die Redensart eine Oeffnung giebt, so und so viel Wasserzolle nichts anders heißt, als sie giebt so vielmal 14 Kannen in einer Minute, die Kanne zu 2 ℔. Da nun der Rheinländische Cubikfuß Wasser 64 ℔ wiegt; so kann diese Regel in einer minder künstlichen Sprache so ausgedruckt werden.

Das

Das Stranberrad erfordert in der Sekunde wenigstens - - $4\frac{1}{2}$ Rhnl. Cubf.
Das Staberrad - - - $12\frac{2}{3}$ - -
Das Pansterrad - - - $25\frac{1}{3}$

§. 74.

Das Gefälle, welches dem Wasser die Geschwindigkeit giebt, womit es auf das Rad wirket, wird wie bereits gesagt ist, durch das Wasserwägen oder Nivelliren gefunden. Um nicht unnütz weitläuftig zu seyn, setze ich hier die Bekanntschaft mit diesem Geschäffte der ausübenden Meßkunst voraus. Beyer a. O. Kap. 1 hat sehr deutlich gewiesen, wie man mit der gemeinen Schrotwaage der Müller hier zu verfahren habe. Dieß Instrument wird auch, wenn man nicht zu lange Distanzen abzuwägen hat, noch ziemlich brauchbar seyn; brauchbarer immer, als wenn man, wie so häufig geschiehet, bey weiten Distanzen durch den Wasserstand in tabulis communicantibus, deren Verbindungsröhre etwa 2 bis 3 Fuß beträgt, die wahre Horizontallinie finden will. Zu der gesammten Kunst des Nivellirens kenne ich keine bessere Anweisung, als die von Passarant übersetzte Abhandlung des Herrn Pikard, so wie sie von dem unsterblichen Lambert mit wichtigen Beyträgen berechnet, im Jahr 1770 aufs neue heraus gekommen ist. In den Beyträgen ist auch eine Beschreibung der neuesten Branderschen Nivellirwage enthalten; ein Instrument, das an bequemen Gebrauch und Genauigkeit von keiner

ner bisher bekannten Art übertroffen, und höchstens in einem von beyden nur erreicht wird.

Nicht leicht wird man ein Mühlwerk in einem Strom oder in einer solchen Gegend eines Stroms anbringen, wo sich ober- und unterwärts desselben, so weit sich das Aufstauen des Wassers erstreckt, viele Krümmungen befänden. Lieber zieht man an einer solchen Stelle, wo der Fluß eine Krümmung wie A S T B macht, die Stellen A und B durch einen geraden Graben A B zusammen, in welchem man alsdann an einer bequemen Stelle §. 71 das Wasserrad vorrichtet. Gesetzt nun, Fig. 21 sey ein Durchschnitt nach der Länge eines solchen Kanals oder geraden Striches von dem Mühlenbache, A B die Richtung der Wasserfläche; so wird, wenn A C die Horizontallinie ist, das Gefälle, welches man durchs Nivelliren findet, durch B C angezeiget werden. Wenn nun L M N O die Erhebungen und Vertiefungen des Ufers anzeigt (die hier auf beyden Seiten gleich angenommen werden); so würde bey N das Wasserrad R eine bequeme Stellung haben. Nun ist also weiter nichts übrig, als daß das Gefälle B C gehörig eingetheilt werde, das heißt: es muß davon, zur obern Ränsche, zum Wasserstande, zum lebendigen Gefälle, und zur untern Ränsche so viel gerechnet werden, als entweder nothwendig ist, oder dazu erübriget werden kann. Um uns aber von dieser Sache einen so viel möglich deutlichen Begriff zu machen, so nehmen wir an, in D oberhalb des Rades, wo

der

der Bach aufgedämmet werden muß, §. 71, sey auf der Linie B D, welche der Horizontallinie C A parallel ist, ein Perpendikul D E an C A gezogen; so ist D E = B C = dem gesammten Gefälle.

1) Würde nun ein Damm bis an die Höhe von E aufgeführt, so hätte der Bach von A bis vor dem Rade gar keinen Abfall. Damit er nun noch mit einiger Lebhaftigkeit zufließe, so hält man ihn nicht höher als etwa bis F und E F, heißt alsdann die obere Ränsche. Die praktischen Schriftsteller geben die Regel, daß diese Ränsche wenigstens 1 Zoll, und höchstens 4 Zoll auf 20 Ruthen betragen solle. Man macht sie nämlich nach der Belegenheit des Bachs stärker oder geringer, indem man darauf sieht, ob beständige oder auch zufällige Ursachen (z. E. Krümmungen, Versandung, Eisgang) der Lebhaftigkeit seines Laufs mehrern oder mindern Abbruch thun können.

2) Zu der Höhe D F wird der Bach theils durch die Schußbretter, theils durch die Erhebung des Grundwerks vom Heerd G H gebracht, wovon wir gleich umständlicher reden. Wenn nämlich in der Linie G E Schußbretter eingesetzt werden, so kann man sich vorstellen, daß das Wasser vermittelst derselben so lange zum Wachsen gebracht wird, bis es bis an F steigt. Zieht man alsdann ein Schußbrett, so daß seine Oeffnung gerade so viel Wasser ausgießt, als der Bach in gleicher Zeit zuführt: so wird das Wasser immer in gleicher Höhe erhalten, und diese Höhe von der Stelle an, wo das Wasser auf dem Gerinne G K

dem

dem Rade zufließt, oder G F heißt der Wasserstand. Beyer verlangt bey der §. 73 angegebenen Wassermenge für das Strauberrad $1\frac{1}{2}'$ für das Staberrad 2 bis $2\frac{1}{4}'$ für das Pansterrad $2\frac{1}{2}$ bis 4 Fuß Wasserstand.

3) In Deutschland ist es fast durchgängig eingeführt, daß das Wasser auf das Rad in einem mehr oder weniger geneigten Gerinne G K geleitet wird; und die senkrechte Höhe der schiefen Fläche desselben heißt das lebendige Gefälle. In der Figur wird es durch G P vorgestellt. Es braucht bey Staber- und Pansterzeug nur etwa 10 Zoll zu seyn; beym Strauberzeug ist es nicht ungewöhnlich ein sehr hohes lebendiges Gefälle zu haben, wohl bis zu 2 oder gar $2\frac{1}{2}$ Fuß. S. Beyer a. O. Kap. VI, §. 6 und 7. Mir scheints auch als hätte Beyer in dieser Voraussetzung so wenig Wasser zum Strauberrad gefordert. Dieses lebendige Gefälle zu erhalten, ist die Veranlassung wo nicht die Hauptursache, weßwegen das Grundwerk des Heerdes sich gegen den Fachbaum, der in G liegt, auf solche Art erheben muß, wie durch die Linie H G in der Figur angezeigt. Denn in Frankreich, wie aus Belidor a. O. §. 641 und mehrern Stellen erhellet, hat man zuweilen kein geneigtes sondern ein horizontales Gerinne, folglich auch kein lebendiges Gefälle; aber alsdann ist das Bette vor dem Gerinne auch nicht erhöhet, sondern wohl gar ausgegraben. Siehe die Figur beym Belidor. Wir werden unten noch einmal davon reden müssen.

4) Nun

4) Nun muß man aber mit dem gesammten Gefälle so ökonomisch umgegangen seyn, damit für die Strecke K B vom Rade an bis dahin, wo man das Nivellement endigte, noch nach Proportion eben so viel Gefälle als zur obern Ränsche verlangt würde, übrig bleibet, d. i. 1 bis 4 Zolle auf 20 Ruthen. Dieß heißt die untere Ränsche, und P D zeigt sie in der Figur an. Ohne dieselbe würde das Wasser ins Rad zurücktreten. Wir geben nun kurz die praktische Regel.

„ Man ziehe vor die nivellirte Länge A B die „ obere und untere Ränsche nach 1 und 4 von dem „ ganzen Gefälle ab; ferner a) bey Staber- und Pan„ sterrädern 10″ fürs lebendige Gefälle, und beurtheile „ dann, ob der übrig gebliebene Wasserstand hinreicht „ nach 2. b) Bey Strauberrädern ziehe man auf„ ser den Ränschen den Wasserstand $1\frac{1}{2}$ Fuß vom gan„ zen ab, und sehe zu, ob man genug lebendiges Ge„ fälle hat nach 3. „

Wir haben die Ufer des Bachs oberhalb der Mühle zureichlich hoch angenommen. Wären sie es nicht, oder liegen einzelne Stellen, wie in Q unter den Spiegel des aufzustauenden Wassers, so müssen sie mit Letten, der kein Wasser durchläßt, bis zur gehörigen Höhe eingefaßt, oder verdämmt werden.

§. 75.

Wir wollen nun eine kurze Beschreibung geben, wie der Wasserhälter oder Heerd vor dem Rade, wenn die Wassermenge ziemlich beträchtlich ist, müsse angeleget werden.

Wenn

Wenn C das Mühlenrad ist, so wird nahe vor demselben unter a eine Reihe starker Pfähle, die Fig. 22, 24 im Grundriß durch b angezeigt werden, eingerammt, senkrecht gegen diese werden andere Pfähle eingeschlagen. Diese letzten werden in starke Balken (die Jochstücke genannt) eingezapft, wovon man einen bey d siehet, die andern sind punktirt. Die Jochstücke werden auch an dem einen Ende bey e halb ausgehauen, eingelochet, und auf dem Zapfen eines Pfahls gepasset. Dieser Zapfen geht dann ganz durch das Jochstück durch. Nach der Richtung der Pfähle b b wird alsdann der Fachbaum a a, der aus einem starken Eichbaum gehauen ist, so auf b b die doppelten und e e die durchgehenden Zapfen derselben gelegt, wie man aus der Fig. 24 abnehmen kann. Diese Zapfen müssen recht gedrange einpassen. Der oberste Rand des Fachbaums liegt höchstens nur einen Zoll höher als der Boden des Heerdes nahe am Fachbaum, oder einen Zoll höher als der Mahl- oder Sicherpfahl f Fig. 22 und 23; theils damit sich das Wasser nicht davor staue; theils damit alles in den Heerd einfliessende Wasser auch wieder auf das Rad abfließen möge. Vor dem Fachbaum zu wird nun eine Reihe Spundpfähle g g eingeschlagen, Fig. 22, 23. um desto besser zu vermeiden, daß das Wasser den Grund nicht aufwühle, und sich einen Weg unter dem Fachbaum durch suche. Man thut wohl, die Reihe Pfähle eine Strecke seitwärts neben dem Fachbaum in die Erde hinein laufen zu lassen, besonders wenn das Erd-

reich daselbst locker, wenigstens nicht thonartig ist.

Die 23. Figur zeiget eine weitere Fortsetzung des Grundwerkes, oder der Bekleidung des Grundes des Heerds oder Wasserhälters. Nämlich h h sind starke Balken, (die Heerdschwellen) welche nach der Breite über dazu eingeschlagene Pfähle k k gelegt werden. Die erste Schwelle kömmt 9 Zoll niedriger zu liegen als der Fachbaum, die zweyte wieder 9 Zoll niedriger als die erste, und so fort an. Ganz zu äußerst vor dem Heerd versichert man das Grundwerk noch mit einer Reihe Spundpfähle l l und anderer Pfähle, damit hier das Wasser durch seinen starken Druck den Grund nicht unterwasche. Ueber den ganzen Boden wird nun zähe lettige Erde geschüttet, und mit den Heerdschwellen zu gleicher Höhe fest und eben gestampfet. Endlich belegt man die ganze schräge Fläche, wie in m m zu sehen, mit Kupferplatten, Quadern oder eichenen Bohlen.

Das Wasser fließet demnach über diese schräg aufgehende Fläche nach der Richtung D E, verglichen mit 21. Figur. Aber um es so wohl auf den Seiten als vorne in der nöthigen Höhe zu erhalten, muß man in den Fachbaum starke Säulen n n einsetzen, welche Griessäulen heißen. In diese Säulen schneidet man Falzen ein, in welchen lose Bretter oder Schützen mit den daran befindlichen Stöcken oder Latten auf und ab bewegt werden können. Zieht man diese

Schutz-

Schutzbretter auf, so erhält man eine Oeffnung, wodurch das Wasser dem Rade zufließen kann.

Um auch auf den Seiten das Wasser zu halten, bekömmt auch da der Heerd starke Bekleidungen die Lehrwände genannt. Siehe dieselben Fig. 22, von einer Seite bey p p zwischen den dazu gehörigen Säulen, und ihrer bretternen Bekleidung wird das Ufer noch ohnedem mit Thon ausgestampft.

Wenn die Wassermenge, wie z. E. beym Strauberzeuge geringer ist; so kann man so große Baukosten, als dieß alles erfordert, zum Theil sparen. Man legt den Fachbaum nur auf eine Reihe Pfähle, bekleidet die Seiten des Heerdes mit Bohlen, und versichert den Grund blos mit festgestampftem Thon und einem Damm von Steinen. Doch wirds immer gut seyn, doch zu äußerst gegen das Wasser eine Heerdschweife mit einigen vorgeschlagenen Pfählen versichert hinzulegen.

§. 76.

Auf der andern Seite des Fachbaums nach dem Rade zu wird ein schräges Gerinne angelegt. Den vertikalen Durchschnitt sieht man Fig. 22, aber den Grundriß Fig. 23. Es hat die Absicht, das durch die Oeffnung das Schutzbretts laufende Wasser gerade auf das Rad zu führen, und zu hindern, daß es nicht seitwärts zerfließe; muß aber auch so eingerichtet seyn, daß eben dieß Wasser nach verrichtetem Stoße frey abfließen könne. Der Boden schließt dicht an den Fachbaum an, und macht keinen Absatz mit dem obern

Rande desselben. Unter dem Rade wird er ausgerundet, um dem Wasser einen desto sicherern Fall zu verschaffen. Hat man Fall genug, so kann man in einem Gerinne mehr Räder hinter einander anlegen. Denn das lebendige Gefälle muß vom ersten zum zweyten Rade eben so stark seyn, als vom Fachbaum bis zum ersten, Beyer a. O. Kap. 6 §. 64. Wenn aber auch die Wassermenge hinreichet, so thut man besser, wenn man das erste Rad in eines, das andere in ein anders Gerinne, und so weiter, das dritte wieder in das erste legt, wie man sich dieß bey Fig. 23 vorstellen kann, wenn man sich nämlich die beyden hier abgebildeten Gerinne weiter fortgesetzt denket. Siehe auch Beyer Taf. XI. Fig. 1.

Ferner zeiget Fig. 22 die Pfähle q q, worauf die Bodenschwelle r r der Gerinne Fig. 23 gelegt werden. Sie werden wie beym Grundwerk bekleidet, wie in s s zu sehen. Die stehenden Säulen t t in Fig 22, auf beyden Seiten mit Latten verschlagen, geben die Seiten der Gerinne ab. Uebrigens ist noch zu bemerken, daß das Gerinne auf beyden Seiten 6 bis 12 Zoll breiter gemacht werden müsse, als das Rad nach umgekehrten Verhältniß der Geschwindigkeit des Rades, damit dieß nicht so leicht auf den Seiten des Gerinnes anfrieren könne. Nahe am Boden wird indessen dieser Zwischenraum durch die sogenannten Wasserbänke v v ausgefüllet, so, daß daselbst nur $1\frac{1}{2}$ Zoll Raum zwischen den Wasserbänken und dem Rade bleibt. Denn sonst würde eine gar zu große Menge Wasser vergeblich

lich neben dem Rade hinfließen. An der äußern Seite desjenigen Gerinnes, in welchem das Mühlrad umläuft, wird nun noch ein anderes G angelegt. Es heißt sonst das wüste Gerinne. Es dienet dazu, um bey einer solchen Jahrszeit und Witterung, wo der Kanal mehr Wasser, als man brauchen kann, zuführet, zur Vermeidung des Schadens, den eine Ueberschwemmung anrichten könnte, den Ueberfluß abzulassen. Zur Winterszeit läßt man auch das Triebeis dadurch, wenn man es sich vorher an Pfähle vor dem Heerde w oder an schräge gelegte Eisbrecher hat zerstoßen lassen.

§. 77.

Wenn man das Wasser an den Schußbrettern des Mahl- und wüsten Gerinnes so hoch, als es die §. 73 angeführten Umstände zulassen, wachsen läßt, so braucht es bey einem kleinen Bache oder Mühlenteiche weiter keine Vorrichtungen, die zum Umtreiben des Wasserrades erforderliche Wassermenge immer zu erhalten. Wir setzen hier nämlich voraus, daß, selbst in der dürresten Jahrszeit, der Bach so viel Wasser führe, als durch das Schußbrett des Mahlgerinnes abfließen muß, §. 73. Aber wenn der Fluß eine nur etwas ansehnliche Größe und starke Krümmungen hat, so kann man, wie schon §. 74 erwähnet ist, mancher Unbequemlichkeiten wegen das Mühlenrad nicht in den Fluß selbst legen. Hat nun ein solcher Strom von A durch C und D bis B nur genugsame Gefälle, so gräbt man einen eignen und geraden Mühlengraben AB Fig. 20,

in welchen das Wasser aus dem Strome A C D B bey A einfließet, und sich bey B mit dem Strom wieder vereiniget. In denselben z. E. bey N legt man das Mühlenrad mit seinem Zubehör. . Aber schwerlich wird man es nun durch einen bloßen Graben erhalten, daß das benöthigte Wasser dem Rade beständig zuströme, und oft wird auch das Gefälle des Grabens nicht stark genug werden. Um nun entweder das Wasser im Graben beständig in der erforderlichen Höhe zu erhalten, oder es selbst noch auf eine größere Höhe aufzustauen, als es bey A stehet, legt man bey L ein Wehr an. Dieß kann entweder so eingerichtet werden, daß gar kein Wasser (wenn man alle Schutzthüren einsetzt) bey L in das krumme Strombett einfließen kann; oder daß nur ein Theil davon durch eine Oeffnung, die man in dem Wehre läßt, beständig hinwegströmet. Bey diesen Wehren ist die größte Behutsamkeit nöthig, damit das gestauete Wasser keinen Schaden thue, weder an Mühlen, die oberhalb an eben dem Fluß liegen, noch an Aeckern und Wiesen.

Sollen dergleichen Wehren alles Wasser im Flusse aufhalten, und in den Kanal der Mühle leiten können, so können sie, wie der §. 76 beschriebene Heerd angeleget werden; nur daß der Fachbaum, wenns nöthig ist, höher quer über den Strom gelegt, und daß auf beyden Seiten eine solche schräge Fläche, wie dort das Grundwerk war, erbaut wird. Denn da nun auf dem Fachbaum ebenfalls Schutzbretter in den Falzen der Griessäulen zu stehen kommen, so würde, im

Falle

Falle sie gezogen werden, das mit Gewalt über den Fachbaum stürzende Wasser von den Heerpfählen schädliche Vertiefungen machen, wofern es nicht über diese zwote Abdachung, welche das Fluthbett heißt, allmählich abgeführet würde. Setzt man nun alle Schutzbretter ein, so kann man mit dergleichen Wehren (sie heißen Aufziehewehre) machen, daß in solchen Jahrszeiten, wenn die Ströme wenig Wasser führen, alles Wasser auf die Mühle abfließen muß. Nach dem Maaße im Gegentheil, daß man überflüßiges Wasser im Strom bemerket, kann man mehr oder weniger Schutzbretter ziehen, und dadurch so viel Wasser als man will, ablaufen lassen.

Man kann auch Wehren ohne Schutzbretter anlegen, über welche das Wasser wegströmt, so bald der Fluß höher, als der Fachbaum liegt, angewachsen ist. Sie heißen Ueberfallswehre. Die Wehren sind oft viel breiter als die Heerde vor der Mühle, und liegen tief unter Wasser, oder müssen von einer Seite einen gewaltigen Druck des Wassers aushalten. Daher muß hier noch sorgfältiger der Grund unter dem Fachbaum und zwischen dem Pfahlwerk der Schwellen mit zusammengestampften Thon versichert werden. Man macht beyde Arten auch von Stein, die man aber doch auf einem eben solchen Pfahlgrund wie die Heerdschwellen legt; und wenn der Grund locker ist, so wird noch ein Rost über denselben gelegt, ehe die Steine darauf kommen. Alles, was von Steinen unter Wasser kömmt, muß mit Wasserkalk oder Cäment verbunden werden.

Es versteht sich von selbst, daß, ehe man eine solche Grundarbeit anfangen kann, der Grund erst eingedämmet und das Wasser ausgeschöpft werden müsse. Es fallen auch bey dergleichen Grundarbeiten manche Schwierigkeiten vor, insbesondere, wenn lebendige Quellen den Grund aufwühlen, oder man auf Trieb- oder Wellsand geräth, in welchem öfters kein fester Grund zu finden ist. Wo möglich wird man suchen mit dem Wehr um solche Stellen herum- oder vorbeyzukommen. Weiter erlaubt es meine itzige Absicht nicht, mich in diese Materien einzulassen. Beym Beyer Taf. V und VI findet man Zeichnungen von den hier beschriebenen Wehren.

Fünftes Kapitel.

Von unterschlächtigen Mühlrädern insbesondere.

§. 78.

Wenn das Wasserrad vertikal steht, und man leitet das Wasser auf eine solche Art, daß es unterhalb des Rades durchfließt, und die vorbeschriebenen Schaufeln vor sich hertreibt; so nannten wir dieß überhaupt ein unterschlächtiges Wasserrad. Seine Bewegung rühret bloß vom Stoß des Wassers an die Schaufeln her; oder dieß wird doch zur Erleichterung der Rechnung so angenommen, weil nach der Einrichtung eines solchen Rades der Druck nie von großer Bedeutung seyn kann. Hier merke ich wegen der folgen-

genden Regeln zur Berechnung nur noch an, daß das Wasser im Gerinne eigentlich so geleitet werden muß, daß es senkrecht an die Schaufeln anschlägt, wenn sie fast die unterste Stelle im Gerinne erreichet haben, ob man gleich freylich in den mehresten Fällen diese Gränze nicht so völlig erreichen kann (Fig. 25.). Indessen, um einen gewissen Fuß zu haben, nimmt man es beym Kalkul als erreichtbar oder erreicht an, und wenn man bey Gelegenheit die übrigen Hindernisse der Bewegung, wie die Friktion, lieber ein wenig zu groß, als zu klein rechnet, so wird man dadurch der Wahrheit sich wieder nähern. Die Schaufeln AB selbst werden auf den Reifen M L K senkrecht gesetzt, und ihre Ebenen gehen durch die Umdrehungsaxe des Rades. In diesen Stücken kömmt Staber- Strauber- und Pansterzeug miteinander überein, und die Hauptregel für den Wasserstoß ist daher einerley.

§. 79.

Wenn der Wasserstral, welcher aus der Ausgußöffnung hervorströmt, die Schaufel des Rades trifft, so wird er mit seiner ganzen durch den Fall erlangten Geschwindigkeit an die Schaufel anschlagen. Wäre die Geschwindigkeit doppelt, so würde auch in eben der Zeit eine noch einmal so große Menge Wasser anschlagen. Da es nun bey der Schätzung des Stoßes auf das Produkt der Masse in die Geschwindigkeit ankömmt, so sey bey der einfachen Geschwindigkeit die Menge des Wassers $M = 1$, welches mit der Ge-

schwindigkeit C = 1 multiplicirt, das Produkt M C = 1 giebt. Bey der doppelten Geschwindigkeit oder c = 2 ist in eben der Zeit die Menge m = 2, und es verhält sich m wie c. Also m . c = 2 . 2 verhält sich wie c^2. Daher ist bey doppelter Geschwindigkeit der Stoß 4mal so groß, er wird bey dreyfacher Geschwindigkeit 9mal so groß seyn, und so fort an.

§. 80.

Dieses zeigt indessen nur die Verhältniß, nach welcher sich der Druck oder die Gewalt solcher Wasserstralen richtet, welche mit verschiedener Geschwindigkeit aus einer Ausgußöffnung ausfließen. Allein die eigentliche Größe des Drucks richtet sich nach der Höhe, bis zu welcher es hinter dem Schutzbrette stand, und auch nach der Größe der Fläche, an welcher es anschlägt. Ein jedes Theilchen des Wassers, was aus der Oeffnung strömet, kann angesehen werden, nachdem der Ausfluß gleichförmig geworden, als wäre es von dieser Höhe v herunter gefallen. Daher, wenn v die Höhe des Wasserstandes andeutet, wird seine Geschwindigkeit $C = 2\sqrt{gv}$, wo g = 15, 625 ist, (vermöge der Gesetze des Falls in der Mech. und §. 61 Anm.) Daraus folgt $C^2 = 4gv$ und $v = \frac{C^2}{4g}$.

Nun sey die Fläche, woran das Wasser anschlägt, = zz, so ist der Stoß des Wassers oder $P = z^2 . \frac{C^2}{4g}$.

Dieß muß nun noch mit dem Gewicht eines Kubik-

fußes

fußes Wasser multiplicirt werden, wenn man diese Kraft in Pfunden ausdrücken will. Denn eigentlich will der Ausdruck so viel sagen: „P ist so stark als „eine Wassersäule, deren Grundfläche zz, und de„ren Höhe $= v = \frac{C^2}{4g}$. Es wiege ein Kubikfuß „Wasser γ Pf. so ist $P = \gamma zz \frac{C^2}{4g}$.

Dieß heißt nun auf das unterschlächtige Rad angewandt: Der Druck oder Stoß des Wassers gegen die Schaufel eines unterschlächtigen Rades ist, wenn dieselbe nicht ausweichet, dem Gewichte einer Wassersäule gleich, welche die Schaufel zur Grundfläche hat, übrigens aber so hoch ist, als das Wasser hinter dem Schutzbrett stehet, oder deren Höhe so groß ist, als diejenige Höhe, von welcher ein schwerer Körper herab fallen müßte, um die Geschwindigkeit zu erhalten, welche das anschlagende Wasser hat. Hier haben wir nur eine etwannige Vorstellung von einer Sache geben können, welche in der Hydrostatik und Hydraulik vollständiger erwiesen wird. Wenigstens sehen wir, daß diese Formel, was die veränderliche Größe C^2 betrifft, mit §. 79 übereinstimmt, wo erwiesen wurde, daß sich der Wasserstoß wie das Quadrat der Geschwindigkeit des anschlagenden Wassers verhielte.

§. 81.

Man ist indessen zweifelhaft gewesen, ob man nicht $P > \gamma zz \frac{C^2}{4g}$ setzen müsse, und manche haben wirklich

lich $P = 2\gamma zz \frac{C^2}{4g}$ gesetzt. S. Bern. Hydrodyn. Sect. 13. Allein mich dünkten Herrn A. Eulers Gedanken hierüber sehr richtig zu seyn, welcher in Enodat. quæstionis quomodo vis aquæ cum maximo lucro ad molas circum agendas aliave opera perficienda impendi possit, p. 8 & 9, die Regel giebt: „Wenn die Ebene, welche den Stoß senk„recht auffängt, sehr viel größer ist, als der senkrechte „Querschnitt des anstoßenden Strals, so könnte der „Stoß wohl größer und gar doppelt so groß seyn, „weil nämlich das Wasser, welches an den Seiten „abfließt, noch fortfährt, gegen die Theile der Schau„fel zu drücken, die gleich anfänglich nicht getroffen „wurden. Wenn indessen Querschnitt des Wasser„strals und Fläche der Schaufel gleich groß, oder „letztere gar kleiner als der erste ist, so könne man „die Gleichung $P = \gamma zz \frac{C^2}{4g}$ beybehalten; oder „wenn man $P = \frac{k\gamma z^2 C^2}{4g}$ setzte, so würde im er„sten Fall $k > 1$ nach den Umständen zu nehmen „seyn; im letzten Fall aber könnte man $k = 1$ „setzen.„

Die übrigen Einwendungen, welche man noch gegen diese Regel macht, würden sie nur alsdann treffen, wenn die Geschwindigkeit, womit das Wasser anschlüge, gar sehr groß oder gar sehr geringe wäre.

Weil

Weil nun beyde Fälle bey Maschinen nicht eben vorkommen, so halte ich mich dabey nicht auf.

„Es ist folglich, wenn die Fläche z z ruhet, die Kraft des anstoßenden Wassers $P = \gamma z^2 \frac{C^z}{4g}$ anzu„nehmen, wo γ eines Kubikfußes Wassers Gewicht „und C seine Geschwindigkeit bedeutet.

§. 82.

Wenn sich aber die Fläche, an welche das Wasser anstößt, schon selbst mit einer Geschwindigkeit c nach eben der Richtung beweget, so muß man erwägen, daß itzt das Wasser nicht mehr mit seiner ganzen Geschwindigkeit C, sondern nur mit dem Ueberschuß derselben über c, d. i. mit der Geschwindigkeit C — c in die Fläche wirken könne. Man kann sich auch die Fläche nunmehr so vorstellen, als wenn sie ruhete, und das Wasser mit der Geschwindigkeit C — c an dieselbe anschlüge. Daher ist hier

$$P = k \gamma zz \frac{(C - c)^2}{4g},$$

Und dieß ist nun auch die Regel, nach welcher man den Stoß des Wassers im Mahlgerinne an die Schaufeln des unterschlächtigen Rades berechnen muß; nur muß man $k = 1$ setzen, denn man kann immer annehmen, daß das Wasserprisma die Fläche der Schaufel $AB = zz$, wenn sie etwa die unterste Stelle im Gerinne einnimmt, senkrecht trifft; ferner wenn alles in den Beharrungsstand gekommen, so geht das Rad

schon

schon mit einer Geschwindigkeit c um, nach der Richtung der Tangente D B, welche mit der Richtung des Wassers einerley ist. Daher wird auch das Wasser nur mit der relativen Geschwindigkeit C — c an die Schaufel anschlagen. Eben so leicht sieht man, daß bey den Schaufeln des unterschlächtigen Rades der Fall zutrifft, daß $k = 1$ gesetzt werden muß, weil die Schaufeln kleiner als der Querschnitt des Wasserstrals sind. „ Also wenn C des Wassers Geschwindig-
„ keit im Gerinne; c des Rades Geschwindigkeit ist,
„ so ist die Kraft des Stoßes am unterschlächtigen
„ Rade $P = \gamma z^2 \frac{(C-c)^2}{4g}$.

§. 83.

Das Bewegungsmoment einer Kraft ist nach §. 9 das Produkt der Kraft in die Geschwindigkeit des angegriffenen Punkts der Maschine. Es ist also, da hier diese Geschwindigkeit = c gesetzt wird, am unterschlächtigen Wasserrade das Bewegungsmoment = $P \cdot c = \gamma z z \frac{(C-c)^2}{4g} \cdot c$. Der Infinitesimalkalkul lehret den Fall finden, da dieses Moment am größten wird. Es kömmt nämlich nur darauf an, daß c gegen C das gehörige Verhältniß habe, um dadurch das größte Moment zu erhalten. Wenn der obige Ausdruck ein maximum seyn soll, so muß sein Differential = o seyn; §. 1026 des Clemmschen Lehrbuchs.

Da $\frac{\gamma z z}{4g}$ eine beständige Größe, so sucht man nur

das

das Differential von $(C - c)^2 c$. Es seye nun $(C - c)^2 c = y$, oder $C^2 c - 2 C c^2 + c^3 = y$, so ist $dy = C^2 dc - 4 C c dc + 3 c^2 dc = 0$, folglich $C^2 - 4 C c + 3 c^2 = 0$. Demnach $c^2 - \frac{4}{3} C c = -\frac{C^2}{3}$. Folglich ist $c^2 - \frac{4}{3} C . c + \frac{4}{9} C^2 = \frac{4}{9} C^2 - \frac{1}{3} C^2 = \frac{C^2}{9}$, und $c - \frac{2}{3} C = \pm \frac{1}{3} C$, demnach ist $c = \frac{2}{3} C \pm \frac{1}{3} C$. Nimmt man den positiven Werth, so erhält man $c = C$, wodurch das Bewegungsmoment $= 0$ oder ein minimum werden würde. Wie man auch aus der Natur der Sache sieht, weil alsdann gar das Wasser nicht auf das Rad wirken könnte. Nimmt man aber den negativen Werth, so erhält man $c = \frac{1}{3} C$, und alsdann ist das Bewegungsmoment am größten. Hieraus folgt nun die für Maschinen, welche vom Wasser vermittelst unterschlächtiger Räder getrieben werden, höchst wichtige Regel.

Man muß alles an der Maschine so einzurichten, und den zu überwindenden Widerstand so gegen die Kraft des Wasserstoßes zu proportioniren suchen, daß der angegriffene Punkt der Schaufeln (wofür man (*) den Schwerpunkt der Schaufelfläche annehmen kann) mit einer Geschwindigkeit umgetrieben wird, die dem 3ten Theil

(*) Wenn die Schaufeln nicht sehr hoch sind. Sonst muß man diesen Punkt, d. i. den Mittelpunkt des Stoßes, erst nach unten zu gebenden Regeln suchen.

Theil derjenigen Geschwindigkeit gleich ist, womit das Wasser an der Stelle, wo es an die Schaufel schlägt, im Gerinne fortschießet.

§. 84.

Um nun die Gleichung $P = \gamma z z \frac{(C - c)^2}{4g}$ gehörig aufzulösen, ist es schlechter Dings nothwendig, die absolute Geschwindigkeit des Wassers an dtr Stelle zu wissen, wo es an die Schaufel anschlägt. Wenn man eine Maschine zuerst anlegen will, so muß man dieses vorläufig aus der Höhe des Gefälles bestimmen, das man erhalten kann; und bey einer bereits angelegten ist diese Geschwindigkeit zwar schon da, aber doch gewöhnlich ziemlich groß, so daß für beyde Fälle die oben §. 67 gelehrten praktischen Methoden, die Geschwindigkeiten eines Stroms oder Bachs zu finden, schwerlich angewandt werden können: so bald das Wasser aufgestauet wird. Allein die Theorie giebt ziemlich sichere Regeln, diese Geschwindigkeit aus dem Wasserstande und lebendigen Gefälle herzuleiten.

Vorher merken wir an, daß es hauptsächlich zwey Arten giebt, das Wasser an die Schaufeln eines unterschlächtigen Rades zu leiten. Bey ziemlich hohem Wasserstande können die Ausgußöffnungen niedriger seyn als der Wasserstand, und wenn nun das Schutzbrett aufgezogen wird, so kann das Wasser in einem horizontalen Gerinne schon mit genugsamer Macht an

das

das Wasserrad anschlagen. Bey niedrigem Wasserstande ist das Ausgußloch nicht allemal niedriger, ja manchmal der obere Rand wohl noch höher als der Wasserstand: aber nun bekömmt das Gerinne eine Neigung gegen den Horizont, so, daß das Wasser auf einer schiefen Ebene gegen das Rad herabläuft. Es kann noch einen dritten Fall geben, wo das Ausgußloch niedriger liegt als der Wasserstand, das aus demselben hervordrängende Wasser aber noch dazu auf einem geneigten Gerinne dem Rade zuströmet.

§. 85.

Aus der Hydrostatik erhellet (Fig. 26), daß wenn A C = A und A B = a gesetzt wird, so ist der Druck des Wassers, welches in der Höhe A hinter der Fläche A D steht, auf diese Fläche = $\frac{1}{2}$ A^2 b, wenn C D = b gesetzt wird. Eben so ist $\frac{1}{2}$ a^2 b der Druck des Wassers auf A E. Folglich wird der Druck auf B E D C = $\frac{1}{2}$ ($A^2 - a^2$) b = $\frac{1}{2}$ (A + a)(A — a) b. Da nun A — a = B C, so ist (A — a) b = B E D C und $\frac{1}{2}$ (A + a) ist die mittlere arithmetische Proportionalgröße zwischen den Tiefen des obern und untern Randes von B E D C unter dem Spiegel oder A F. Stellt nun B E D C die Größe der vom Schutzbrett verschlossenen Ausgußöffnung vor, und G H I K wäre die Größe der Schaufel, welche = B E D C, so würde, da das Wasser durch eine horizontale Fortsetzung eines Kanals bleibt, wenn nur der Wasserstand in seiner Kraft nichts verlieret oder

gewinnt, der Druck auf die Schaufel ebenfalls $= \frac{1}{2}(A + a)(A - a)b$. Will man am genauesten verfahren, so nehme man für b die Breite der Schaufel selbst für A die senkrechte Höhe von der obern Fläche des Wasserstandes bis an den untern Rand der Schaufel, und für a die senkrechte Tiefe des obern Randes der Schaufel unter dem Spiegel des Wassers. Doch kann es immer so eingerichtet werden, daß, wenn die Schaufel am niedrigsten steht, ihr oberer Rand in einer Horizontfläche mit dem obern Rande der Oeffnung ist.

Man sieht also aus allem diesem so viel: Wenn sich der Druck auf jeden sehr kleinen Theil der Seitenfläche eines Gefäßes nach der senkrechten Höhe dieses Theils unter der Wasserfläche, und der Größe dieses Theils selbst richtete: so bleibt dieß auch gewisser Maßen noch für einen großen Theil wie BEDC oder GHIK wahr. Er richtet sich auch noch nach der Größe oder dem Quadratinhalt des Theils der Seitenfläche BEDC $=$ GHIK $= (A - a)b$. Aber da BEDC nicht in allen Punkten seiner Ausdehnung gleich tief unter AF liegt, so nimmt man als eine mittlere Höhe die halbe Summe der Tiefen des obern und untern Randes von BEDC oder GHIK unter AF an.

Da sich nun nach §. 61 die Geschwindigkeit des aus einer Oeffnung ausströmenden Wassers ebenfalls nach seiner senkrechten Tiefe unter der Oberfläche richtete, wenn die Oeffnung klein war, so können wir

der

der Aehnlichkeit wegen füglich annehmen, daß sich die mittlere Geschwindigkeit des aus einer Oeffnung wie B E D C ausströmenden Wassers auch aus der mittlern arithmetischen Proportionalgröße, zwischen der Tiefe des obern und untern Randes dieser Rechtecke unter der Wasserfläche bestimmen lasse, so daß man die Sache so ansehen könne, als wenn jeder kleine Theil, der aus B E D C ausströmt, seine Geschwindigkeit von der Höhe $\frac{1}{2}(A + a)$ erhalte, und da die Geschwindigkeit durch den Lauf in der horizontalen Richtung nicht geändert wird, auch noch mit eben dieser Geschwindigkeit an die Schaufel G H I K anschlage.

Da nun außer dem bekannt ist, wenn $\frac{1}{2}(A + a)$ die Höhe einer Wassersäule ist, so wird sie mit der Geschwindigkeit $2\sqrt{\frac{1}{2}(A + a)g}$ ausströmen, wenn unterwärts eine Oeffnung gemacht wird, so kann man annehmen, als wenn hier alles Wasser mit eben dieser Geschwindigkeit an die Schaufel anschlüge. Es ist alsdann die Wassermenge $Q = 2\sqrt{\frac{1}{2}(A + a)g} \times (A - a)b$, und folglich $\frac{Q}{(A-a).2\sqrt{\frac{1}{2}(A+a)g}} = b$ oder der Breite der Oeffnung.

Eben dieselbe Regel dienet auch, die Geschwindigkeit des Wassers auf einem geneigten Gerinne zu finden: denn weil die Geschwindigkeit des Wassers, wenn es in Bewegung geräth, einzig auf die senkrechte Höhe seines Standes sowohl als seines Falles

beruhet, so ist auch hier A nichts anders, als die senk-
„ rechte Tiefe des untern und a des obern Schaufel-
„ randes unter der horizontalen Oberfläche des hin-
„ ter dem Fachbaum stauenden Wassers. So verstan-
„ den ist immer die Geschwindigkeit, womit das Wasser
„ an die Schaufeln anschlägt, oder $C = 2\sqrt{\frac{1}{2}(A+a)g}$;
„ wo $g = 15,1\,f$, wenn man nach Pariser, oder
„ $15,625\,f$ ist, wenn man nach Rheinländischem
„ Maaße rechnet. „

§. 86.

Wir haben den Mittelpunkt des Drucks oben in dem Schwerpunkt der Schaufel angenommen. Wenn die Schaufeln nicht sonderlich hoch sind, so wird dieß auch bey der Berechnung des statischen Moments der an denselben angebrachten Kraft auf keinen merklichen Irrthum führen. Und eben aus dem Grunde, damit das Wasser mit beynahe gleicher Geschwindigkeit an alle Punkte der Schaufelfläche anschlage, setzt man erforderlichen Falls der Schaufel lieber in der Breite als in der Höhe etwas zu. „ Wenn man aber bey
„ höhern Schaufeln nöthig fände, genauer zu rech-
„ nen, so dient die Formel (*) $p\,\omega = \frac{2\,(A^3 - a^3)}{3.(A^2 - a^2)}$;
„ wo ω in der Figur 26 den Mittelpunkt des Drucks
„ anzeigt, und also $p\,\omega$ seine senkrechte Entfernung
„ von der Wasserlinie a f ist. Beym geneigten Ge-

rinne

(*) Die Entwickelung dieser Formeln aus der Theorie findet man bey Herrn Hofr. Karsten a. O. §. 121 ff.

„ rinne muß man unter A und a die Hypotenusen „ T p und R p der rechtwinklichten Dreyecke V T p „ und S R p verstehen, wo die senkrechten Tiefen T V „ und R S des obern und untern Schaufelrandes mit „ der Schaufel, wenn sie auf dem Gerinne senkrecht „ steht, einen Winkel einschließen, den Neigungs„ winkel des Gerinnes gegen den Horizont gleich ist.

§. 87.

Die Schaufeln müssen nun ferner in einer solchen Entfernung von einander eingesetzt seyn, daß sie sich so wenig als möglich einander hindern. Es sey Fig. 25 C das Wasserrad, C B sein Halbmesser, A B Querschnitte der Schaufeln der Höhe nach. Wenn nun A B senkrecht auf dem Boden des Gerinnes steht, so kann diese Schaufel nur dann, wenn nichts im Wege ist, in diesem Zustande den stärksten Stoß von dem Wasser bekommen. Ist demnach der Winkel D C B so klein, daß in diesem Augenblick der Theil D F der nachfolgenden Schaufel sich schon eingetauchet hat, so wird dadurch der Theil des Stoßes A L auf A B verlohren. Er wirket zwar dafür auf F D, aber schief, wobey also Verlust ist; und man nutzet daher in dem Augenblick, da die Kraft des Stoßes noch am größten seyn würde, sie nicht so, wie geschehen könnte, wenn das Rad nicht so enge geschaufelt wäre. Wenn demnach A B die senkrechte Lage gegen den Boden hat, so muß die nächste Schaufel nur erst in der Lage G H seyn, und das Wasser nur erst berühren. Da nun

hier CA, CH und der rechte Winkel bey A bekannt ist, so läßt sich der Winkel ACH leicht finden, womit man in 360° dividirt, um zu finden, in wie viel Theile das Rad getheilt werden müsse. Diese Regel wird für gewöhnliche Fälle genügen, weil die Höhe der Schaufeln gemeiniglich aus der Tiefe des Wassers im Gerinne, der Halbmesser des Rades aber aus dem erforderlichen Moment der Kraft, oder aus andern Umständen, wie wir bald hören werden, bestimmt wird.

Herrn Karstens Regel Hydr. §. 117. kömmt mit der hier gegebenen überein. Es sey r der Radius des Rades bis zum äußern Rande n die Anzahl der Schaufeln AB = b, so ist $\frac{360°}{n}$ = dem Winkel ACH.

Also ist 1 : sin. vers. $\frac{360°}{n}$ = r : b. Folglich ist b = r : sin vers. $\frac{360}{n}$. Nun ist sin. vers. $\frac{360}{n} = \frac{b}{r}$.

Also $n = \frac{360°}{A \text{ sin. v. } \frac{b}{r}}$. A sin. v. $\frac{b}{r}$ ist ein Bogen, dessen cosinus $r - \frac{b}{r}$ ist. Man sucht diesen cos. in den Tafeln, und dividirt mit dem zugehörigen Winkel 360°; so hat man die Anzahl der Schaufeln, welche das Rad haben muß. Suchte man r aus b und n; so ist $r = \frac{b}{\text{sin vers. } \frac{360}{n}}$.

Es

Es ist übrigens offenbar, daß man hiedurch noch nicht die Ungleichförmigkeit der Bewegungen, die von der Stellung der Schaufeln nothwendig entspringt, haben wird. Die allernachtheiligste Stellung ist die, wenn die beyden nächsten Schaufeln gleich tief eingetaucht sind. Denn da wird nur eine, und nicht einmal ganz und noch dazu schief vom Wasser getroffen.

§. 88.

Der Durchmesser, welchen man dem Wasserrade geben muß, ist zwar an sich willkührlich. Macht man ihn größer, so wächst das statische Moment; aber ein größeres Rad dreht sich langsamer um, u. s. w. man richtet sich also doch auch in so weit schon nach den Umständen und Endzwecken der Maschine. Nothwendiger ist es noch darauf zu sehen, wie hoch das Wasser zu solchen Zeiten, da es am meisten, und zwar manchmal plötzlich anschwellet, in dem Mühlenbache oder Strome zu steigen pflege. In dieser Absicht macht man den Halbmesser des Wasserrades größer, als die senkrechte Tiefe von der Horizontfläche des allerhöchsten je zu erwartenden Wasserstandes, bis zu der Stelle des Bodens des Gerinnes, wo das Wasser an die Schaufeln anschlägt. Dieß ist vom Staber- und Strauberzeuge zu verstehen. Beym Pansterzeuge hilft man sich auf andere Weise.

Wir gehen nach diesen Voraussetzungen zur wirklichen Berechnung der Kornmühlen mit unterschlächtigen Rädern fort.

Sechstes Kapitel.

Berechnung der Kornmühlen mit unterschlächtigen Wasserrädern.

§. 89.

Die gewöhnliche Einrichtung der gesammten Maschine einer Kornmühle mit dem unterschlächtigen Rade ist, was die Theile betrifft, worauf sich die Rechnung bezieht, wiederum sehr einfach. Man kann sich aus der 1. Figur davon einen hinlänglichen Begriff machen, besonders wenn man Fig. 23 zu Hülfe nimmt. Es bedeute Fig. 1 CD das unterschlächtige Rad, welches im Mahlgerinne wie C Fig. 23 häuget, so, daß das Wasser, welches das Gerinne herabfließet, an seine unterste Schaufel senkrecht anschlägt, §. 87. An der Welle A B, welche, wie Fig. 23 zeigt, in das Gebäude hineingeht, befindet sich das Kamrad F G, welches in einem stehenden Trilling K eingreift, in dessen Axe V N das Mühleisen befindlich ist, worauf der Läufer wie gewöhnlich lieget, und mit dem Mühleisen herum getrieben wird. In der Figur kann man sich unter L M hier den Durchschnitt des Läufers, unter n m aber den Durchschnitt der Oberfläche des Bodensteins vorstellen. Uebrigens enthält Beyers Schauplatz Zeichnungen genug, welche die äußern und innern Theile dieser Mühlwerke überflüßig deutlich machen.

§. 90.

§. 90.

Die Veranlassung, Mühlen mit unterschlächtigen Rädern anzulegen, wird darinn hauptsächlich gesetzet, wenn der Bach oder Fluß kein starkes Gefälle hat. Es ist natürlich, daß, wenn ein merklicher und brauchbarer Effekt erreicht werden soll, die Menge des Wassers den Mangel der Geschwindigkeit ersetzen müsse. Doch sind hier noch 2 Fälle. Entweder die Mühle soll an einem mittelmäßigen oder gar kleinen Bach, oder an einem Fluß, auch wohl gar an oder auf einem großen Strom erbauet werden. Wenn nun im erstern Falle die Menge sowohl als die Geschwindigkeit des Wassers das Datum ist, welches man genau bestimmen, und von welchem man seine Rechnung gleichsam beginnen muß, um daraus den Widerstand, der überwunden werden soll, verhältnißmäßig zu bestimmen: so kann man im zweyten Falle mehrentheils so viel Wasser, als man will, auf seine Mühle leiten, und daher damit anfangen, daß man den Effekt, den man erreichen will, zum voraus festsetzet, und nun berechnet, wie viel Wasser man dazu brauchet. Die Ordnung, in welcher man die Dimensionen der verschiedenen Theile der Maschine durch Maximen und Rechnung bestimmen, und aus der Hauptgleichung am bequemsten entwickeln kann, ist im ersten Falle anders als im zweyten. Wir wollen beyde Arten nacheinander vornehmen.

§. 91.

I) Wenn man im ersten Falle auf eine von den oben beschriebenen Arten §. 68 aus dem Durchschnitt und der Geschwindigkeit des Baches die Wassermenge, welche er in einer Sekunde schüttet, und durch zureichlich genaues nivelliren §. 74 das ganze Gefälle der Strecke heraus gebracht hat, in welcher man das Wasser aufzudämmen rathsam hält: so theilt man nach Bestimmung der Stelle, wo die Mühle erbauet werden soll, das ganze Gefälle in obere Ränsche, lebendiges Gefälle und untere Ränsche ein, §. 74. „ Es sey

Exempel. 1) Man will an einem kleinen Bache, der auch nicht sonderliches Gefälle hat, eine Mühle anlegen: so suche man zuerst nach §. 68 die Menge Wasser, welche er in einer Sekunde giebt. Wenn man ihn nach Gulielminis Art §. 69 eindämmete, und man fände das Profil 5,86 Q. f. die mittlere Geschwindigkeit = 25 durch irgend eine richtige Methode §. 67 f. verglichen mit §. 64; so gäbe dieß die Wassermenge = 14,650 C. f. Das Gefälle werde überhaupt nur 3 Fuß auf 30 Ruthen gefunden. Wenn man nun die Mühle 20 Ruthen unter der obern Gränze des aufzuschützenden Bachs anlegen wollte; so müßte man noch für die obere und untere Ränsche etwas abrechnen. Gesetzt, man ist wegen des im Winter vorkommenden Grundeises genöthigt, auf 10 Ruthen

„ sey M die Wassermenge, A die ganze Höhe des Was-
„ serstandes, a die Höhe des Wassers über den obern
„ Rand der Ausgußöffnung, b die Breite derselben;
„ so giebt $2\sqrt{\frac{1}{2}(A+a)}\,g$ die Geschwindigkeit, wo-
„ mit das Wasser aus der Oeffnung fließet, §. 85 und
„ $\frac{M}{2\sqrt{\frac{1}{2}(A+a)}\,g} = b$ die Breite der Oeffnung,
„ deren Höhe $= A - a$ man willkührlich (etwa dem
„ Gebrauch gemäß) bestimmet hatte. „ Jedoch macht man diese Höhe nicht gern sehr groß. Hiedurch bekömmt man, wenn man die Einrichtung des Gerinnes und Rades

then 2 Zoll Ränsche zu geben, so bleiben 2 Fuß 6 Zoll übrig. Wenn man nun 10 Zoll lebendiges Gefälle haben will, so ist der Wasserstand vor dem Schutzbrett noch 1 Fuß, 8 Zoll. Es soll die Ausgußöffnung 8 Zoll betragen, so ist §. 85 $A = 1$ Fuß, 8 Zoll, die ganze Höhe des Wassers $a = 1$ Fuß $=$ seiner Höhe über der Ausgußöffnung. Da nun die Wassermenge $= 14,65$ $\frac{1}{2}(A+a) = 1$ Fuß, 4 Zoll $= 1\frac{1}{3}$ Fuß: so ist die Breite des Ausgusses $b = \frac{14,658}{\frac{2}{3}\cdot 2\sqrt{\frac{4}{3}\cdot 15,625}}$ $= 2,42$ Fuß nach §. 85. Wenn man nun auf beyden Seiten 6 Zoll Spielraum dem Gerinne giebt, um das Anfrieren des Rades zu vermeiden, so können die Schaufeln nur 1,42 Fuß breit werden. So schmale Schaufeln brauchen wohl in

keinen

Rades (ob es z. E. Staber- oder Strauberzeug werden soll) ausgemacht hat, auch die Höhe und Breite der Schaufeln, folglich ihren quadratischen Inhalt. Nachdem man den Mittelpunkt des Wasserstoßes an den Schaufeln nach den Umständen §. 86 bestimmt hat; so sucht man aus der mittlern Höhe des Wasserstandes $\frac{1}{2}(A + a)$ und dem lebendigen Gefälle k (wenn man anders ein geneigtes Gerinne angelegt hat) vermittelst der Gleichung $2\sqrt{(\frac{1}{2}(A + a) + k)g} = C$ die Geschwindigkeit des Wassers an den Schaufeln. Nun muß

keinen doppelten Reifen eingefaßt zu werden, und man kann also hier Strauberzeug gebrauchen: wenn gleich übrigens die Wassermenge und Gefälle ganz anders ausfallen, als die Praktici vor Strauberzeug verlangen, §. 73, 74. Aus der Verengerung des Gerinnes durch die Wasserbänke ergiebt sich, daß der Querschnitt des Wassers bey den Schaufeln Höhe genug bekommen wird, um 10″ hohe Schaufeln anzulegen (*). Hiedurch bestimmt

---

(*) Man kann dieß ungefähr so überschlagen. Es fließen 14, 638 Cubikf. beym Rade mit der Geschwindigkeit 11, 62 durch. Das Gerinne ist daselbst zwischen den Waserbänken 1,67 Fuß breit. Nun ist $\frac{14,638}{11,62 \cdot 1,67} = 0,755$ oder etwas über $\frac{3}{4}$ Fuß die Höhe der Schaufel, wofür wir, weil es sich an der Schaufel wohl ein paar Zoll stauet, 10 Zoll genommen haben.

muß nach §. 83 die Geschwindigkeit des Mittelpunkts des Stoßes, welches hier der angegriffene Punkt des Hauptrades ist, $= \frac{1}{3} C = c$ seyn.

II) Mit Zuziehung des §. 88 entschließt man sich nun über den Halbmesser des Haupts: oder Wasserrades; er sey a: so ist $2 a \pi$ sein Umfang. Wenn man nun die Anzahl der Umläufe des Mühlsteins oder ν so annimmt, daß sie in den Gränzen, welche §. 46 setzt, bleibet, so darf man nur noch n oder die Anzahl

stimmt sich der Quadratinhalt der Schaufeln zu $\frac{1,42 . 10}{12} = 1,16$ oder etwa 1, 2 Q. Fuß. Weil noch 10 Zoll lebendiges Gefälle dem Gerinne gegeben wird; so ist die Geschwindigkeit des Wassers beym Mittelpunkt des Stoßes an den Schaufeln $2\sqrt{\frac{13}{6}} . 15,625 = 11,62 = C$. Die Geschwindigkeit, womit das Rad umgeht, muß also an dieser Stelle $\frac{1}{3} C = 3,87 = c$ angenommen werden.

2) Das ganze Gefälle ist 3 Fuß. Gesetzt nun der Grund des Mühlenhauses oder die Hausbäume wären über dem höchsten Wasserstand $1\frac{1}{2}$ Fuß erhaben, so müßte die Axe der Mühlwelle noch eben so viel erhöhet seyn. (nach §. 88. Siehe auch Beyer Kap. 5. §. 8, 9.) Dadurch erhalten wir ein Rad von 6 Fuß im Halbmesser, welches wir vom Mittel-

Anzahl der Trillingsstäbe bestimmen, und nach §. 14 giebt $\frac{n.v.2a\pi}{60c} = m$ die Zahl der Kämme des Kammrades. Man wird n, wenn c einiger maßen groß ist, wenigstens 9 bis 10 nehmen können, §. 15. Alsdann ist die Einrichtung von Rad und Getriebe zweckmäßig gemacht, und nach §. 18 kann auch der Halbmesser des Kammrades und Trillings bis an die angegriffenen Punkte der Kämme und Triebstöcke bestimmt werden, d. i. man weiß auch b und c in der Hauptgleichung.

III) Nun kann man den Halbmesser des Läufers wieder entweder willkührlich annehmen, oder aus der Anzahl

telpunkt des Rades bis zum Mittelpunkt des Stoßes verstehen wollen. Es ist folglich $a = 6$ und $2a\pi = 12.3,1416$. Nun sey $v = 49$ und $n = 6$: so wird $\frac{6.49.12.3,1416}{60.3,87} = 47,5$ oder 48 die Anzahl der Kämme, wofür wir wegen §. 16 die Zahl 49 nehmen. Man wird nunmehr auch (nach §. 18 am Ende) den Halbmesser des Kammrades zu etwa 4 Fuß und des Trillings zu 6 Zoll annehmen können. In der Hauptgleichung wird statt $\frac{b}{c}$ am besten $\frac{49}{6}$ gesetzt.

3) Da nun $\frac{60}{49} = 1,224$; so werden zu einem Umlauf des Steins 1,224 beynahe $1\frac{1}{4}$ Sekunden erfordert.

Anzahl der Umläufe in einer Minute nach der Maxime des 40. §. dem natürlichen Schwunge gemäß bestimmen (denn kleiner muß man ihn wenigstens nicht leicht nehmen) Dieß ist der Werth r in der Hauptgleichung.

IV) Nun läßt sich $P = \frac{\gamma z z (C - c)^2}{4g}$ §. 82 bestimmen, und wenn M die Schwere des Hauptrades mit Zubehör ist, so ist $F = \frac{1}{3} M + \frac{1}{2} (P + \frac{a}{b} P)$, wenn man, um nicht zu wenig zu rechnen, Belidors §. 25 am Ende angeführte Regel gebrauchen will.

Wenn

fordert. Aus der Gleichung $\frac{250^2 t^2}{2 \pi^2} = l$ §. 40 ist die Länge des gleichzeitigen Penduls 1237^{IV} oder 1, 237 Fuß. Dieß sind $\frac{3}{4} r$, und also $r =$ 1, 65 Fuß, welches beynahe $1\frac{2}{3}$ Fuß sind, so daß der Durchmesser des Steins 3 Fuß, 4 Zoll am bequemsten genommen werden könnte.

4) Da nun überhaupt $P = \frac{\gamma z z (C - c)^2}{4g}$ §. 82 so ist (weil $zz = 1, 2$ $C = 11, 62$ und $c =$ 3, 87 nach No. 1) die Kraft, welche das Rad treibt $= \frac{64 . 1, 2 . 7, 75^2}{4 . 15, 625} = 73$ bis 74 ℔. Wenn M nun das Gewicht des Mühlrades der Welle und des Kammrades u. s. w. so ist die absolute

Fric-

Wenn man nun den Halbmesser der Zapfen der Mühlwelle f und des Trillings e stark genug machet, so ist in der Hauptgleichung alles bestimmt, außer R und $X = \frac{1}{35} R$. Da sich nun auch diese Größe oder das Gewicht des Läufers mit Zubehör finden läßt:

Friktion an den Zapfen der Welle aufs höchste $F = \frac{1}{3} M + \frac{1}{2}(P + \frac{a}{b} P)$. Gesetzt man fünde aus den Dimensionen $M = 2000$ ℔, (weil man mit einer 16 Zoll dicken eichenen Mühlwelle hier wohl ausrechnen kann, und Belidor bey 18 Zoll Dicke und einem viel größern Rade 3015 ℔ findet) so ist $F = 666 + \frac{1}{2}(74 + 111) = 666 + 93 = 759$. Nun nehme man $f = 8$ Linien, und $e = 3'''$, so ist alsdann in der Hauptgleichung §. 43, $X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{2}{3} r} - \frac{e}{r} \frac{1}{3} R$ alles bis auf R und X bestimmt. Da nun $aP = 444$ und $fF = \frac{1}{18} \cdot 759 = 42$ so ist $aP - fF = 402$. Ferner ist $\frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R = \frac{1}{48} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} R = \frac{1}{240} R$. Folglich wird

$$X = \frac{18 \cdot 6 \cdot 402 \cdot 9}{19 \cdot 49 \cdot 10} - \frac{1}{240} R \text{ und } (\frac{1}{35} + \frac{1}{240}) R = \frac{18 \cdot 6 \cdot 402 \cdot 9}{19 \cdot 49 \cdot 10}, \text{ und daraus folgt}$$

$$R = \frac{18 \cdot 6 \cdot 402 \cdot 9 \cdot 4}{19 \cdot 7 \cdot 55} = 1281.$$

Wenn man nun

läßt; so giebt die Stereometrie, wenn man die Schwere eines Kubikfußes Stein weiß, auch noch die Höhe desselben an, so daß alle Hauptttheile der Maschine itzt ausgemacht sind; außer daß man etwa noch die Anzahl der Schaufeln nach §. 87 bestimmte.

nun auch 200 ℔ für das Mühleisen, Trilling u. s. w. rechnet, so bleibt der Läufer 1081 ℔, welches den Cub. Fuß zu 110 ℔ gerechnet, 9,8181 Cub. Fuß giebt. Da $r = \frac{5}{3}$ und ϱ oder der Radius des Läuferauges $\frac{5}{24}$ Fuß, so ist hier $(r^2 - \varrho^2)\,\pi =$ 8,6. Also ist die Höhe des Steins = 1,176 Fuß, oder 14 Zoll und drüber.

Da der Halbmesser bis zum äußern Rande etwa $6\frac{1}{2}$ Fuß, die Höhe der Schaufel oder $b = \frac{10}{12} =$ $\frac{5}{6}$ Fuß, so ist $\frac{5}{6} : 6\frac{1}{2} = \frac{10}{6.13} = \frac{10}{78} =$ 0,1282. Da nun 1 — 0,1282 = 0,8718, welches mit dem cos. 29° 19′ zunächst übereinkömmt, so giebt dieß nach §. 87 die Anzahl der Schaufeln $= \frac{360}{29°\,19'}$ welches 12 bis 13 sind.

§. 92.

2) Exempel. Wir wollen nun noch die Berechnung einer vom Belidor beschriebenen und geprüften Mühle zu la Fere a. O. Liv. II. Chap. I. §. 649 f. f. hier mittheilen. Herr Hofr. Karsten hat in seiner Mech. §. 419 f. f. und auch Hydr. §. 127 eben diese Mühle nach denen Regeln geprüft, welche seine Theorie angiebt.

Von ihrer Einrichtung, die überhaupt mit andern unterschlächtigen Wassermühlen, was Rad und Getriebe anlangt, übereintrifft, merken wir hier nur an: daß bey derselben so wie bey mehrern andern zu la Fere, und wie es in Frankreich überhaupt üblich zu seyn scheinet, das Wasser in einem Behälter, der ausdrücklich dazu ausgegraben ist, vor dem Schußbrette in einer zureichlichen Höhe erhalten wird. Die mittlere Höhe oder $\frac{1}{2}(A + a)$ ist 5 Fuß. Da nun das Wasser durch die Ausgußöffnung beynahe horizontal an die Schaufeln geleitet wird, so findet man $C = 2\sqrt{5.15,1}$ $= 17,37$ Fuß, wo wir $g = 15,1$ gesetzt haben, weil hier Französ. Maaß zu verstehen ist. Aus Vergleichung der Belidorschen Zeichnung mit seiner Rechnung findet man die Breite der Schaufeln 2′ $10\frac{1}{2}$″ die Höhe 9″. Dieß giebt den Quadratinhalt oder $zz = 2,14$ Q. F. und $\frac{1}{3} C = c$ ist 5,79 Fuß. Wenn nun (wie Belidor angenommen) $a = 8$ Fuß; so ist $\frac{2a\pi}{c} = \frac{2.8.3,1416}{5,79} = 9$ beynahe: es kommt also das Hauptrad in 9 Sekunden einmal herum. Dieß sind $6\frac{2}{3}$ Umläufe in der Minute. Wenn man nun mit Belidor dem Kammrade 48 Zähne, und dem Getriebe 9 Triebstöcke giebt, (weßwegen man den Halbmesser des Kammrades b zu 4′ des Trillings, oder c zu $\frac{3}{4}$ Fuß annehmen kann) so ist $\frac{5,79.60}{2.8.3,1416}$ die Anzahl der Umläufe des Wasserrades; und daher $\frac{5,79.60.48}{2,8.3,1416.9} = \frac{19,3}{0,5236}$ =

$= 36,8$ die daraus folgende Anzahl der Umläufe des Läufers. Dieß kann gerade noch genügen (*). Wir würden hier für den Durchmesser des Läufers nach den Regeln des 40. §. etwa 5 Fuß finden. Allein da aus der Geschwindigkeit und Maaße des Wassers, welches das Rad treibet, schon zu vermuthen ist, daß ein sehr schwerer Stein wird aufgelegt werden können: so würde derselbe alsdann unförmlich hoch werden müssen: so daß es besser seyn wird, ihm mit Belidor einen Durchmesser von 6 Fuß $= 2r$ zu geben, zumal da es der Gleichförmigkeit der Bewegung nicht so vielen Abbruch thut, wenn ein Körper etwas schneller, als wenn er langsamer als sein natürlicher Schwung erfordert, herumläuft. Vielleicht wäre schon in diesem Falle die Veranlassung da, einen doppelten Gang anzulegen, wo die beyden Steine so eingerichtet würden, daß sie mit ihrem natürlichen Schwunge herumliefen.

Ferner ist hier $P = \frac{\gamma z z (C - c)^2}{4g} = 70.2,14.$

$\frac{(17,37 - 5,79)^2}{4.15,1} = \frac{70.2,14.11,58^2}{4.15,1} = 332$ ℔,

(denn γ ist hier 70 ℔, weil ein Pariser Fuß der Maaßstab ist). Die Schwere der Hauptwelle des Wasser- und Kammrades mit allem Zubehör findet Belidor

(*) Dieß ist nach Belidors Art gerechnet. Nähmen wir $v = 36$ bis 37 und $n = 9$, so würden wir nach der Regel des 14 §. $m = 48$ finden.

3015 ℔, wenn die Welle von Eichenholz und 18 Zoll stark ist. Weil nun hier die Friktion zu finden, die Belidorsche Regel §. 25 am Ende gebraucht werden kann, obgleich, wie man leicht siehet, P horizontal drücket, und 2 P am Umfange des Kammrades in der parallelen Richtung widerstehet; so ist $F = 1005 + \frac{1}{2}(332 + 2.332) = 1005 + 166 + 332 = 1503$. Wenn nun $f = 9$ Linien, und $e = 3''' = \frac{1}{16}$ Fuß, so ist $aP - fF = 8 : 332 - \frac{1503}{16} = 2562$. Also $\frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{2}{3}r} = \frac{18}{19} \frac{3}{4.4} \cdot \frac{2562}{2} = \frac{9.3.1281}{19.4.2}$. Da nun $X + \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R =$

$\left(\frac{1}{35} + \frac{1}{48.3.3}\right) R = \frac{467}{35.48.9} R$, so ist $R = \frac{9.3.1281.35.9.6}{19.467} = 7367$ ℔. So schwer kann also Läufer und Zubehör werden. Wenn man also für letzteres mit Belidor und Karsten 200 ℔ abrechnet, so findet man den Stein 7167 ℔ schwer. Dieß sind $\frac{7167}{110} = 65$ Cub. Fuß. Nun ist hier

§. 47. Anm. $(r^2 - \varrho^2)\pi = \left(9 - \frac{25}{24.24}\right)\pi$ beynahe $\left(9 - \frac{1}{24}\right)\pi = \frac{215}{24} \cdot 3,1416 = 215.0,1309 = 28,14$. Daher $\frac{65}{28.14} = 2$ Fuß 3 bis 4 Zoll die Höhe des Steins.

Da

Da die Höhe der Schaufeln oder $b = 9''$ und der ganze Halbmesser des Rades $= (96 + 4\frac{1}{2})''$, so ist $\frac{b}{r} = \frac{9}{96 + 4\frac{1}{2}} = \frac{18}{201} = 0{,}0899005$. Nun ist der hierzu gehörige cosinus $= 1 - 0{,}0899005$ $= 0{,}91000995$ $24\frac{1}{2}^{\circ}$ beynahe. Da also $\frac{360}{24\frac{1}{2}} = 15$ beynahe, so bekömmt das Wasserrad nach Belidors Regel 15 Schaufeln §. 87.

§. 93.

3) **Exempel.** Berechnung einer Schiffmühle. Weil diese Art Mühlen in große Flüsse, welche man nicht aufdämmen kann, geleget werden: so muß das Wasserrad von der bloßen natürlichen Geschwindigkeit des Stroms, die bey den gewöhnlichen Flüssen höchstens auf 5 bis 6 Fuß geht, getrieben werden. Weil man nun zugleich das Mühlengebäude nicht gern sehr hoch bauet, so geht es auch nicht wohl an, ein Kammrad von so großem Durchmesser anzubringen, als erfordert würde, wenn der Mühlstein durch ein einziges Rad und Getriebe bey dem langsamen Umlauf des Hauptrades, die zum Mahlen nothwendige Geschwindigkeit erhalten sollte, §. 46. Daher ist es hier nothwendig, vorgelegtes Zeug zu gebrauchen, und die Einrichtung einer Schiffmühle ist, (Fig. 30) in sofern sie unsre Berechnung angeht, diese: An der Welle A B des Hauptrades C D befindet sich ein Sternrad E F, welches in einem horizontalliegenden Trilling G H (den die

Müller den Drehling nennen) eingreift. An der Axe K L dieses Drehlings ist ein Kammrad N M, dessen Zähne einen vertikalstehenden Trilling Q umtreiben. Des letztern Axe enthält, wie gewöhnlich, das Mühleisen, wovon der Läufer R herum geführt wird.

Weil also hier ein doppeltes Eingreifen der Zähne in die Triebstöcke vorkömmt: so kann man sich der Regeln des 43. §. nicht so schlechthin bedienen. Und da man es bey Schiffmühlen in seiner Gewalt hat, wie viel man Wasser auf die Schaufeln leiten, oder wie groß man die Quadratfläche der Schaufeln machen wolle: so bestimmt man hier zuerst die Größe des Widerstandes, und suchet daraus die zu dessen Ueberwindung erforderliche Kraft. Man hält sich also am beßten an die erste Hauptgleichung §. 43; nur muß man folgende Schlüsse anstellen.

Es sey b (Fig. 30) des Sternrades E F, q des Drehlings G H, t des Kammrades N M, c des Trillings Q, g des Zapfens an der Drehlingswelle Halbmesser, und φ die Friktion an diesen letztern Zapfen: so kann man sich zuerst die Sache so vorstellen, als wenn die Kraft zur Ueberwindung des Widerstandes an dem Umfange des Drehlings G H unmittelbar angebracht wäre. Man nenne diese Kraft Q, und nehme e und r in der bisher gewöhnlichen Bedeutung,

so ist nothwendig eben wie §. 43 $q\,Q - g\varphi = \frac{19}{18}\,\frac{t}{c}\,(\frac{2}{3}\,e.\frac{1}{3}\,R + \frac{2}{3}\,r\,X)$, und wenn nun R bekannt ist, oder angenommen wird, so kann man φ und Q finden.

den. Es ist aber $qQ = \frac{19}{18}\frac{t}{c}(\frac{2}{3}e.\frac{1}{3}R + \frac{2}{3}rX) + g\varphi$. Wenn daher qQ bekannt geworden, und a und f den Halbmesser des Hauptrades und der Zapfen seiner Welle bedeuten, so kann man aus $aP - fF = \frac{19}{18}\frac{b}{q}.qQ = \frac{19}{18}b.Q$ die Kraft P finden. (Es ließe sich alles durch die Gleichung vorstellen $aP - fF = \frac{19^2}{18^2}.\frac{b.t}{q.c}(\frac{2}{3}e.\frac{1}{3}R + \frac{2}{3}rX) + \frac{19}{18}\frac{b}{q}.g\varphi$). Diese vorläufigen Betrachtungen können hinreichen, um nachstehende Berechnung zu rechtfertigen.

Wir wollen den Läufer der Schiffmühle 1 Fuß, 4 Zoll hoch und 3 Fuß im Durchmesser annehmen (welches im Rheinländischen Maaß zu verstehen, daher die Höhe noch etwas mehr beträgt, als beym Beyer Kap. X. §. 6, die Breite aber ziemlich mit der von ihm angegebenen 1 Elle, 15 Zoll, oder 39″ kleines Maaßes zutrifft). Da nun nach §. 36 am Ende $t = \frac{\sqrt{2\pi^2 l}}{250^2}$ $= \frac{\sqrt{2.9,869.9000}}{250^2\ 8}$, weil l oder die Länge des isochronischen Penduls $\frac{3}{4}r = \frac{3.3}{4.2}$ Fuß $= \frac{9000}{8}$ Skrupel, folglich $t = \frac{\sqrt{9,869.2250}}{250^2} = \frac{3,1416.3.}{\sqrt{250}}$ $= 0,59$, so kömmt der Stein, unterdessen daß das isochronische Pendul einen Hin- und Wiederschwung vollendet, d. i. in $2.0,59 = 1,1.8$ Sekunden ein-

mal herum, welches beynahe 1, 2 Sekunden sind. Um nun diese Geschwindigkeit dem Läufer zu verschaffen, muß man erst die Geschwindigkeit wissen, welche das Wasserrad bekommen kann. Wenn die Schaufeln 20 Zoll hoch gemacht werden; so liegt das Centrum percussionis 133 Zoll vom obern Rande. Denn da hier der Werth a §. 85 = 0, so ist das dortige $\frac{2(A^3 - a^3)}{3(A^2 - a^2)}$ = $\frac{2}{3}$ A = $\frac{2}{3}$ 20 = 13, 3. Gesetzt nun das Pitotsche Instrument §. 67, n. II zeigte zu einer Zeit, da der Fluß in seinen gewöhnlichen Ufern ist, $5\frac{1}{2}$ Zoll, wenn man die Axe der horizontalen Oeffnung 13, 3 Zoll unter das Wasser bringet: so ist $2\sqrt{\frac{11}{2.12}}$. 15, 625 = 5, 34 Fuß = C, also c = 1, 78 Fuß die Geschwindigkeit des Mittelpunkts des Stoßes am Rade: den Halbmesser des Rades bis zu diesem Punkt oder a wollen wir 5 Fuß annehmen. Es ist also 2 a π = 10. 3, 1416 = 31, 415 Fuß. Da nun $\frac{31, 415}{C}$ = $\frac{31, 415}{1, 78}$ = 17, 65; so ist dieß die Anzahl der Sekunden, welche das Wasserrad zu einem Umlaufe gebraucht. Ferner, weil 1, 2 Sekund. die Zeit eines Umlaufs des Mühlsteins seyn sollen, und $\frac{17, 65}{1, 2}$ = 14, 7: so ist dieß die Anzahl der Umläufe des Steins während eines Umlaufs des Hauptrades, wofür wir 15 ansetzen wollen. Es heiße diese Anzahl μ, und die

Anzahl

Anzahl der Zähne am Sternrade M, am Kammrade N, der Triebstöcke des Drehlings m, des Trillings n, so ist $\frac{M.N}{m.n} = \mu$ nach den in jeder Statik gegebenen Regeln, womit man den §. 12. bis 15 vergleichen kann. Wenn wir nun mit Beyer a. O. dem Drehlinge 24, dem Trilling 7 Stecken geben, für N aber 40 annehmen, so müssen wir $M = \frac{m.n.\mu}{N} = \frac{24.7.15}{40} = 63$ für die Anzahl der Zähne des Sternrades setzen.

Es werde nun e wie gewöhnlich 3 Linien, g der Halbmesser des Zapfens der Drehlingswelle 6‴ genommen, so läßt sich nun ferner R aus den festgesetzten Dimensionen des Läufers bestimmen. Es ist sein körperlicher Inhalt $= (r^2 - \varrho^2)\,\pi.\frac{4}{3} = \left(\frac{9}{4} - \frac{25}{24^2}\right)$ $3,14 . \frac{4}{3} = 10$ C. F. Wenn nun (wie es wenigstens von den hier zu Lande gebräuchlichen Steinen ziemlich zutreffen wird) der Cubikfuß 160 ℔ wiegt, so ist R $= 1600 +$ dem Zubehör, letzteres mag auch noch 200 ℔ ausmachen, so daß $R = 1800$ ℔ wäre. Nun ist $\frac{2}{3}$ e. $\frac{1}{3}$ R $= 400 . \frac{1}{48} = 8,333$ und $\frac{2}{3}$ r X $= \frac{2}{3} . \frac{3}{2} . \frac{1}{35} . 1800 = \frac{1800}{35} = 51,43$. Diese beyden Posten zusammen etwa 60 ℔. Folglich ist q Q $- g\,\varphi = \frac{19}{18} . \frac{40}{7} . 60 = \frac{19,400}{3.7} = \frac{7600}{21} = 362$. Da nun der Halbmesser des Drehlings q $= 24$ Zoll gesetzt werden kann, §. 18 am Ende: so ist $Q - \frac{g\varphi}{q} =$

$= \frac{362}{2} = 181$. Wenn man nun, um φ zu finden, annimmt, daß eine Kraft von 181 ℔ an dem Umfange des Drehlings angebracht ist: so ist, da t oder der Halbmesser des Kammrades 40 Zoll seyn kann, der Widerstand der Triebstöcke gegen die Kämme $= \frac{q}{t}\,181 = \frac{24}{40}\,181 = 108\frac{3}{5}$ etwa 109, welcher aber parallel mit dem Horizont wirket, und mit der Richtung der Kraft am Umfange einen rechten Winkel macht. Letztere kömmt also dem vertikalen Druck, welcher von dem Gewicht der Welle nebst Drehling und Kammrad herrührt, zu Hülfe. Nach der Beyerschen Zeichnung ist diese Welle etwa 10 Fuß lang und $1\frac{1}{2}$ Fuß dick, welches etwa 14 C. Fuß giebt. Wenn wir Kürze halben das übrige noch 3 Cubikfuß rechnen, so können wir die ganze Last als Eichenholz, davon der Cubikfuß etwa 60 ℔ wiegt, ansehen, und $= 1000$ ℔ setzen. Nun ist $\sqrt{(1181^2 + 109^2)} = 1186$. Nimmt man davon nach Belidors Regel §. 25 die Hälfte, da es eigentlich nur ein Drittheil seyn sollte, so ist $\varphi = 593$.

Daher ist $\frac{g\varphi}{q} = \frac{\frac{1}{24} \cdot 393}{2} = 12\frac{1}{2}$. Folglich ist $Q = 181 + 12\frac{1}{2} = 193\frac{1}{2}$, und $q\,Q = 2 \cdot 193\frac{1}{2} = 387$. Da nun $a\,P - f\,F = \frac{19}{18}\,\frac{b}{q} \cdot q\,Q =$ $\frac{19}{18}\,b \cdot Q = \frac{19}{18}\,\frac{63}{12} \cdot 193\frac{1}{2}$; (weil der Radius des Sternrades bey 63 Zähnen auch 63 Zolle etwa betragen

gen muß §. 18 (*)) so ist folglich $aP - fF = 1072\frac{1}{3}$. Da wir nun f hier = 9 Linien = $\frac{1}{12}$ Fuß annehmen können, und a 5 Fuß ist, so ist $\frac{P - fF}{a} = \frac{1072\frac{1}{3}}{5}$ = $214\frac{1}{2}$. Da nun die Hauptwelle nach Beyern etwa 27 Fuß lang und 20 Zoll stark zu nehmen ist, so wäre ihr Gewicht = 25 . 3, 14 . 5 . 9 = 3410 ℔. Wenn wir Kürze halber das Wasserrad und Kammrad noch zu 590 ℔ anschlagen, so wäre M = 4000 ℔. Die an die Schaufeln druckende Kraft wirkt unter einem rechten Winkel mit der Schwere der Welle und des Mühlrades, wodurch also jener Druck in etwas verstärkt wird. Im Gegentheil wirket der Widerstand am Umfange des Sternrades vertikal aufwärts, wodurch also der Druck um einen größern Theil vermindert wird, als ihn der horizontal wirkende Wasserstral vermehrte. Da überhaupt 214 ℔ gegen 4000 in keinen sonderlichen Anschlag kommen, so setzen wir $F = \frac{1}{3}M$ 1333. Also ist $P = 214\frac{1}{2} + \frac{fF}{a} = 214\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1333}{5} = 214\frac{1}{2} + 16\frac{2}{3} = 231$ ℔ beynahe. Nun ist $P = \frac{\gamma zz.(C-c)^2}{4g}$. Folglich die Fläche der Schaufeln $z^2 = \frac{4gP}{\gamma(C-c)^2}$. Es ist $C - c = 5{,}34$

(*) Nehmen wir mit Beyern a. O. $4\frac{1}{2}$ Zoll Theilung, so wird der Halbmesser nur 45″ oder 3′ 9″, wie in der Zeichnung Fig. 30.

5,34 — 1,78 = 3,56. Demnach ist $z^2 = \frac{4 \cdot 15,625 \cdot 231}{64 \cdot 3,56^2} = 17,75$ Quadr. Fuß. Da wir nun ihre Höhe oben 20 Zoll = $\frac{5}{3}$ Fuß genommen haben, so wird ihre Länge oder Breite = $\frac{17,75 \cdot 3}{5} = 10,65$ Fuß oder $10\frac{2}{3}$ Fuß.

Die Anzahl der Schaufeln giebt die Gleichung $n = \frac{360°}{A \sin. verf. \frac{b}{r}}$ §. 87 der ganze Radius bis an den äußern Rand der Schaufeln r = (60 + 7) Zoll, und da b die Schaufelhöhe, so ist $\frac{b}{r} = \frac{20}{67}$ = 0,298504. Dieß von 1 abgezogen giebt 0,701406. Dieß ist der Cosinus eines Winkels von etwa 45°. Und da $\frac{360}{45} = 8$, so müßte das Rad nach der Regel nur 8 Schaufeln haben.

§. 94.

Auf ähnliche Art wird man die mehreste Zeit auch bey der Berechnung der Panstermühlen mit einfachen oder doppelten Gängen verfahren. Denn man wird auch hier, weil am Wasser gewöhnlich kein Mangel ist, aus der begehrten Wirkung die Kraft herleiten können, die man anwenden muß, d. i. man kann aus der Schwere der Läufer auf die Größe der Schaufeln hinaus rechnen, wie es bey der Schiffmühle geschehen ist. Hat die Mühle nur einen Gang, so ist er entweder

weder ohne vorgelegtes Zeug, wenn man nämlich durch ein Kammrad und Trilling die benöthigte Geschwindigkeit zuwege bringen kann, und alsdenn darf man nur schlechthin die erste Gleichung des 43. §. gebrauchen, um daraus P und folglich z z zu finden; ist aber ein Vorgelege nicht zu vermeiden, so verfährt man völlig so wie bey der Schiffmühle. Hat die Mühle einen doppelten Gang, so daß etwa das Sternrad an beyden Seiten in einen Drehling eingreifet: so erfordert schon die Natur der Sache, um eine gleichförmige Bewegung zu erhalten, den Widerstand auf beyden Seiten gleich zu vertheilen. Hat man also einen Gang berechnet, so gilt eben die Rechnung auch für den andern, und wenn man aus dem Widerstande als Datum auf die Kraft hinaus gerechnet hat, so wird weiter nichts nöthig seyn, als letztere zu verdoppeln, welches z. E. dadurch geschieht, daß man die Schaufeln noch einmal so breit macht, als sie für einen Gang gefunden worden. Im Fall man aber auch hier der besondern Umstände wegen eine bestimmte Menge und Geschwiudigkeit des Wassers zum Grunde legen muß, und daraus den Widerstand suchet, welcher überwunden werden kann: so könnten wir hier nach §. 47. verfahren. Findet man nämlich, daß der Stein, welchen die Mühle bey einem Gange führen kann, wenn man ihm einen Durchmesser von 5 bis 6 Fuß gäbe, eine Höhe bekäme, die viel über 2 Fuß ausmachte, so thut man besser, wenn man 2 Gänge anlegt.

Wer die vorigen Methoden anzuwenden weiß, dem wird es nun auch leicht seyn, wenn etwa eine andere Anordnung mit vorgelegtem Zeuge als die beschriebene war, getroffen wird, seinen Kalkul zu ziehen, z. E. wenn an der Hauptwelle ein Kammrad ist, welches in einen vertikalstehenden Trilling eingreift, an dessen Axe ein Sternrad auf beyden Seiten vertikale Trillinge umtreibet, auf deren Axe die Läufer liegen. Da wir hier nur von solchen Rechnungen und Anlagen handeln, die eine lange in einem fortdaurende Bewegung zur Absicht haben, so wird man von uns nicht erwarten, die Rüstzeuge zu beschreiben, und etwa ihre beste Einrichtung aus statischen Regeln zu lehren, wodurch das Pansterrad gehoben oder niedergelassen wird, wenn das Wasser, wie in großen Flüssen vorzukommen pflegt, steigt oder fällt. Man findet ihre Beschreibung in allen Mühlenbüchern, z. E. beym Beyer Kap. VII. §. 13 f. f.

Siebentes Kapitel.

Von Mühlen mit horizontalen Wasserrädern.

§. 95.

Das wesentliche in der Einrichtung dieser Mühlen bestehet in folgendem. An den äußern Reifen einer Scheibe AB (Fig. 31) oder eines Rades werden unter einem schiefen Winkel gegen die Ebene des Rades

Schau-

Schaufeln ccc (*) so nahe an einander gesetzt, daß das darauf geleitete Wasser, wenn das Rad herumgehet, nirgend zwischen den Schaufeln durchfallen kann, ohne vorher sie getroffen zu haben. Es wird nämlich die Welle des Rades vertikal gestellet, so daß die Radfläche selbst horizontal ist. Das Wasser wird alsdann in einem geneigten Gerinne E (wozu man sich am besten einer cylindrischen Röhre bedienet) von oben auf das Rad geleitet; und man sucht dieser Röhre eine solche Richtung zu geben, daß der Wasserstoß auf die Fläche der Schaufeln senkrecht ist, da denn dieselben, wenn dieser Stoß stark genug ist, in der einzigen Richtung, in welcher sie ausweichen können, d. i. in der horizontalen herumlaufen werden. In der Welle des Rades ist sogleich das Mühleisen befestiget, welches den Läufer mit sich herumführet. Die in der Figur vorgestellte Schraube F dienet zum Heben des Rades und seiner Unterlage, folglich auch des Läufers, um bald die Steine, wenn es feineres Mehl geben soll, näher zusammen zu bringen, bald sie wieder von einander zu rücken.

§. 96.

Ungeachtet Mühlen mit horizontalen Rädern in einigen Provinzen Frankreichs, Schwedens und der Türkey sehr gebräuchlich sind: so haben wir doch keine ganz zuverläßige Zeugnisse, ob man in Deutschland irgend,

(*) In der 28. Figur sind zwey dergleichen Schaufeln größer vorgestellt.

irgendwo davon Gebrauch gemacht hat. In so fern, da wir nur die gewöhnlichsten Einrichtungen in unsern Gegenden unter die Rechnung ziehen wollen: so hätten wir dieselbe füglich übergehen können. Allein die Vortheile, welche diese Art Wasserräder vor andern, die vom Stoße getrieben werden, voraus haben, und welche die Folge mit mehrerm ergeben wird, haben mich bewogen, sie hier mitzunehmen. Die Kornmühlen, welche dadurch getrieben werden, würden, wie man aus der Beschreibung schon sieht, sehr einfach seyn, wenige Friktion und wenige Kosten verursachen. Es ist richtig, daß an den Orten, wo die horizontalen Wasserräder üblich sind, man ihnen keine ganze flache, sondern ausgehöhlte muschelförmige Schaufeln giebt, wo das Wasser an die hohe Kante anstößt, und aus der flächeren Seite abfließt. Allein außer dem, daß der Stoß an diese Schaufeln nicht leicht unter den Kalkul zu bringen seyn würde: so sehe ich auch wirklich von dieser hohlen Figur bisher keinen Vortheil, da im Gegentheil die ganz flache bequeme Regeln giebt, welche für unendliche Abwechslung von Umständen immer gleiche Geschwindigkeit behalten.

§. 97.

Die Bedingung, daß das Wasser auf die Schaufel senkrecht fallen soll, ist nicht nur bey der Rechnung am bequemsten, sondern sie ist auch vortheilhafter, in Absicht der Wirkung, wie man leicht sieht, so wie auch bey den Muschelrädern die Richtung des

Strals

Strals senkrecht auf die Fläche zu wirken scheint, welche den Mittelpunkt der Schaufel berühret.

Uebrigens sieht man wohl, daß das Rad auch bey jedem andern Winkel, unter welchem der Wasserstral die obere Fläche der Schaufel trafe, dieselbe zum Umlaufen wenigstens sollicitiren werde. Ist die Richtung des Strals auf die Ebenen des Rades senkrecht: so ist dieser Fall demjenigen gleich, wenn der Wind auf die Fläche der Windruthen senkrecht aber schief auf die Fläche der Flügel wirket. Dieß erläutert vorläufig die Bewegung des horizontalen Rades überhaupt, und es ergiebt sich hieraus, daß es aus ähnlichen Gründen, als bey Windflügeln statt finden, eine sehr große Geschwindigkeit erlangen könne. Folgende Betrachtungen dienen die Sache deutlicher auseinander zu setzen.

§. 98.

Es sey F E (Fig. 29 verglichen mit Fig. 28) ein Durchschnitt der Schaufel durch ihren Schwerpunkt G und der Stral fällt in der senkrechten Richtung A G auf die Schaufel. G M kann die Tangente des Rades, nach welcher der Punkt G fortgehen will, vorstellen. Nun sey G L die absolute Geschwindigkeit des anstossenden Wassers, und G M die Geschwindigkeit, mit welcher das Rad schon nach der Richtung G M umläuft, welche mit der Ebene des Rades den Winkel $E G M = \eta$ einschließet. Nun lehrt die Mechanik, daß man eine durch eine gerade Linie ausgedruckte Geschwindigkeit in 2 oder mehrern Seitengeschwindig-

keiten zerlegen könne. Man zerlege also G M in zwo Geschwindigkeiten, M K und G K, wovon die erstere M K mit der Ebene der Schaufel parallel, die 2te G K aber auf diese Ebene senkrecht ist. Wegen der letztern muß das Rad so angesehen werden, als wenn es zu der Zeit, da der Wasserstral an G anstößt, schon in der Richtung des Strals mit der Geschwindigkeit G K fortgienge. Wenn nun G M = c gesetzt wird, so ist, weil M K mit E G parallel ist, G M K = E G M = η. Folglich G K = c sin. η. Ist also auch hier C die absolute Geschwindigkeit des Wassers, so ist C — c sin. η die relative Geschwindigkeit desselben, womit es nach der senkrechten Richtung auf die Schaufel wirket. Es ist folglich hier der senkrechte Druck auf die Schaufel oder Q = $k \gamma z z \frac{(C - c \sin. \eta)^2}{4g}$ §. 82. Die Größe G L — G K = K L soll diesen senkrechten Druck vorstellen, so kann man G L = K L nehmen, und diese Kraft in die beyden Seitenkräfte Z G und l Z zerlegen. Z G ist der Axe des Rades oder der Welle parallel, und vermag also nichts, um demselben eine umlaufende Bewegung mitzutheilen. Allein G m oder Z l ist in der Richtung der Tangente des Rades, und dieser Theil der Kraft beschleunigt eigentlich die Bewegung des Rades. Da nun l G E = Z G m = rechten Winkeln; so ist l G E — l G m = Z G m — l G m d. i. E G m = η = Z G l. Weil nun G l die Kraft Q vorstellet, so ist G m = Z l = Q sin. η

=

$= k\gamma zz \frac{(C - c\sin.\eta)^2 \sin.\eta}{4g}$. Wenn wir nun P die Kraft nennen, welche die Schaufel nach der horizontalen Richtung K L zu bewegen strebet, so haben wir im vorhabenden Fall

$$Q \sin.\eta = P = k\gamma zz \frac{(C - c\sin.\eta)^2 \sin.\eta}{4g}.$$

Die Größe k können wir mit Herrn Eulern hier $= 2$ setzen, weil die Fläche der Schaufeln hier viel größer als des Wasserstrals Querschnitt seyn kann, so daß dadurch die Kraft verdoppelt wird. Und da es hier auch gewöhnlich leichter seyn wird, den Wasseraufwand A als den Querschnitt zz des anstoßenden Wassers zu finden, so merket man: daß $\gamma zz\, C = A$ dem Gewicht des in einer Sekunde auffallenden Wassers seyn wird. Da folglich $\gamma zz = \frac{A}{C}$ und $k = 2$, so ist auch

$$P = \frac{A \sin.\eta}{2gC} \cdot (C - c\sin.\eta)^2.$$

Das Bewegungsmoment ist nun $P \cdot c = \frac{A \sin.\eta.}{2gC} (C - c\sin.\eta)^2 c$. Wenn man nun auch nur nach der Aehnlichkeit des §. 83 schließen will, so müßte hier $c \sin.\eta = \frac{1}{3} C$ seyn, d. i. $c = \frac{C}{3\sin.\eta}$; wenn der größte Effekt erhalten werden sollte (*).

(*) Die Differentialrechnung giebt eben dasselbe, wenn man das Differential des Faktors $(C - c\sin.\eta)^2 c$ worinn die Größe c enthalten ist $= o$ setzt.

§. 99.

Wenn man nun die Gleichung §. 43.

$$aP - fF = \frac{19}{18} \cdot \frac{b}{c} \cdot \left(\frac{2}{3} e \cdot \frac{1}{3} R + \frac{2}{3} r X\right)$$

mit der obbeschriebenen Einrichtung einer Horizontalwassermühle §. 95 vergleicht; so sieht man leicht, da hier kein Zahn und Getriebe vorkömmt, sondern Kraft und Widerstand an einer Axe angebracht sind, so fällt der Faktor $\frac{19}{18} \cdot \frac{b}{c}$ heraus, oder ist $= 1$. Also wäre $aP - fF = \frac{2}{3} e \frac{1}{3} R + \frac{2}{3} r X$. Aber auf dem Zapfen der Hauptwelle lieget nun nicht nur das Wasserrad mit seiner Welle, sondern auch der Läufer mit seiner ganzen Last. Wenn man dieß alles $= R$ setzt, und den Halbmesser der Mühlwellenzapfen, weil er zugleich die Dienste des Mühleisenzapfens verrichtet, e nennet, so ist das Moment der hievon herrührenden Friktion $= \frac{2}{3} e \cdot \frac{1}{3} R$. Der Theil fF fällt ganz weg, und ist o, weil außer der eben beschriebenen keine andere Hauptwelle vorkömmt. Folglich bekömmt die Gleichung ein sehr einfaches Ansehen für die Horizontalwassermühle. Es ist nämlich

$$aP = \frac{2}{3} e \cdot \frac{1}{3} R + \frac{2}{3} r X, \text{ und weil } X = \frac{1}{315} R$$

$$aP = \left(\frac{2}{3} e \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} r \cdot \frac{1}{315}\right) R$$

$$\text{Also ist } R = \frac{aP}{\frac{2}{9} e + \frac{2}{105} r}.$$

Wenn man also der Kraft P dasjenige Vermögen zurechnet, welches sie im Fall der größten Wirkung ausüben soll, so findet man wie groß in diesem Fall R seyn könne.

§. 100.

§. 100.

Wenn man in das oben gefundene Bewegungsmoment $\frac{1}{3}$ C statt c sin. η schreibet, um solchergestalt einen Ausdruck für die größte mögliche Wirkung zu erhalten, so ist $P.c = \frac{A\frac{1}{3}C.\frac{4}{9}C^2}{2gC} = \frac{2}{27}\frac{AC^2}{g}$ und man sieht hieraus, daß die Größe dieses Moments dieselbe bleibet, man mag η so groß machen, wie man will. Allein da $c = \frac{C}{3 \sin. \eta}$; so wird die Geschwindigkeit des angegriffenen Punkts am Wasserrade immer größer, je kleiner der Winkel η genommen wird. Da man folglich hiedurch dem Rade jede beliebige Geschwindigkeit geben kann, ohne an dem Effekt zu verlieren; so ist dieß eben die Ursache, weßwegen man bey Kornmühlen den Läufer mit dem horizontalen Wasserrade an einer Axe anbringen kann. Wenn a des Wasserrades Halbmesser bis zur Mitte der Schaufeln ist, so ist sein Umfang $^2 a \pi$. Da nun $c = \frac{C}{3 \sin. \eta}$, so ist die Zeit eines Umlaufs des Wasserrades sowohl als des Läufers $= t = \frac{2a\pi . 3 \sin. \eta}{C}$.

Daraus folgt $a \sin. \eta = \frac{tC}{6\pi}$. Wenn man also die Zeit eines Umlaufs des Läufers, welches bey Kornmühlen 1 bis $1\frac{1}{2}$ Sekunden seyn kann, §. 46 bestimmt hat, so kann man zu C eine der beyden Größen η und a willkührlich oder nach den Umständen annehmen,

men, um die andere darnach zu bestimmen. Je kleiner man η nimmt, desto größer wird der Halbmesser a, und umgekehrt.

§. 101.

Berechnung einer Wassermühle mit dem horizontalen Rade.

I) Da diese Mühlen bey hohem Gefälle und wenigem Wasser angelegt werden, so ist die Menge und Geschwindigkeit des Wassers hier ein Stück, welches unserer Gewalt nicht überlassen, sondern so genommen werden muß, wie wir es haben können. Zuerst bestimme man alsdann aus der Gleichung a sin. $\eta = \frac{t\,C}{6\,\pi}$, nachdem man sich über die Zeit eines Umlaufs t nach §. 46 entschlossen, eine von den Größen a und η, nachdem man die andere entweder willkührlich oder auch den Umständen gemäß angenommen. Ich sage den Umständen nach.

Denn

Exempel 1) Es sey ein kleiner Bach auf einer Anhöhe so eingefaßt, daß er etwa 6 Zoll hoch über den Rand der Ausgußöffnung fließet. Sein Zufluß ist nicht mehr als 6 Cubikfuß: das lebendige Gefälle aber 13 Fuß bis zu der Stelle, wo das Wasser an die Schaufel anschlägt: so ist hier die Veranlassung ein horizontales Rad anzulegen. Man

findet

Denn es könnte wohl entweder der Raum, wo das Wasserrad hinkommen sollte, nur eine bestimmte Größe desselben zulassen, oder man könnte dem Gerinne der Lage des Orts wegen nicht wohl jede beliebige Inklination geben. Der Winkel, welchen der Wasserstral mit dem Horizont macht, muß, wie man aus §. 94, 96 leicht sieht, $90° - \eta$ seyn. In gebirgigten Ländern an starken Wasserfällen läßt sich das Wasser eher unter einem großen Winkel mit dem Horizont auf das Rad leiten. Indessen wenn der Raum es nicht anders zuläßt, so kann man auch dadurch, daß man das Gerinne bricht, dem hervorschießenden Strale eine Richtung geben, welche sich der Horizontal- oder Vertikallinie mehr nähert. Hier merke ich zugleich an, daß man auch noch dadurch den Druck auf die dem Wasser eben ausgesetzte Schaufel mäßigen, und ihn besser vertheilen könnte, wenn man aus mehr als einem Gerinne Wasser auf verschiedene Schaufeln leitete. Am vortheilhaftesten wäre es, wenn z. E. auf 2 sich im Diameter entgegengesetzten Schaufeln der Stoß ge-

 schähe.

findet nun $C = 2\sqrt{13}.15,625 = 28,5$ Fuß. Nun soll der Läufer 40mal in der Minute umlaufen; dies giebt t die Zeit eines Umlaufs $1\frac{1}{2}$ Sekunde. Daher ist a sin. $\eta = \frac{t\,C}{6\,\pi} = \frac{3.28,5}{2.6.3,1416}$. Wenn man nun den Halbmesser $a = 6$ Fuß annimmt, so erhält man sin. $\eta = \frac{3.28,5}{2.6.3,1416} = 0,37799$, welches

schähe. In gebirgigten Gegenden versteht man sich schon darauf, das Wasser auf mancherley Art zu lenken.

II) Wenn solchergestalt a und η ausgemacht sind, so läßt sich a P aus der Gleichung für P herleiten, indem man c fin. $\eta = \frac{1}{3}$ C setzet. Man kann ferner r entweder willkührlich, oder auch so bestimmen, wie es der Geschwindigkeit gemäß ist, womit sich Rad, Welle und Läufer umschwingen; da aber hier ein System von Körpern ist, die sich um eine Axe schwingen: so würde wohl die letzte Rechnung sehr weitläuftig werden. Wenn man den ganzen Radius des Steins

welches der Sinus von 22°, 12″ beynahe ist. Das Gerinne muß also einen Winkel von etwa 67° bis 68° mit der Fläche des Rades machen.

2) Nun suchen wir, P aus der Gleichung

$$P = \frac{A \text{ fin. } \eta}{2g\,C} \cdot (C - c \text{ fin. } \eta)^2,$$ und weil

$$c = \frac{C}{3 \text{ fin. } \eta}, \text{ also } c \text{ fin. } \eta = \frac{C}{3} \quad P = \frac{4 A . \text{fin. } \eta . C}{9 . 2g}$$

$$= \frac{2 A C \text{ fin. } \eta}{9\,g} = \frac{2 . 64 . 2 . 28{,}5 . 037799}{3 . 15{,}625} =$$

58, 83; so ist a P = 6 . 58, = 352, 98.

Wenn r die Länge des isochronischen Penduls wäre, so ist $r = \frac{250^2 . t^2}{4 . 2 . \pi^2}$ = 1758 Quartm. wofür wir 2 Fuß zum Halbmesser des Läufers neh-

Steins so groß machet, als ein isochronisches Pendul seyn müßte, so wird man die Wahrheit nicht weit verfehlen, wenn der Radius des Wasserrades alsdann ungefähr doppelt so groß als der Radius des Läufers wird.

Die Größe e muß, weil der Zapfen der Mühlwelle hier auch den Läufer träget, ziemlich stark angenommen werden.

III) Und alsdann ist alles in der Gleichung $R = \frac{a\,P}{\frac{2}{9}e + \frac{2}{105}r}$ bekannt, und man kann daraus R finden. Wenn man davon noch das Gewicht der Welle und des $\frac{R}{5}$

nehmen. Die Größe e kann auch hier 9 Linien $= \frac{1}{16}$ Fuß genommen werden.

3) Alsdann ist $R = \frac{a\,P}{\frac{2}{9}\,e + \frac{2}{105}\,r} = \frac{352,98}{\frac{2}{9.16} + \frac{4}{105}}$

$= \frac{352,98.9.16.105}{786} = 6790$ Pfund. Hievon muß nun noch das Gewicht der Welle und des Wasserrades abgerechnet werden, um die Schwere des Läufers zu wissen. Wenn wir die Welle von Eichenholz 12 Fuß hoch, und $1\frac{1}{2}$ Fuß dick machen, so ist sie 1272 ℔ schwer. Das Wasserrad wollen wir Kürze halber zu 1000 ℔ anschlagen: so ist $6790 - 2272 = 4518$ die Schwere des Läufers. Wenn der Cubikfuß 160 ℔ wiegt,

so

des Wasserrades abzieht, so bleibt das Gewicht des Läufers übrig.

so sind dieß 28, 2 Cubikfuß. Da nun $v^2 \pi =$ $4.3,1416 = 12,5$, so ist $\frac{28,2}{12,5} = 2,25 =$ 27 Zoll die Höhe des Läufers bey dieser Mühle (*).

§. 102.

Nun kömmt es noch auf eine Regel an, nach welcher die Schaufeln so gesetzt werden, daß sie gerade die Größe und Stellung haben, um kein Wasser vergeblich durchhin schießen zu lassen §. 95. Die Figur der Schaufeln selbst kann füglich ein Trapetz seyn. (Fig. 28.) Die Breite (Höhe) I C der Schaufel zwischen den Kränzen kann man etwa doppelt oder 3mal so groß als die Breite des Wasserstrals machen, und die Anzahl größer oder kleiner annehmen, nachdem der Winkel $E G M = \eta$ größer oder kleiner ist. (Denn je größer dieser Neigungswinkel, je mehr raget die Schaufel über der Ebene des Rades hervor. Daher würde

das

(*) Diese Methode haben wir darum gewählt, weil sich die Regel aus den allgemeinen Gleichungen des 43 §. leicht herleiten, und alles auf solche Art unter einen Gesichtspunkt bringen ließ. Uebrigens ist $a P = \frac{2}{9} \frac{A C . a \text{ fin. } \eta}{g}$

$= \frac{2}{9} . \frac{A . C}{g} . \frac{t C}{6 \pi} = \frac{4.2 t A C^2}{9.6 \pi . 4 g} = \frac{8}{27} \frac{t}{2 \pi} . A v;$

wenn v das Gefälle ist. Daraus folgt dann $\frac{8}{27} A v = \frac{2 \pi}{t} (\frac{2}{3} e \frac{1}{3} R + \frac{2}{3} . \frac{1}{3^5} r R)$, woraus sich noch bequemer rechnen lässet.

das Wasser nicht allenthalben mit seiner ganzen Geschwindigkeit anschlagen, und schon viel eher als es dieselbe erhalten, aus der Röhre sich ergießen müssen.)

Es sey $\propto = \frac{180^\circ}{n}$, wenn n die Anzahl der Schaufeln; so suche man tang. I K U = cos. η tang $\propto$, so ist I U die halbe Breite = a tg. I K U, (wenn a den ganzen Radius I K bis zu äußerst bedeutet), und C R = C K . tg. I K U. Wenn man folglich Trapezia, deren Höhe I C, innere Breite 2 C R und äußere Breite 2 I U ist, unter den bestimmten Neigungswinkel einsetzet: so werden sie die begehrte Eigenschaft haben. Es wird nämlich eine Ebene durch ts und R U gelegt werden können, die auf der Schaufel R S senkrecht stehet, da alsdann kein Wasser, ohne die Schaufeln zu berühren, vorbey kommen kann.

Exempel. Es sey in obigem Beyspiel I C = 2 Fuß, und man will 24 Schaufeln einsetzen, so ist $\propto = \frac{180}{24} = 7\frac{1}{2}^\circ$ $\eta = 22^\circ\ 12''$ tg. $\propto$ cos. η = 0,13165 . 0,92587 = 0,12189 = tg. I K U. Nun ist a + 1 = 7 und 7 . 0,12189 . = 2 I U = 1,706 die äußere Breite, 5. 0,12189 = 1,2189 = 2 C R die innere Breite der Schaufel. Bretter, welche diese Dimensionen haben, nach dem Winkel von 22° 12′ gegen die Radfläche gesetzt, werden der Absicht ein Genüge thun (*).

§. 103.

(*) Den Beweis davon giebt die sphärische Trigonometrie. Man darf nur durch W und K eine Ebene senkrecht auf die

§. 103.

Da bey dieser Art Mühlen dasjenige, was mit dem Läufer an einer Axe befindlich ist, ein so ansehnliches Gewicht ist, so wäre es der Mühe werth zu untersuchen, ob noch der Widerstand des Getraides $\frac{1}{35} R$ ist oder nicht. Ich zweifle daran, S. §. 45. Wenn man fände, daß es etwa nur $\frac{1}{35} (R - M)$ wäre, so läßt sich, wie man leicht sieht, die Rechnung auch alsdann führen; nur muß man M vorläufig bestimmen.

§. 104.

In der oben angeführten Preisschrift Enodatio quæstionis quomodo vis aquæ &c. hat Herr Euler vorgeschlagen, ein solches Rad vertikal zustellen, wo man sonst die unterschlächtigen Räder gebraucht, und das Wasser alsdann senkrecht auf die unterste Schaufel des quer gegen den Strom gestellten Rades zu leiten. Wenn man hier k wirklich $= 2$ setzen darf, so ist sichtbar, daß dadurch die Wirkung verdoppelt würde, und man z. E. mit einem Gange so viel als sonst mit zween mahlen könnte. Herr Hofr. Kästner in der Hydrodynamik hat gezeigt, wie dazu das Gerinne gestellt werden müßte. Mehr hievon zu sagen ist wider unsere Absicht. Doch merken wir noch an, daß in praxi nöthig seyn möchte, dieses Rad auf beyden Seiten

die Schaufel R S setzen, so ist K I W U K ein solides Dreyeck, und es ist nach §. 797 des Clemmschen Lehrbuchs 1 : cos. ν = tang. α : tang. I K U. Das übrige folget von selbst.

Seiten gegen den Wind zu verwahren (besonders wenn die Gegend frey ist), welcher auf der entgegengesetzten Seite die Bewegung hindern oder gar hemmen würde, wenn er aber von eben der Seite käme, wo das Wasser herkömmt, demselben zur Unzeit zu Hülfe kommen möchte.

Achtes Kapitel.

Von oberschlächtigen Wassermühlen.

§. 105.

Das oberschlächtige Wasserrad wird beynahe überall in Deutschland alsdann gebraucht, wenn man ein starkes Gefälle und wenig Wasser vorfindet, besonders, wenn ein kleiner Bach von einer mittelmässigen Höhe entweder von Natur beynahe senkrecht herabstürzet, oder doch leicht durch Einfassung in ein Gerinne zu einem solchen steilen Abfall gebracht werden kann. Daher findet man dieses Rad am häufigsten in Gegenden, die der Quelle der Flüsse und Bäche nahe liegen, in bergigten Landen, wo es, wenn Bergwerke da sind, noch mehr zur Ausförderung der Erze und Treibung der Wasserkünste, als bey Wassermühlen selbst gebraucht wird. Die Folge wird auch zeigen, daß bey dieser Vorrichtung, wenn sie verständig und regelmäßig gemacht wird, die Kraft des Wassers so gut und besser als bey allen übrigen gebräuchlichen genutzt wird.

§. 106.

§. 106.

Die Einrichtung des oberschlächtigen Rades beste-
het nun hauptsächlich darinn: Im Umfang des Ra-
des zwischen zweyen Kränzen werden gewisse Bretter,
die man auch Schaufeln nennet, auf solche Art einge-
setzt, daß der von ihnen eingeschlossene Raum ein Be-
hältniß formire, in welches das Wasser einstürzen,
und, ohne verschüttet zu werden, sich eine Zeit lang
mit dem Rade umwälzen könne. Man hat folgende
Art am bequemsten gefunden, um diese Absicht zu er-
reichen, wenigstens ist sie die gewöhnlichste. Man
stelle sich zuerst die beyden äußern Ringe oder Kränze
des Rades vor, wovon einer Fig. 32 zu sehen ist.
Die innere Seite dieses Ringes ist A, die äußere B.
Der Theil des Halbmessers C E, welcher auf dem
Kranze lieget, wird in 3 gleich große Theile gethei-
let, wovon D F einer ist. Mit dem Halbmesser E F
wird ein Kreis gezogen, der Theilriß genannt. Die-
ser Kreis wird in so viel gleich große Theile getheilt,
als man Wassersäcke haben will. Es seyen O und P
2 von diesen beyden Punkten, so, daß F zwischen ih-
nen liegt, so zieht man O P, welches, nach Q aus-
gezogen, die Lage Q P der einen Schaufel giebt, wel-
che man die Stoßschaufel nennt; das Stück des Halb-
messers P S giebt die Lage der andern oder sogenann-
ten Riegelschaufel. Dies kann man durch den gan-
zen Zirkel so fortsetzen, und wenn man beyde Kränze
auf solche Art mit Linien bezeichnet, so lassen sich nach
diesen Linien alle Schaufeln, welche die Wassersäcke

formi-

formiren, einsetzen. Nun wird noch die inwendige Seite der beyden Kränze mit einem wasserdichten bretternen Boden belegt, so ist das Rad fertig.

§. 107.

Das Wasser auf ein solches Rad zu leiten, sind gemeiniglich folgende Einrichtungen nöthig. Man fasset das Wasser schon auf der Anhöhe, über welcher es fließet, eine Strecke lang in ein Wasserbett oder in einen kleinen Graben ein, der mit Steinen ausgesetzt, und wenn das Erdreich nicht von Natur lettigt ist, auf dem Boden, und auf den Seiten mit Thon ausgeschlagen ist. Um einen solchen Wasserlauf sich zu verschaffen, kann man mehrere Quellen zusammen leiten: ja selbst aus einem benachbarten Flusse ist es manchmal möglich, einen solchen Mühlengraben zu führen, wenn der Spiegel des Flusses hoch genug über eine Gegend, die ihm zur Seite liegt, erhaben ist. Wenn der Grund, worüber man seinen Kanal ziehen muß, ungleich ist, so kann man das Wasser in hölzernen Gerinnen über die niedrigen Stellen wegführen, damit sein ganzer Lauf ~~über~~ eine ebene Fläche fortgehe, bis es die Stelle erreichet, wo man das oberschlächtige Rad vorrichten will. Hier macht man nun zwar auch, wie bey unterschlächtigen Mühlen, ein Grundwerk, und schlägt einen Heerd, doch mit wenigern Kosten, weil, wie die Folge lehret, es hier selten nöthig, ja nicht einmal für die Maschine gut ist, das Wasser hoch zu stauen, wenn auch andere Um-

stände es zuließen. Nur hauptsächlich in der Absicht, um es vom Rade abschützen zu können, ist im Gerinne ein Schutzbrett und auch ein wüstes Gerinne nöthig. Das Mahlgerinne wird vor dem Schutzbrette zu so weit fortgeführet, daß das herabströmende Wasser in den Wassersack R T U V, welcher, vom vertikalen Durchmesser des Rades an gerechnet, der zweyte ist, hineinstürzet, wo es an die Stoßschaufel, wenn die Geschwindigkeit des Rades kleiner als die Geschwindigkeit des Wassers wäre, mit einiger Gewalt anschlagen würde.

§. 108.

Die oben angegebene Einrichtung der Schaufeln hat die Absicht, daß dadurch, so viel möglich, alles Wasser aufgefangen werden soll, und daß sie dasselbe, so nahe als möglich, bey der untersten Stelle erst wieder verschütten sollen. So lange nun das Wasser in den Schaufeln ist, hat die mit demselben angefüllte Seite des Rades das Uebergewicht über die leere Seite, und der Druck dieses Wassers bestrebet sich eben sowohl das Rad umzudrehen, als der Stoß an die erste Schaufel. Ist der Widerstand geringer als diese vereinigten Kräfte, so muß das Rad wirklich umlaufen, und dieß muß so viel schneller geschehen, je geringer der Widerstand ist. Wenn ein schwerer Körper, wie hier das Wasser ist, frey von einer bestimmten Höhe bis auf die Erde herabfällt, so wird er auf diesem Fall eine gewisse Zeit zubringen, und so wird

beym

beym freyen Fall die ganze Kraft der Schwere angewandt, um dem fallenden Körper diese bestimmte Geschwindigkeit zu verschaffen. Aber wenn man den Körper während seines Falles auf einen andern Körper wirken läßt, um dadurch einen mechanischen Effekt hervorzubringen: so muß er nothwendig eine geringere Geschwindigkeit erhalten, weil er nun mit einem Theile seiner Schwere auf die Maschine wirket, seine eigne Bewegung aber nur von dem Ueberreste befördert wird. Hieraus erhellet schon, daß je mehr von der Schwerkraft des in den Wassersäcken aufgefangenen Wassers angewandt würde, dem Rade und Wasser eine Schnelligkeit zu ertheilen, um so viel weniger würde diese Schwerkraft in den Widerstand wirken, und man könnte hieraus schließen, daß der Effekt um so viel grösser werden müsse, je langsamer das Rad umgehet. Allein da das Wasser mit einiger Geschwindigkeit in die Schaufeln fällt, so würden, damit es nicht überliefe, oder doch zu zeitig verschüttet würde, die Schaufeln um desto größer werden, je langsamer das Rad umgienge: dadurch würden denn auch alle Theile des Rades stärker und schwerer werden, und man würde vielleicht durch die daraus entspringenden Hindernisse der Bewegung zu viel verlieren: wozu auch dieß besonders gehöret, daß eine so wenig lebhafte Bewegung ungleichförmig wird, wie denn dieses auch durch Herrn Smeatons Versuche bestätigt wird. Man sehe Philoſoph. Transactions 1759, Art. XVIII, welcher überschrieben ist. An experimental Enquiry concerning

the natural Powers of Water and Wind to turn Mills &c. by J. Smeaton. Wenn das Rad mit eben der Geschwindigkeit umgehet, mit welcher das Wasser in die Schaufeln stürzet, so werden am leichtesten alle diese Unbequemlichkeiten vermieden werden. Die genauere Untersuchung dieses Falles wird die Vortheile desselben, und wie diese Regel zu verstehen und anzuwenden ist, am besten zeigen.

§. 109.

Man kann nun die Sache so ansehen, als wenn alles Wasser in den Schaufeln einen cylindrischen Ring (Fig. 33) um das Rad machte, dessen Durchschnitt k k ist. Zieht man nun von der Stelle, wo das Wasser einfließet, und von der, wo es ausfließet, Perpendikel auf den vertikalen Durchmesser des Rades, so wird dadurch die Linie E F abgeschnitten. Das statische Moment, welches dieser Röhre gegen das Rad zukömmt, kann nun, wie die Integralrechnung zeiget, k k. a. E F geschätzt werden, wenn a der Halbmesser des Rades ist. Denn wenn gleich E.F.k k. nicht die ganze Wassermenge ist, so ist dafür wieder a die Entfernung der Richtung des Mittelpunkts der Schwere des einzigen Scheibchens M N von der Bewegungsare, die durch C geht, die Richtungen aller andern Scheiben Wasser sind dieser Axe näher (*).

Wenn nun u die senkrechte Höhe ist, von welcher das Wasser herabfallen muß, ehe es in die Schaufel fällt,

(*) Den Beweis aus der Infinitesimalrechnung findet man bey Herrn Karsten a. O. §. 129, 130.

fällt: so ist $2\sqrt{gu}$ seine Geschwindigkeit, mit der es einfällt. Mit eben dieser Geschwindigkeit soll, wie wir in dem Falle, den wir untersuchen, annehmen, im Beharrungsstande das Wasserrad ebenfalls umgehen. Man kann sich also das Wasser, in so weit die §. 105 beschriebenen Wassersäcke davon gefüllt werden, in der Gestalt der letzt angenommenen cylindrischen Röhre vorstellen. Nun läuft sie zwar unten aus; aber indem immer wieder eine Scheibe an die Stelle der ausgelaufenen tritt, und zugleich oben so viel einstürzet, als unten ausfließet, so muß das in einer Sekunde ab- und zufließende Wasser $2kk\sqrt{gu}$ seyn. Denn kk ist der Querschnitt der Röhre, und also auch des Wassers, und da das Rad in der Sekunde um den Raum $2\sqrt{gu}$ fortgeht, so legt es sich auch in dieser Länge an den Umfang des Rades, während einer Sekunde oben an, indem unten ein eben so großes Stück der Länge und dem Durchschnitt nach von der Röhre abfällt, oder aus den Sackschaufeln ausfließet. Es ist nämlich auch bey der Gestalt der letztern doch immer richtig, „daß, wenn der Querschnitt des einfallenden „Wassers kk ist, die in einer Sekunde ab und zu„fließende Wassermenge $A = 2kk\sqrt{gu}$ seyn „müsse.„

§. 110.

Diese Gleichung $A = 2kk\sqrt{gu}$ muß nun genützet werden, um daraus den Umständen und der Hypothese gemäß die zur Berechnung der oberschlächtigen Mühle nöthigen Größen zu finden. Es ist nämlich

1) wenn das Rad mit der Geschwindigkeit des zuströmenden Wassers umläuft, „ k k oder der Querschnitt „ des Wasserstrals $= \frac{A}{2\sqrt{gu}}$. „ A ist auch die Menge Wasser, welche der Bach in der Sekunde liefert, und diese Größe hat man schon vor Anlegung der Maschine nach §. 68 bestimmt, u ist die Höhe, von welcher es herabfällt, bis es den Umfang des Rades erreicht, und wir werden bald die Umstände angeben, woraus es sich vorher bestimmen lässet.

§. 111.

Wenn sogleich in die erste Zelle (Fig. 32), welche Wasser aufnimmt, so vieles als ihr ganzer Raum fassen kann, hinein liefe; so ist es begreiflich, daß ehe dieselbe nur einmal bis in die Horizontalfläche, in welcher die Axe des Rades liegt, oder bis zu der Linie E W gesunken wäre, ein großer Theil dieses Wassers verschüttet seyn würde. Wenn sie aber nicht mehr auffienge, als sie in der letztgenannten Lage halten könnte, so würde sie bis dahin zwar kein Wasser verlieren, daselbst aber würde sie doch auch nun anfangen Wasser auszugießen. Da es nun aber die Absicht war, daß die Schaufel nicht eher, als bis sie beynahe die unterste Stelle erreicht hat, Wasser verlieren soll, so muß darum die Zelle sehr viel größer als die Wassermenge seyn, welche sie auffassen soll. Wir wollen hier nur das Resultat der hierüber angestellten Untersuchungen anführen. „ Wenn f die Breite der Kränze $=$ D C

und

„ und l die Breite der Schaufel zwischen den Krän-
„ zen oder der senkrechte Abstand beyder Kränze von
„ einander ist, so muß wenigstens f. l mit 2 k k gleich,
„ wo nicht größer genommen werden (*). „

§. 112.

Wenn wir nun aus §. 109 uns der Gleichung k k. a E F, welche das statische Moment der Kraft am Umfange des Wasserrades ausdrückte, wieder erinnern, so bedeutet darinn a den Halbmesser des Rades bis an den Theilriß, E F muß aber in jedem vorkommenden Fall besonders ausgemacht werden, und je mehr sich E F der Größe des Durchmessers des Rades, und dieser sich dem ganzen Gefälle h nähert, um so viel größer wird dieses Moment seyn. Es muß aber zwischen dem obern Gerinne und dem Rade schon einiger Raum seyn, welcher nach Bayern höchstens 5 Zoll seyn darf. Er heiße überhaupt w. Der Punkt, wo das Wasser ins Rad fällt, liegt nun unter dem obersten Punkte des Rades M noch etwas tiefer, etwa um eine kleine Größe ω, als die Breite der Kränze f. (Bayer nimmt diese bey einem hohen Rade 9 Zoll an.) Wenn man hierzu aufs mindeste die Hälfte, aufs höchste 2 Drittheile der Höhe des Wassers im Gerinne (wozu die praktischen Schriftsteller 6 Zoll bestimmen) rechnet, welche wir $\frac{1}{2} \propto$ nennen, so wird $u = w + f + \frac{1}{2} \propto$, und wir können $2 \sqrt{g u}$ bestimmen. Da sich nun aus der Wassermenge A und

(*) S. Karsten §. 135 der Hydraulik.

der Höhe im Gerinne ∝ die Breite b finden läßt; „so giebt auch dieß die Breite der Schaufeln zwi„schen den Kränzen, weil sie jene um etwas weniges „übertreffen muß.„ Nun kann man untersuchen, ob f l nicht kleiner als 2 k k sey, um bedürfenden Falls nach zu ändern. Auch über dem Boden des Gerinnes muß das Rad, damit das stauende Wasser es nicht leicht aufhalte, nach Bayern, um einen Fuß erhöhet seyn. Weil aber, wenn z. E. unter der Mühle ein sehr starkes Gefälle wäre, eine so große Erhöhung nicht nöthig wäre, so nennen wir sie überhaupt y. Hiernächst hat die Schaufel in einer Stellung, die über den untersten Punkt des Rades um die Felgenbreite erhöhet ist, kaum ihr volles Wasser mehr. Daher, wenn man n + f = b setzt, so ist E F = h — u — b, und das statische Moment in dem Falle, den wir vor uns haben, = k k . a (h — u — b) = $\frac{A}{2\sqrt{gu}}$. a (h — u — b); weil nun der Halbmesser a die Entfernung von der Bewegungsaxe ist: so ist „ $P = \frac{\gamma A}{2\sqrt{gu}} (h - u - b)$; wenn γ die Schwe„re eines Cubikf. Wasser ist.„

„Aus eben diesen Bestimmungen findet man den „Durchmesser des Rades bis an den Theilriß oder 2 a „= h — ($\frac{4}{3}$ f + w + $\frac{1}{2}$ ∝ + y), wovon also „a die Hälfte ist. Nach Bayern 2 a = h — „($\frac{4}{3}$ 9″ + 5″ + 3″ + 12″) = h — (2′ 8″).„

§. 113.

§. 113.

Nach diesen Maximen kann nun die Berechnung einer Mühle mit einem oberschlächtigen Rade angestellet werden, wozu wir die obigen allgemeinen Gleichungen §. 43 nun wieder gebrauchen können.

Exempel. Ein Bach der $2\frac{1}{2}$ Cubikf. Wasser schüttet, soll an einem Orte, wo $19\frac{1}{3}$ Fuß Gefälle ist, eine Mühle treiben.

Zuerst wird erfordert, daß sich das Wasser 6 Zoll hoch in dem obern Gerinne halte, welches man immer dadurch erhält, daß man den untern Rand der Ausgußöffnung 6 Zoll niedriger macht, als der Wasserstand vor dem Mühlrade ist. Hier ist genug, zu bemerken, daß alles so eingerichtet seyn soll, daß man sich vorstellen kann, das Wasser fange beym Auslaufe aus dem Gerinne seine Bewegung von der Ruhe an. (Denn läuft es schon kurz vor dem Ausfluß mit merklicher Geschwindigkeit, so muß bey der Bestimmung der Größe u auch auf diese mit gesehen werden.) Erst soll der Raum w zwischen dem obern Gerinne und dem Rade ausgemacht werden, den wir in diesem Falle mit Bayer 5 Zoll annehmen, vor. §. (ungeachtet er auch wohl geringer seyn könnte). Da, wie wir voraus sehen, das Rad eine ansehnliche Höhe bekommen wird, so können wir auch $f = \frac{3}{4}$ Fuß setzen. Es ist $\frac{1}{2} \propto = \frac{1}{4} F$. Folglich ist $u = \frac{5}{12} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \omega = 1\frac{1}{2}$ Fuß beynahe wegen ω im vor. §. und weil nur $\frac{1}{2} \propto$ genommen ist. Daher ist nun die Geschwindigkeit des einstürzenden Wassers oder des Rades ei-

gentlich eines Punktes im Theilrisse $= 2\sqrt{gu} =$ $2\sqrt{15,1} \cdot \frac{3}{2} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{15,1} = 2,45 \cdot 3,88$ $= 9,5$ (*). Da nun $A = 2,5$ die Höhe des Wassers im Gerinne oder $\propto = \frac{1}{2}$, so ist nach §. 65 $A = \frac{2}{3} b \propto \sqrt{\propto} \cdot 2\sqrt{g}$, oder die Breite des Gerinnes

$$b = \frac{3A}{4 \propto \sqrt{\propto g}} = \frac{3 \cdot 2,5}{2\sqrt{7,55}} = \frac{3 \cdot 2,5}{5,49}$$

$$= \frac{2,5}{1,83} = 1,31$$ oder 1 Fuß, 3 Zoll, 9 Linien Duod. Maaß. Daher kann l oder die Breite der Schaufeln zwischen den Kränzen $1\frac{1}{2}$ Fuß gemacht werden, §. 112. Es ist folglich $f.l = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 1,125$. Da nun

$$kk = \frac{A}{2\sqrt{gu}} = \frac{2,5}{9,5} = \frac{5}{19}.$$ Also $2kk =$ $\frac{10}{19}$, welches $< (\frac{9}{8} = f.l)$ ist, so daß die Schaufeln gewiß nicht zu klein ausfallen werden. Die Erhöhung des Rades über dem Boden wollen wir 1 Fuß setzen. Der Ort, wo die Schaufeln ihr Wasser verlieren, liege noch 9 Zoll höher, so ist $b = 1\frac{3}{4}$ Fuß. Folglich $h - u - b = 19\frac{1}{3} - (1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}) = 19\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}$ $= 16\frac{1}{12}$: wofür wir immer nur 16 setzen, weil gewiß noch mancher Tropfen Wasser ungebraucht verspritzet wird. Es ist folglich

$$P = \gamma \frac{A}{2\sqrt{gu}} \cdot (h - u - b)$$

(§. 112) $= 70 \cdot \frac{2,5}{9,5} \cdot 16 = 294,7$. Da nun $2a$

$=$

(*) Man erinnere sich nämlich, daß wir die Geschwindigkeit des einfließenden Wassers und des Rades gleich groß nehmen.

$= h - (\frac{4}{3} f + w + \frac{1}{2} \alpha + y) = 19\frac{1}{3} -$ $(1 + \frac{5}{12} + \frac{1}{4} + 1) = 19\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = 16\frac{2}{3}$, so ist der Halbmesser bis an den Theilriß $= 8\frac{1}{3} = 833$. Es ist folglich $aP = 8{,}33 \cdot 294{,}5$. Und daher ist alles ausgemacht, was nöthig ist, um die Hauptgleichung $X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{2}{3} r} - \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R$ auch bey einem oberschlächtigen Rade anzuwenden. Wir können bey der Rechnung hier kurz seyn, weil sie in der That nicht anders als bey den schon betrachteten Mühlwerken geführt wird.

Es ist die Geschwindigkeit des Rades 9,5, und da sein Umfang $= 16{,}66 \cdot 3{,}14 = 52{,}5$ Fuß, so kömmt dasselbe in der Minute $\frac{60 \cdot 9{,}5}{52{,}5} = \frac{60 \cdot 1{,}9}{10{,}5}$ $= \frac{12 \cdot 1{,}9}{2{,}1} = \frac{4 \cdot 1{,}9}{0{,}7} \frac{76}{7} = 11$, das ist, es kömmt in der Minute beynahe 11mal herum. Giebt man dem Kammrad 48 Kämme, und verlangt, daß der Läufer 40mal umgehen solle, so ist $\frac{40}{11} = 3{,}63$ und $\frac{48}{3\frac{2}{3}} = 13$ beynahe; weßwegen der Trilling 13 Stöcke haben muß.

Nach §. 14 war $\frac{60\,cm}{2a\pi v} = n$ oder der Anzahl der Triebstöcke. Aber $\frac{60 \cdot 9{,}5 \cdot 48}{16{,}66 \cdot 3{,}14 \cdot 40}$ giebt auch 13.

Die Friktion ist aus zwey Theilen zusammengesetzt. Der erste rühret von dem senkrechten Druck der Mühlwelle und des Wassers- und Kammrades, ferner der 294 ℔ Wasser in den Schaufeln auf die Zapfenlager

her. Man sieht, daß wenn man die Stücke, woraus das Ganze zusammengesetzt ist, einzeln gewogen oder berechnet hat, so läßt sich die ganze Schwere M finden; wir wollen, weil ein oberschlächtiges Rad überhaupt schwerer als ein unterschlächtiges ist, und dieses auch einen grösern Durchmesser hat als das Belidorsche unterschlächtige, wo er $M = 3015$ fand, §. 92, 4015 ℔ schätzen, wo aber die obigen 294 ℔ Gewicht des Wassers in den Schaufeln mit eingerechnet seyn sollen. Weil das Kammrad 4 Fuß im Halbmesser hat, §. 18, so kann man die Anzahl ℔, welche an dessen Kämmen entgegen wirken, und dadurch, daß sie den Zapfen horizontal an die Zapfenlager drucken, den 2ten Theil der Friktion verursachen, $= \frac{8\frac{1}{3}}{4} 294$ $= 613$ setzen. Nun ist $\sqrt{(4015^2 + 613^2)} = 4061$. Nimmt man nun davon $\frac{1}{2}$, welches nach der höchsten Voraussetzung ist, da wohl $\frac{1}{3}$ schon genug wäre, §. 25, so ist $F = 2031$ aufs höchste. Wenn wir die Zapfen 2 Zoll stark machen, so ist $fF = \frac{2031}{12}$ $= 169$ bis 170 zu 40 Umläufen, des Läufers gehört nun nach den angenommenen Maximen noch so ziemlich der Durchmesser von 5 Fuß, §. 46, so daß also $r = \frac{f}{2}$ ist. Wenn wir noch ϱ oder den Halbmesser des Mühleisenzapfens 4 Linien $= \frac{1}{36}$ Fuß nehmen, so ist nun $\frac{1}{35} R = \frac{18}{19} \cdot \frac{13}{48}, 1369,8 - \frac{1}{270} R$, das ist,

$$R = \frac{18 \cdot 13 \cdot 1369,8 \cdot 35 \cdot 270}{19 \cdot 48 \cdot 305} = \frac{3 \cdot 13 \cdot 648,9 \cdot 35 \cdot 27}{19 \cdot 61 \cdot 2}$$

$=$

= 10317 ℔. Dieß sind, wenn man auch den Cubikfußstein 160 ℔ rechnet, doch 64, 4 Cubikfuß, und da $\frac{25}{4} \cdot 3,1416 = 19,62$, so wäre $\frac{64,4}{19,63} = 3,28$ Fuß die Höhe des Steins, welche noch größer ausfallen würde, wenn Französische Steine, zu 110 ℔ den Cubikfuß gerechnet, gebraucht würden. Es scheint also hier Anlaß genug zu seyn, einen doppelten Mahlgang an ein Rad zu hängen, und darzu nach §. 94 die einzelnen Stücke zu berechnen, oder man könnte auch das Wasser in 2 Gerinne theilen, und zwey Räder hintereinander hängen.

§. 114.

Wir haben nun noch zu zeigen, nach was für Regeln die Anzahl der Schaufeln des Rades zu bestimmen sey. Die praktischen Schriftsteller haben folgende beyde Maximen angegeben: 1) Damit das Wasser gleichförmig an dem Umfang des Rades vertheilet werde: so müssen die Schaufeln am Theilrisse nicht viel über 1 Fuß auseinander stehen. 2) Damit der Wasserstral frey genug in den Wassersack eindringen könne, so muß die Linie Q N von dem Winkelpunkte der Stoß- und Riegelschaufel auf die nächste senkrecht gezogene wenigstens 4 Zoll betragen. Diesen beyden Regeln kann man auf folgende Art ein Genüge thun, die ich sofort an dem vorhabenden Beyspiele zeigen will.

§. 115.

Wenn man nach der §. 106 angegebenen Methode die Schaufeln in das Rad setzen will, so ist C E P

=

$= \frac{4R}{n}$; wenn $R = 90°$, und n die Anzahl der Schaufeln ist. Ferner ist $EFP = R - \frac{2R}{n}$, und die Sehne $PF = 2a \sin. \frac{2R}{n}$. Nun ist $EPQ = EFN = R + \frac{4R}{n}$, und also $PFN = \frac{6R}{n}$. Da nun $r : \sin. PFN = PF : PN$, d. i. $1 : \sin. \frac{6R}{n} = 2a \sin. \frac{2R}{n} : PN$, so ist $2a \sin. \frac{2R}{n} \times \sin. \frac{6R}{n} = PN$. Hiernach prüfet man zuerst PN, ob es 4 Zoll ausstrage, wenn man so viel Schaufeln einsetzte, als des Theilrisses Umfang Fuße ausmacht. Dieß wären in unserm Beyspiele 52. Die Rechnung stande nun so:

$l. 2a = l. 200'' = 2,3010300$

$l. \sin. \frac{2R}{n} = l. 3° 27' = 8,7794390$

$l. \sin. \frac{6R}{n} = l. 10° 23' = 9,2558344$

$3362984 = l 2,169$ Zoll.

Da nun die Größe 2,169 viel zu klein ist, so fällt schon in die Augen, daß man bey der angegebenen Methode zu schaufeln, in dem vorhergehenden Falle eine oder die andere von den beyden Maximen würde aus der Acht lassen müssen. Bey so hohen Rädern, als das vorhabende, wird dieser Umstand sich jedesmal finden. Man hat daher hier eine andere Manier eingeführet, wodurch die Schaufeln weitere Oeffnungen bekommen, wenn gleich ihre Anzahl dieselbe ist. Sie

besteht

besteht darinn, daß man den Theilriß zwar auch in n Theile theilet, alsdenn aber aus jedem Theilungspunkt z. E. H eine Linie durch den um 3 davon entfernten Punkt P zieht, deren Fortsetzung PΠ alsdenn der Durchschnitt der Stoßschaufel ist. Zieht man nach eben der Methode h X, so ist F X die folgende Stoßschaufel.

Es bleibt nun zwar $FP = 2\,a\,\text{sin.}\,\frac{2R}{n}$. Aber weil $EFX = R + \frac{6R}{n}$, so ist $PFn = R + \frac{6R}{n} - \left(R - \frac{2R}{n}\right) = \frac{8R}{n}$, und $Pn = 2\,a\,\text{sin.}\,\frac{2R}{n}$.

$\text{sin.}\,\frac{8R}{n}$.

$$\begin{aligned} &\text{l. } 2a = 2{,}3010300 \\ &\text{l. sin.}\,\tfrac{2R}{n} = 8{,}7794390 \\ &\text{l. sin.}\,\tfrac{8R}{n} = 9{,}3790894 \end{aligned}$$

$4595434 = \text{l. } 2{,}881.$

Da aber diese Größe 2, 881 noch zu klein ist, so sieht man wohl, daß man die erste Voraussetzung fahren lassen, und den Abstand der Schaufeln um etwas grösser als einen Fuß annehmen muß. Man setze in unserm Beyspiel $n = 44$, so ist

$$\begin{aligned} &\text{l. sin.}\,\tfrac{2R}{n} = 8{,}8525245 \\ &\text{log. } 2a = 2{,}3010300 \\ &\text{l sin.}\,\tfrac{8R}{n} = 9{,}4588480 \end{aligned}$$

$6124025 = \text{l. } 4{,}096,$

durch

durch welche Größe 4096″ man der zweyten Bedingung ein Genüge thut, und auch gegen die erste nicht verstößt. Denn es ist $\frac{52}{44} = 1$, 18 Fuß, also nicht viel über einen Fuß, wie verlangt würde.

§. 116.

Nach einer solchen vorläufigen Betrachtung kann man nun nach derjenigen Methode, welche sich für den vorhabenden Fall schickt, die Lage und Größe der Schaufeln zwischen den Kränzen durch Zeichnung oder Rechnung bestimmen. Der in beyden Fällen sind in den Dreyecken EPQ und EPΠ die eben sogenannten Winkel nebst 2 Seiten, wovon die größte EQ oder EΠ dem Winkel gegenüber steht, bekannt. Man kann daher QP oder RΠ durch die Trigonometrie, oder durch eine Zeichnung für sich finden. Auf eben diese Art findet man die Stoßschaufel in unserm Beyspiele 22, 36 Zoll, oder da wegen der Dicke der Riegelschaufel 1 Zoll abgeht, $21\frac{1}{3}$ Zoll.

§. 117.

Diese Voraussetzung, daß das Wasser mit eben der Geschwindigkeit einfließe, als das Rad umgeht, haben wir am liebsten unserer Rechnung gemäß einrichten wollen. Geht das Rad geschwinder herum, als die Geschwindigkeit des Wassers durch den Fall bis zur zweyten Schaufel geworden, so wird das Wasser bey dieser Schaufel das Rad noch nicht erreichen; es wird nur da erst ins Rad treten, wo es durch mehrern

Fall

Fall die Geschwindigkeit des Rades erreicht hat, so daß also die Wassermenge im Umfange des Rades, folglich die Wirkung schon dadurch geringer wird, und man endlich doch auf unsern Fall mit Verlust wieder zurück kömmt. Hiernächst wird der schnelle Schwung des Rades verursachen, daß die Schaufeln ihr Wasser auch schon eher wieder verlieren, als sie die verlangte unterste Stelle erreicht haben. Wenn man es aber so einrichtet, und genau mit so viel Widerstand belastet, daß es mit der Geschwindigkeit des Wassers, wenn es aus dem Stand der Ruhe bis auf die Tiefe des Wassersacks der zweyten Schaufel gefallen ist, umgehet: so wird, wofern man den obern Rand nicht zu tief unter dem Gerinne legt, das heißt, das Rad hoch genug machet, die Geschwindigkeit oder der Schwung nicht leicht zu groß werden. Sonst ist es freylich richtig, daß man das Rad wird langsamer umlaufen lassen müssen, wenn man will, daß das Wasser auch noch durch seinen Stoß in das Rad wirken solle. Allein wenn man die Sache genau erwäget, so wird man keinen, oder doch keinen sonderlichen Vortheil bey einer solchen Einrichtung finden. Wir wollen hier annehmen, daß sich die Einrichtung so machen lasse, daß das Wasser senkrecht an die Stoßschaufel anschlage, (wovon man die Schwierigkeit leicht einsieht) damit die Wirkung des Stoßes am größten werde. Da nun, wenn u die Höhe des Falls, die Geschwindigkeit des Wassers $= 2\sqrt{g\,u}$ ist, so müßte das Rad, um die größte Wirkung zu erhalten, mit der Geschwindig-

keit

keit $\frac{2\sqrt{gu}}{3}$ herumlaufen. Die Kraft des hiervon her: rührenden Stoßes wäre $\frac{A}{2\sqrt{gu}} \cdot \left(\frac{4\sqrt{gu}}{3}\right)^2 : 4g =$

$\frac{A}{2\sqrt{gu}} \frac{4.4.gu}{9.4.g} = \frac{A}{2\sqrt{gu}} \cdot \frac{4}{9}u.$ Da nun die Kraft, welche von dem Druck des Wassers in den Schaufeln herrühret, weil in die 3mal langsamere Schaufel 3mal so viel Wasser einstürzet, 3mal so groß wie vorher ist: so ist hier

$$P = \frac{3A}{2\sqrt{gu}} \cdot (h - u - b) + \frac{A}{2\sqrt{gu}} \cdot \frac{4}{9}u.$$

Ungeachtet es nun so scheint, als wenn hiedurch 3mal mehr Kraft erhalten wäre: so würde man doch bald finden, daß, wenn man nun eine Mühle von dieser Kraft wollte treiben lassen, worinn, wie in unserm Beyspiel der Läufer 40 Umläufe in der Minute machen sollte, man statt $\frac{c}{b} = \frac{13}{48} \frac{c}{3b}$ d. i. im Exempel etwa $\frac{7}{72}$ setzen müßte. Wenn also a P hier mehr als 3mal größer geworden, und also einen dreyfachen Widerstand überwinden kann, so wird doch wegen des ebengesagten X oder R wieder 3mal kleiner. Am deutlichsten übersieht man die ganze Sache, wenn man beyde Bewegungsmomente vergleichet.

Im ersten Fall ist $P = \frac{A}{2\sqrt{gu}} (h - u - b)$

Und $P \cdot 2\sqrt{gu} = A (h - u - b) =$ dem Bewegungsmoment.

Im

Im 2ten Fall ist $P = \frac{3A}{2\sqrt{gu}}(h - u - b) + \frac{1}{2}\frac{A}{\sqrt{gu}}\frac{4}{9}u.$

Und $P \cdot \frac{2\sqrt{gu}}{3} = A(h - u - b) + \frac{4}{27}Au =$

$A(h - b - \frac{23}{27}u),$

welches ein sehr geringer Ueberschuß über das vorige ist. Hiezu kömmt nun, daß die Schaufeln, welche 3mal mehr Wasser enthalten sollen, auch viel größer müssen gemacht werden. Dadurch kömmt die Stelle, wo das Wasser zuerst ins Rad fällt, niedriger zu liegen. Gesetzt, man müßte auch nur statt u setzen: $u + \frac{1}{6}u = \frac{7}{6}u$, so gäbe dieß $A(h - b - \frac{23}{27}.\frac{7}{6}u)$ $A(h - b - \frac{161}{112}4)$, welches mit $A(h - b - u)$ fast auf eins hinaus läuft. So würde $1\frac{1}{5}u$, statt u genommen, schon wirklichen Verlust hervorbringen; und es wäre folglich sehr unverständig, wenn man um einen starken Stoß auf das Rad zuwege zu bringen, demselben einen kleinen Durchmesser geben wollte, damit das Wasser eine größere Geschwindigkeit durch den Fall erhielte. Wenn man hiemit alles das vergleichet, was wir oben von den Unbequemlichkeiten eines zu langsamen Rades, und selbst die nöthige Vergrößerung des Mühlengebäudes, wenn ein größeres Kammrad vorgerichtet werden soll, in Betrachtung ziehet: so wird man wohl seinen Vortheil lieber darinn suchen,

daß man das Rad so nahe als möglich an das obere Gerinne zu bringen bemühet ist (*).

Es finden sich Umstände, wo das Gefälle so hoch ist, daß man es für seine Absichten nicht nöthig findet, ein eben so hohes Rad zu bauen. Alsdann wird es gut seyn, den größten Vortheil, welchen der Stoß geben kann, mit in Betrachtung zu ziehen, theils weil $\frac{4}{27}$ u eben so vielmal größer ist, als u größer wird: theils weil nun das Rad, wenn es mit der Geschwindigkeit des einfallenden Wassers herumgienge, einen zu starken Schwung bekommen, und das Wasser zu frühe verschütten würde. Die sehr niedrigen aber breiten Walzenräder, welche man in manchen Gegenden da gebrauchet, wo ein zwar nicht hoher, aber doch jäher Abfall, und eine ziemliche Wassermenge zu haben ist, möchten es ihrer Natur nach auch wohl erfordern, daß man sie nur mit dem dritten Theil der Geschwindigkeit des einfallenden Wassers umlaufen lasse. Denn sie werden bey ihrem geringen Umfange doch noch schnell genug einen Umlauf vollenden, und da sie des-

(*) Herr Smeaton in der §. 108 angef. Schrift bringt aus seinen Versuchen die Regel heraus, daß 3 Fuß Geschwindigkeit für ein jedes oberschlächtige Rad den vortheilhaftesten Effekt zuwege bringe. Wenn es möglich wäre, jedes Rad dem obern Gerinne bis auf $1\frac{1}{4}$ Fuß nahe zu bringen, so würde die Geschwindigkeit des Wassers 9 werden, da alsdann das Rad, wenn man auch vom Stoß noch Vortheil ziehen wollte, mit 3 Fuß Geschwindigkeit umgehen müßte.

deswegen, weil sie an sich niedriger sind, nicht in eben dem Verhältnisse dem Ausgusse näher gebracht werden können, so kömmt hier u oder $\frac{4}{27}$ u gegen h immer mehr in Betrachtung, als wenn h eine ansehnliche Größe hat. Wenn also einer von diesen beyden Fällen vorkömmt, so müßte man

$$P = \frac{3\,A}{2\sqrt{gu}}(h - u - b) + \frac{A}{2\sqrt{gu}} \cdot \tfrac{4}{9}\,u$$

in die allgemeine Gleichung §. 113 einführen, und darnach sowohl, als nach der Voraussetzung, daß das Rad mit $\frac{1}{3}$ der Geschwindigkeit des Wassers herumläuft, die Einrichtung machen. Indessen muß ich noch hinzusetzen, daß ich mit Belidor Arch. hydr. Tom. I. Cap. V. glaube, daß diese Walzenräder eine der schlechtesten Vorrichtungen sind. Sie werden das Wasser schon wieder verschütten, so bald die Schaufel die Horizontfläche der Axe verlassen hat. Statt ihrer schlägt Herr Belidor mit Grund vor, das Wasser in einen Behälter aufzufassen, und es auf ein unterschlächtiges Rad zu leiten.

§. 118.

Das sogenannte halboberschlächtige Rad, wo das Wasser zur Seite in die Sackschaufeln fällt, wird manchmal gebraucht, wenn man nicht eben sehr viel Wasser, und auch nur 4 bis 6 Fuß Abfall bekommen kann, doch aber gerne ein Rad von 9 bis 10 Fuß im Durchmesser vorrichten wollte. Es ist im Praktischen vielen Schwierigkeiten unterworfen, theils das Wasser so

genau zu leiten, daß es in die Schaufel fällt, theils, weil man sich in Acht nehmen muß, daß nicht etwa die Richtung des Stoßes durch die Axe des Rades gehe, wo es vielleicht, wenn es nun angelassen werden sollte, stehen bleiben möchte, darum muß der Halbmesser $a < h$ seyn. S. Leipz. ökonom. Nachrichten, wo über eine mit einem solchen Rade erbauete Mühle ein ausführlicher Aufsatz eingerücket ist. Ich würde doch auch hier, wenn es die Wassermenge irgend erlaubte, immer lieber zum unterschlächtigen Rade, sonst aber, wenn nicht andere Umstände im Wege, zum horizontalen Rade rathen. Man sieht leicht, daß bey einem solchen halbschlächtigen Rade ebenfalls $P = \frac{A}{2\sqrt{gu}}$ $(h - u - b)$ in die Gleichung gesetzt werden müsse, wo h so wie oben das ganze Gefälle bedeutet, und die übrigen Größen sich auf ähnliche Art wie oben bestimmen lassen.

§. 119.

Im vorigen ist das Bewegungsmoment des oberschlächtigen Rades bey der von uns gewählten Geschwindigkeit $P : 2\sqrt{gu} = A . (h - u - b)$. Wenn nun etwa das ganze Gefälle h 16 bis 17 Fuß betrüge, und für u und b brauchte man nur 3 bis $3\frac{1}{2}$ Fuß abzugeben, so wäre das Moment $= A (h - \frac{1}{5} h) = \frac{4}{5} A h$. Da der Abgang vom ganzen Gefälle bey niedrigen und hohen Rädern beynahe gleich seyn wird: so übersieht man hieraus mit einem Blicke, warum besonders bey hohem Gefälle ein oberschlächtiges Rad

so

so vortheilhaft ist. Für unterschlächtige Räder war $P = \gamma z z \frac{(C-c)^2}{4g}$, folglich das Bewegungsmoment oder $Pc = \gamma z z \frac{(C-c)^2}{4g} . c$. Da nun, wenn der Effekt, der größte seyn sollte, $c = \frac{1}{3} C$ seyn muß, so ist das größte Bewegungsmoment $= \frac{4}{27} \gamma z z \frac{C^3}{4g}$. Wenn man auch hier das Gewicht der Wassermenge in einer Sekunde A setzt, so ist dasselbe $= \gamma . z^2 . C$ und $\gamma z z = \frac{A}{C}$. Weil ferner, wenn das Gefälle h ist, C nicht größer seyn kann, als $2\sqrt{hg}$, so ist $C^2 = 4hg$ und $\frac{C^2}{4g} = h$. Wenn man diese Wehrte in die vorige Gleichung setzt, so ist das größte Bewegungsmoment $= \frac{4}{27} A h$. Sollten die Schaufeln auch eine viel größere Breite bekommen können als der Wasserstral, wie etwa bey Befolgung des Eulerschen Vorschlags §. 104, so wäre der Effekt doppelt oder $\frac{8}{27} A h$. Da nun $\frac{4}{5} : \frac{8}{27} = \frac{27}{10} = 2,7$, so würde der Effekt des oberschlächtigen Rades bey hohem Gefälle, wenn wir auch das vom Rande der Schaufeln abspritzende Wasser in einigen Anschlag brächten, doch wenigstens $2\frac{1}{2}$ mal größer, als des unterschlächtigen, und selbst des horizontalen Rades seyn (*). Bey geringerm Gefälle möchte das

(*) Ich muß auch noch bemerken, daß man bey dem horizontalen Rade von dem Vortheile des Gefälles mehr ver-

Verhältniß immer noch 1 : 2 bleiben. Hiermit scheinen Smeatons Versuche sehr wohl zuzustimmen. Denn da dieselben an sehr kleinen Rädern von 1 Fuß Radius gemacht sind, so ist nicht zu verwundern, daß das oberschlächtige Rad nur doppelt so großen Effekt hervorbringet, als das unterschlächtige; auch war letzteres, wie dieß im kleinen wohl angeht, so eingerichtet, daß man k mit allem Recht ansehnlich größer als 1 setzen konnte.

§. 120.

Hieraus wird man nun leicht den Schluß machen, daß man viel lieber ein oberschlächtiges als unterschlächtiges Rad, wenn es die Umstände nur irgend erlauben, anlegen solle. Um aber diese Maxime gehörig einzuschränken, denke man an folgende Vortheile des unterschlächtigen. Man ist bey demselben nicht auf einen bestimmten Radius, so wie bey der andern Art eingeschränkt, und kann also das statische Moment nach Belieben vergrößern. Man kann das Gebäude der Mühle besser vor dem Fluthwasser schützen, indem man es höher als den höchsten Wasserstand leget. Wenn man das überleget, so wird man bey mittelmäßigem Gefälle und Wassermenge schon den verständigsten Entschluß fassen.

Von

verlieren wird, weil es gewiß mehr als einen Fuß hoch über dem Boden des Abfallgerinnes erhoben liegen muß, besonders wenn unter dem Rade, wie Fig. 31 zeiget, Strebebänder angebracht sind.

Von Mühlen mit Windflügeln.

I. Von der Kraft der bewegten Luft überhaupt.

§. 121.

Lange vorher, ehe man noch daran dachte, zu bestimmen, wie sich die Schwere der Luft gegen die Schwere anderer flüßigen Körper verhielte, und ob sie auch noch durch andere Eigenschaften von den übrigen fluidis unterschieden sey, hat man doch schon gemerket, daß sie sich als eine bewegende Kraft brauchen ließe. Und lange hatte man schon die Erfahrung gemacht, daß von dem Winde das Schiff auf dem Meer getrieben würde, ehe man darauf kam, Segel oder etwas ihnen ähnliches an Maschinen aufzuspannen, und auch zu ihrer Bewegung die Kraft der Luft zu nutzen. Es ist hier indessen der Ort nicht, zu untersuchen, ob man sich früher das Wasser oder den Wind anstatt der thierischen, hauptsächlich der menschlichen Kräfte bedienet habe, denen bey den alten gesitteten Völkern fast die ganze Arbeit des Getraidemahlens und Wasserpumpens überlassen war, §. 1. Indessen ist doch der Wind eine Naturkraft, die gewissermaßen noch weniger Kosten verursachet, als das Wasser, wenn es auf Maschinen geleitet werden soll. Hier ist kein Grundwerk oder Wehr vonnöthen, doch ist auf der andern Seite der Wind eine so viel unbeständigere und regellosere Kraft, deren Geschwindigkeit sich kaum eine Minute völlig gleich ist, und deren Materie selbst sehr merkliche

Veränderungen in der specifischen Schwere leidet, so, daß ein Cubikfuß Luft heute mehr oder weniger als morgen wiegen kann.

Inzwischen ist man doch nach wiederholten Versuchen endlich dabey stehen geblieben, „ daß man die „ mittlere Dichtigkeit der Luft zu $\frac{1}{800}$ der Dichtigkeit „ des Wassers angenommen, so daß der Rheinländi„ sche Cubikfuß Luft $\frac{64}{800} = \frac{2}{25}$ ℔ schwer gesetzt wird.

§. 122.

Eben so hat man auch daraus, daß die Luft ein flüßiger Körper ist, geschlossen, daß sie nach eben den Gesetzen, als das Wasser gegen eine ihr entgegengesetzte Fläche wirken werde; und daher die oben vom Wasser bewiesene Formul $k \gamma z z \frac{C^2}{4g}$ auch von der Luft gelte. Wenn die Geschwindigkeit des Windes wie oben des Wassers C die Fläche, woran derselbe anschlägt, $z z$ und die Schwere eines Cubikfußes Luft γ heißet; so hält man es für zuverläßig, daß sich der Druck der Luft wie das Quadrat ihrer Geschwindigkeit, oder wie die Größe der Fläche, auf welche er trifft, oder wie die Dichtigkeit der Luft verhält, wenn eins von diesen 3 Stücken verändert wird, und die übrigen bleiben. Die Versuche stimmen zum Theil mit dieser Vorausetzung gut genug überein. Die meiste Schwierigkeit macht hier eben so wie beym Wasser, (und hier noch mehrere) was man statt des beständigen Faktors k in die Gleichung setzen solle. Bald

und

und sehr oft hat es geschienen, als müßte man auch hier $k > 1$ annehmen. Eine Reihe Schoberscher Versuche geben für k den Mittelwehrt $\frac{3}{2}$ (*). Allein dieß bestätigt sich bey andern sehr schlecht, so daß es wieder scheinet, als wenn man bis auf weiteres $k = 1$ zu setzen sich entschließen dürfe.

§. 123.

Wenn ein Wasserstral von einem Quadratfuß im Durchschnitt an eine eben so große Fläche, und zwar mit der Geschwindigkeit von 1 Fuß anschlägt, und es soll vom Winde eine gleiche Gewalt ausgeübt werden, so ist $c = 1$ Geschwindigkeit des Wassers, C des Windes, und es wäre $k \cdot \frac{2}{25} \cdot 1 \cdot \frac{C^2}{4 \cdot 15,625} = \frac{k \cdot 64 \cdot 1 \cdot 1}{4 \cdot 15,625}$, oder (wenn $k = 1$); $\frac{2 \cdot C^2}{25} = 64$

$C = \frac{\sqrt{25 \cdot 64}}{2} = \frac{5 \cdot 8}{1,41} = 28,3$ Fuß. Das heißt: „ der Wind würde mit einer Geschwindigkeit „ von 28 Fuß auf die benannte Fläche anschlagen müs: „ sen, um eben so stark als Wasser mit 1 Fuß Ge: „ schwindigkeit darauf zu wirken; wenn anders die „ Regel für den Stoß beyder flüßigen Körper richtig „ angenommen ist. „ Nun bringt Mariotte, Traité du mouvement des Eaux, 2 Part. 3 Disc. II. Regle, aus seinen Versuchungen heraus, daß der Wind nur

(*) Karsten Pneumat. §. 185.

24mal geschwinder als das Wasser seyn dürfte, um einerley Wirkung gegen einen Widerstand zu äußern. Man kann hiernach die Kraft des Windes auf eine Fläche dem Gewicht einer Wassersäule gleich schätzen, deren Höhe $= \frac{1}{4g} \cdot \frac{C^2}{24^2}$. Und da die Fläche zz ist, so wäre hiernach $P = \frac{k.64.zz}{24.24} \cdot \frac{C^2}{4g}$, und weil beym Wasser $k = 1$ genommen wird, §. 81, so wäre $P = \frac{1}{9} \cdot zz \cdot \frac{C^2}{4g} = k\gamma z^2 \cdot \frac{C^2}{4g}$. Folglich ist $\frac{1}{9} = k \cdot \gamma$. Da nun $\gamma = \frac{2}{25}$ bey der Luft, so ist $\frac{25}{18} = k = 1,4$ beynahe, welches so weit nicht von $\frac{3}{2}$ verschieden ist. Man sieht aber wohl, daß γ aus einem sehr wandelbaren Verhältniß der Dichtigkeit der Luft zur Dichtigkeit des Wassers bestimmt ist. Man kann indessen, wenn man lieber dem Versuche des Mariotte als der Theorie trauen will, nach demselben rechnen, indem man statt γ, $\frac{1}{9}$ in die Rechnung setzet, und noch $k = 1$ annimmt.

§. 124.

Da wir bemerkt haben, daß eine Maschine, welche vom Winde getrieben werden soll, nicht so wie ein Wasserrad zu einer gleichförmigen Geschwindigkeit der bewegenden Kraft eingerichtet werden kann; so darf man sich hier auch so angelegentlich nicht um die Methoden und Instrumente, die Geschwindigkeit und Kraft des Windes zu messen, bekümmern, doch wird es nicht

unnütz

unnütz seyn, eine oder die andere leichte Methode hier kurz zu beschreiben. Der ersten bediente sich Mariotte, und ihre Einrichtung ist folgende. (Fig. 34) Es sey A ein vertikales Brett, welches dem Windstoß ausgesetzt wird, an einer Stange A G befestigt, die in eine Welle E eingezapft ist. An eben der Welle befindet sich noch ein mit der Stange gleich langer Arm C D. In C, welches von der Bewegungsaxe eben so weit als der Mittelpunkt der Schwere des Bretes A entfernet seyn muß, wird eine Wagschale aufgehangen. Man könnte, um genau zu seyn, die horizontale Stange C D durch den Cylinder durchgehen lassen, damit der daselbst hervorgehende Theil mit C D im Gleichgewicht sey. Wenn man nun die Fläche A dem Winde entgegen stellet, und in die Wagschale so viel Gewicht zulegt, bis alles, ungeachtet des Windstoßes im Gleichgewicht ist, so drückt das Gewicht die Gewalt aus, mit welcher der Wind an die Fläche A, der man die Größe von 1 oder 2 Quadratfuß gegeben hat, anstößet.

Noch eine andere sehr einfache Methode ist zuerst von Bouguer angegeben, welche auch Herr Euler in seiner Theorie de la construction & de la manœuvre des Vaisseaux, pag. 223. angeführt hat. In einer cylindrischen Capsul A A B B (Fig. 35) ist eine Spiralfeder mit einem Ende auf dem Boden befestiget. An dem andern Ende dieser Feder ist eine vierkantige Stange fest, welche durch eine Oeffnung in dem Deckel des Cylinders gehet. Wenn man das Gewicht

der

der Stange wüßte, so müßte man nun zuerst an der Stange bemerken, wie viel von diesem Gewicht die Stahlfeder zusammengedrückt würde. Alsdann bringt man nach der Reihe stärkere und stärkere Gewichte auf die Stange, und bemerkt, wie viel sie von jedem hineingedrückt werde. Wenn man alsdann vorne an der Stange eine ebene Fläche anbringet, und dieselbe so wie die ganze Vorrichtung senkrecht gegen den Wind stellet: so werden die Merkmale in S zeigen, mit wie viel Gewalt im Gewicht der Wind gegen eine Fläche von einer bestimmten Größe drücket.

Nimmt man nun bey einer oder der andern von diesen Methoden die vorhergehende Theorie als bekannt an: so kann man daraus die Geschwindigkeit des Windes finden. Es sey bey der letzten die Fläche oder $zz = 4$ Quadratfuß, und die Merkmale in S zeigen 3 ℔, so ist $3 ℔ = \frac{2}{25} \cdot 4 \cdot \frac{C^2}{4 \cdot 15,625}$

und $C = \frac{\sqrt{3 \cdot 25 \cdot 15,625}}{2} = 5 \frac{\sqrt{3 \cdot 15,625}}{2} = 24,2.$

Ohne mich indessen bey den Unvollkommenheiten dieser Instrumente, welche bald in die Augen fallen, aufzuhalten, merke ich nur an, daß sie doch gewiß bey meteorologischen Beobachtungen dienen könnten, die mittlere Geschwindigkeit des Windes in einer Gegend durchs ganze Jahr, und so auch die meiste vorkommende Geschwindigkeit, nach welcher man sich beym Anlegen der Windmaschinen wohl am liebsten richtet,

mit

mit ziemlicher Richtigkeit zu bestimmen; wenn anders die Theorie nicht gar zu weit von der Wahrheit abweicht.

§. 125.

Wenn man durch die Bewegung der Luft ein Rad zum Umlauf bringen will, so kann dieses Rad nicht so wie etwa ein gewöhnliches unterschlächtiges Wasserrad gestaltet seyn. Denn die Luft würde auch alsdann, wenn sie mit der Ebene des Rades parallel sich bewegte, und auf die oberste und unterste Schaufel senkrecht stieße, keine Bewegung hervorbringen, indem sie sich bestreben würde, das Rad in entgegengesetzten Richtungen umzudrehen. Wenn man im Gegentheil einem nach Art der horizontalen Wasserräder geschaufelten Rade eine vertikale Lage gäbe, so würde dieses der Richtung des Windes nach seiner Breite ausgesetzt, allerdings von demselben umgetrieben werden, weil alle Schaufeln dem Winde seitwärts ausweichen würden. Indessen sind doch dergleichen Räder, mit so vielen und kleinen Flächen versehen, bey Windmaschinen nicht gebräuchlich; sondern man ist größtentheils gewohnt, ein Windrad nur mit 4, aber desto größern Flächen zu versehen, welche man Windflügel nennet. Diese Flügel sind an den Windruthen befestiget, welches zwey durch die Axe der Welle gehende Bäume sind, die unter sich und mit der Welle rechte Winkel machen. Die Fläche der Flügel selbst ist hingegen unter einem gewissen Winkel gegen die Axe des Rades geneigt. Die Länge derselben hat gegen die Breite gemeiniglich

ein

ein ziemlich großes Verhältniß, und weil der Wind, wenn man die Axe des Rades in die Richtung desselben bringet, alle 4 Flügel zugleich trifft, statt daß vom Wasser gewöhnlich nur eine kleine Schaufel getroffen wurde, so wird daraus überhaupt begreiflich, wie die Luft bey ihrer geringern Dichtigkeit, wenn sie nur in einiger merklichen Bewegung ist, mit eben so vieler Gewalt in die Maschine wirken könne, als nöthig ist, sehr ansehnliche Wirkungen hervorzubringen. Die Gestalt der Flügel ist mehrentheils viereckigt, ihre Fläche ist eben oder gekrümmt; und wenn letzteres, entweder nach einer solchen Methode, daß sie gegen den Wind ein wenig erhaben oder aber hohl sind. Wir wollen hier nur hauptsächlich die Regeln angeben, nach welchen man die Wirkung des Windes auf ebene und rechteckte Flügel nützen müsse, weil sie sich hierbey noch am ersten auf eine den meisten verständliche Art angeben lassen. Doch werden wir uns selbst dabey noch weniger als bisher darauf einlassen können, alles aus der Theorie herzuleiten, wenn wir nicht manchem Leser unverständlich seyn wollen, der vielleicht zufriedner damit ist, wenn ihm nur die Resultate der tiefsinnigsten Untersuchungen deutlich und bestimmt angegeben werden. Am Ende werden wir uns etwa noch bemühen, einige Regeln für die Gestalt und Beurtheilung der Kraft bey gekrümmten Windflügeln anzugeben.

Wenn an der Welle des Windrades ein Kammrad befestiget ist, welches mit seinen Kämmen in einen

ver-

vertikal stehenden Trilling eingreifet, und man brächte hier unterwärts an der Axe des Trillings ein Mühleisen an, welches durch das Läuferauge von oben herab gehet, und nun durch ein senkrecht aufgeschobenes und in die Grundfläche des Läufers eingelassenes Stück Eisen den Läufer herum treibet; so ist es zu unserer Absicht begreiflich genug, wie vermittelst einer solchen Einrichtung Getraide gemahlen werden könne. Denn man kann sich die Abänderungen, welche hier zu machen wären, wenn ein Windrad mehrere Gänge treiben soll, leicht vorstellen, oder aus Mühlenbüchern bekannt machen. Eben so wenig gehört es für unsre Absicht, uns über den Unterschied in der Einrichtung des Gebäudes der Deutschen und Holländischen Mühlen einzulassen, da die hier zu gebenden Regeln überhaupt genommen auf beyde passen, in sofern ihre Flügel die angegebene Gestalt haben.

§. 126.

Die schiefe Lage der Flügel gegen die Umlaufsaxe, mit welcher letztern die Richtung des Windes parallel ist, zeiget an, daß, wenn der Flügel auch in Ruhe gedacht wird, der Wind nicht senkrecht, sondern unter einem schiefen Winkel darauf wirken werde. Wenn nun die Gewalt, womit der Wind senkrecht auf den Flügel wirket, sich nach dem Quadrat der Geschwindigkeit richtet, §. 122; so kömmt es nur darauf an, hier die senkrechte Geschwindigkeit durch die Zerlegung von C nach einer Richtung, die mit der Fläche parallel

und

und auf derselben senkrecht ist, zu finden. Letztere ist C sin. ϑ, wenn ϑ der Winkel ist, welchen die Axe und also auch der Wind mit dem Flügel macht. Es wäre daher die Kraft, welche der Wind nun ausübte, (die wir wie vorher die senkrechte benennen) oder $P = k\gamma zz \frac{C^2}{4g} . \sin. \vartheta^2$, das heist, der Windstoß ist dem Quadrat vom Sinus des Anstoßwinkels proportional wie beym Wasser.

Allein in dem Fall, wenn die Windflügel schon in Bewegung sind, kann man wiederum nicht annehmen, daß die Geschwindigkeit C sin. ϑ eigentlich und völlig auf den bewegten Flügel wirken. Dieß ist schon daraus offenbar, weil der Wind gar nicht auf denselben wirken würde, wenn der Flügel nach einer auf ihm senkrechten Richtung schon mit der Geschwindigkeit C sin. ϑ fortgienge. Um aber unserm Falle näher zu kommen, so setzen wir: (Fig. 36) wenn D C ein Durchschnitt des Flügels, und A B die Richtung des Windes und mit der Axe parallel wäre, ferner G V, dessen absolute Geschwindigkeit C ausdrückte, so ließe sich G V in L V und G L zerlegen. Da nun V G E = L G V = ϑ, so wäre G L = C sin. ϑ, oder der Theil der Geschwindigkeit, womit der Wind lothrecht auf den Flügel trifft. Gesetzt nun, der Punkt G geht schon mit der Geschwindigkeit G M = c fort; so läßt sich auch diese in die parallele M K und senkrechte G K zerlegen. Wenn nun C G M = G M K = η der Winkel ist, welchen die Richtung, nach welcher die

Fläche

Fläche C D fortgeht, mit der Fläche macht; so ist $GK = c \sin. \eta$ oder der Theil der erlangten Geschwindigkeit des Flügels, nach welchem man annehmen kann, daß er nach der senkrechten Richtung sich schon fortbeweget. Daher kann der Wind nur noch mit der Geschwindigkeit $C \sin. \vartheta - c \sin. \eta$ in den Flügel wirken. In diesem Falle müßte folglich $P = k\gamma zz. \frac{(C \sin. \vartheta - c \sin. \eta)^2}{4g}$ gesetzt werden.

§. 127.

Das bloße Ansehen der Figur zeiget schon, daß wenn G M auf die Richtung des Windes A B senkrecht genommen wird, so machen die Winkel ϑ und η zusammen einen rechten Winkel. Es ist daher $\sin. \eta = \cos. \vartheta$. Nun ist dieß bey Windflügeln wirklich der Fall. Denn in jedem Augenblick kann man annehmen, daß jedweder Punkt des Flügels in der Tangente eines Kreises sich bewege, welcher die Richtung des Windes senkrecht durchschneidet. Diese Tangente muß folglich selbst auf der Richtung des Windes senkrecht seyn. Wenn irgend ein Punkt in dem Umfange eines Kreises sich beweget, so nennet man seine **Umlaufs-** oder **Winkelgeschwindigkeit** den Bogen in Graden ausgedruckt, welchen dieser Punkt in einer Sekunde durchläuft: und hieraus erhellet schon, daß Punkte in verschiedenen Zirkeln sehr verschiedene absolute Räume mit einerley Winkelgeschwindigkeit durchlaufen können, wenn die Anzahl der durchlaufenen Grade im großen und kleinen Kreise

nur dieselbe ist. Man sieht offenbar, daß wenn ein Windrad herumgeht: so haben alle Punkte in der Fläche des Flügels einerley Winkelgeschwindigkeit, obgleich die absolute Geschwindigkeit nur bey denen gleich seyn kann, deren Abstand von der Bewegungsaxe gleich groß ist. Es wird vortheilhaft seyn, nach diesem die Winkelgeschwindigkeit, welche wir G nennen wollen, in unsere Formuln aufzunehmen. Dieß kann auf folgende Art geschehen. Wenn der Halbmesser = 1 gesetzt wird, so ist die halbe Peripherie = 3,1415 -- und wenn man nun einen Theil dieser halben Peripherie oder den Bogen G, welcher die Winkelgeschwindigkeit ausdrückt, z. E. 1,25 mit einem andern Radius x multiplicirt; so giebt das Produkt den zu letzterm Radius gehörigen Bogen im Längenmaaß. Dieß wird nun die absolute Größe der Geschwindigkeit, womit ein Punkt in dem Kreise, dessen Radius = x fortgeht. Es kann also überhaupt c = G x in obiger Gleichung gesetzt werden: so daß

$$P = k \gamma z z \frac{(C. \text{ fin. } \vartheta - G x \text{ cof. } \vartheta)^2}{4 g}.$$

§. 128.

Allein man sieht bey den Windmühlenflügeln nicht eigentlich auf den senkrechten Druck des Windes auf den Flügel, sondern man will den Druck nach derjenigen Richtung finden, nach welcher der Flügel wirklich sich bewegen kann, dieß ist aber für ein jedes Punkt oder unendlich kleinen Theil des Flügels keine andere als

die

die obengenannte Richtung der Tangente der Kreise, deren Radius die Entfernung des Punkts oder dieser kleinsten Fläche von der Axe ist. Nun darf man nur den gefundenenen senkrechten Druck nach Richtungen zerlegen, welche auf der Richtung der Bewegung des Flügels G M senkrecht, und damit parallel sind. Es sey G N = k L = dem vorhergefundenen senkrechten Druck, so sind N O und G O die verlangten Seitenkräfte. Erstere wird vom Flügel nach einer Richtung aufgefaßt, nach welcher er nicht weichen kann. Letzterer, welcher = G N . sin. η = G N . cos. ϑ, beschleuniget die Umdrehung des Flügels. Da nun G N dem im vor. §. gefundenen Wehrt für den senkrechten Druck gleich ist, so ist der Druck nach der Richtung der Bewegung des Flügels oder $P = \frac{k \gamma z z (C \sin. \vartheta - G x \cos. \vartheta) \cos. \vartheta}{4 g}$ wo z z einen solchen unendlich kleinen Theil der Fläche des Flügels bedeutet.

§. 129.

Wir wollen hier ohne weitern Beweis annehmen, daß für jeden unendlich schmalen Streifen des Flügels, dessen Mittelpunkt um den Abstand x von der Axe entfernet ist, diese Formul für den Druck gelten könne. Wenn die Breite des Flügels an der Stelle, wo wir uns einen solchen Streifen vorstellen, y ist, und seine eigene geringe Breite nach der mit der Windruthe parallelen Richtung = d x gesetzt wird, so haben wir y d x statt z z in unsere Formul zu setzen. „ Wollen

„ wir hiernächst das statische Moment der beschleu-
„ nigenden Kraft des Windes für dieß Element $y\,dx$
„ haben, so dürfen wir nur den gefundenen Ausdruck
„ mit x, als dem Abstand von der Bewegungsaxe
„ multipliciren: und es ist folglich dieses Moment

$$„ = x.P = \frac{k\gamma x y\,dx}{4g}(C \sin.\vartheta - Gx\cos.\vartheta)^2 \cos.\vartheta.$$

„ Da das mechanische Moment nichts anders ist, als
„ das Produkt der Kraft in die Geschwindigkeit, §. 9,
„ so hat man auch dieses, wenn man mit der Ge-
„ schwindigkeit Gx den obengefundenen Druck oder P
„ multiplicirt, indem man auch hier $y\,dx$ statt zz
„ setzt. Es wird also seyn:

$$„ \frac{k\gamma Gxy\,dx}{4g}(C \sin.\vartheta - Gx\cos.\vartheta)^2 \cos.\vartheta. „$$

Wenn man das statische Moment eines Elements $y\,dx$ durch S anzeiget, und das Quadrat der relativen Geschwindigkeit $C \sin.\vartheta - Gx \cos.\vartheta$ in jedem einzelnen Gliede mit $xy\,dx . \cos.\vartheta$ multiplicirt,

so ist $S = \frac{k\gamma}{4g}(C^2 \sin.\vartheta^2 \cos.\vartheta . xy\,dx -$
$2C \sin.\vartheta \cos.\vartheta^2 . Gx^2 y\,dx + \cos.\vartheta^3 G^2 x^3 y\,dx)$.

Hieraus erhellet, daß man das Moment für den ganzen Flügel haben würde, wenn man die Summen aller Wehrte $xy\,dx$, $x^2 y\,dx$, $x^3 y\,dx$, die für jede Entfernung von der Axe oder für jedes x anders ausfallen, zu finden wüßte. Dieß lehret die Integralrechnung. Wir bemerken hier nur das Resultat, welches

die-

dieselbe giebt, wenn die Flügel Rechtecke sind. Es sey die Breite des Flügels e (daher $y = e$); die ganze Länge der Windruthe a; die Distanz von der Bewegungsaxe bis da, wo die erste Sprosse eingesetzt ist, sey b: so sind im vorhabenden Falle alle $xydx = \frac{1}{2}e(a^2 - b^2)$; alle $x^2ydx = \frac{1}{3}e(a^3 - b^3)$; alle $x^3ydx = \frac{1}{4}(a^4 - b^4)$ (*). „Kürze halber sollen nach diesem diese Summen durch die Buchstaben P, Q, R angezeigt werden, um die Regeln desto allgemeiner ausdrücken zu können, wenn wir gleich die Anwendung nur auf den Fall machen, da der Flügel eine ebene Fläche oder ein Rechteck ist.“

§. 130.

Mehr zur Geschichte der Untersuchungen über den Windflügel als zur Brauchbarkeit in der Anwendung muß ich hier noch eine Anmerkung einschalten. Wenn der ruhende Flügel zuerst vom Winde getroffen wird,

(*) Die Integration giebt $e\int x\,dx + \text{Const.} = \frac{1}{2}ex^2 + C$. Es ist aber $\frac{1}{2}ex^2 + C = 0$, wenn $x = b$. Demnach $C = \frac{1}{2}eb^2$. Wenn man nun $x = a$ nach der Integration, wie erfordert wird, setzet: so ist $\int xydx + C = \frac{1}{2}e(a^2 - b^2)$. Eben so ist $e\int x^2dx + C = \frac{1}{3}ea^3 - \frac{1}{3}eb^3 = \frac{1}{3}e(a^3 - b^3)$ u. s. w. Hieraus folgt für jede andere Gestalt des Flügels, wenn er nur eine ebene Fläche ist, die allgemeine Regel: Man bestimmt y durch eine Gleichung aus x, und integrirt alsdann nach den Regeln auf eine ähnliche Art, wie in diesem einfachsten Fall.

so ist G oder seine Umlaufsgeschwindigkeit = o. Daher fallen alle Glieder der Gleichung weg, worinn G vorkömmt. Folglich ist nun das statische Moment des Elements y d x oder $S = \frac{k\gamma}{4g} C^2 \text{ sin. } \vartheta^2 \text{ cos. } \vartheta$ xydx: und weils ein Rechteck, so sind alle xydx $= \frac{1}{2} e (a^2 - b^2)$ §. 129 $= \frac{1}{2} (a + b) . (a - b) e$; wenn e wie vorher die Breite des Flügels bedeutet. Nun ist $\frac{1}{2} (a + b)$ die Entfernung des Schwerpunkts des Flügels von der Axe; sin. k heiße f, und $(a - b) e$ ist der Quadratinhalt der Fläche des Flügels, er heiße A. Folglich ist für den Anfang der Bewegung das statische Moment des ganzen Flügels $= \frac{k\gamma . A . f}{4g} . C^2 \text{ sin. } \vartheta^2 \text{ cos. } \vartheta$.

Wenn nun alles übrige gleich ist, so wird dieses Moment um so viel größer werden, je größer der Faktor sin. ϑ^2 cos. ϑ ist. Da er = o ist, wenn ϑ = o oder $\vartheta = 90°$, so muß ein dazwischen liegender Winkel der Frage ein Genüge thun. Als Parent sich zuerst bemühete, die neuentdeckten Vortheile der Rechnung des Unendlichen zum besten der Maschinenlehre anzuwenden, fand er, daß dieser Winkel 54° 44′ wäre (*). Freylich war der Schluß zu übereilt, daß dieß nun auch überhaupt derjenige Winkel sey, welchen der Flügel mit der Axe machen müsse, wenn eine Windmühle den größten Effekt hervorbringen solle. Denn da der Effekt auf die Größe des mechanischen Moments

(*) Den Beweis findet man unter andern beym Clemm. Stat. §. 124.

ments ankömmt, §. 9, und da man eine Maschine, wie die vorhabende, in dem Falle betrachten muß, da sie sich schon mit einer Gleichförmigkeit beweget: so giebt dieß schon genugsam zu erkennen, daß es nöthig wäre zu untersuchen, ob nicht ein anderer Winkel entweder überhaupt, oder in jedem besondern Fall zu finden sey, bey welchem das mechanische Moment am größten wird.

§. 131.

Allein es ist eben so offenbar, daß auf den Winkel, worunter die Flügel gestellt sind, es allein nicht ankommen könne; da allerdings auch die Geschwindigkeit, mit welcher die Flügel umlaufen, gegen die Geschwindigkeit des Windes ein Verhältniß haben kann, bey welchem der Effekt am größten wird. Doch muß man hier, wie oben bereits gesagt ist, erwägen, daß es bey den unaufhörlichen Veränderungen in der Geschwindigkeit dieser bewegenden Kraft nöthig seyn wird, diese Geschwindigkeit willkührlich anzunehmen. Daraus aber wird folgen, daß die Maschine nur für die Augenblicke, wo der Wind genau mit der willkührlich angenommenen Geschwindigkeit wehet, und für keine anderen am vortheilhaftesten eingerichtet seyn wird. Der einzige Rath ist hier auf eine gewisse mittlere Geschwindigkeit zu rechnen, oder besser, auf eine etwas ansehnliche Geschwindigkeit, von welcher die Erfahrung in jedem Lande angäbe, daß sie oftmals eintrete, und einen oder mehr Tage anhielte. Die Verschiedenheit des Clima, und die letztere Bestimmung ist wohl die

Ursache, weßwegen die Schriftsteller die mittlere Geschwindigkeit des Windes sehr ungleich ausdrucken. Herr Karsten Pneum. 206. §. schlägt 25 Fuß vor, und hat in seinen berechneten Beyspielen mehrentheils 20 angenommen. Smeaton rechnet sie zu $12\frac{1}{2}$ Fuß; andere zu 15 u. s. w.

§. 132.

Diese Betrachtungen werden mich mehr als alles andere entschuldigen, wenn ich von den theoretischen Untersuchungen und deren Gründen über diesen Punkt sehr wenig anführe: sondern mich nur hauptsächlich an die Resultate derselben halte. Wenn man zuerst voraussetzt, daß der Winkel ϑ §. 126 bestimmt, und die Geschwindigkeit des Windes C angenommen sey, so wird das mechanische Moment für jeden unendlich schmalen Streifen des Flügels, d. i. nach §. 129 $k\gamma Gxydx\,(C \text{ sin. } \vartheta - Gx \text{ cos. } \vartheta)^2 \text{ cos. } \vartheta = 0$, wenn $C \text{ sin. } \vartheta = Gx \text{ cos. } \vartheta$, d. i. wenn die wahre Geschwindigkeit des Flügels an dieser Stelle $Gx = \frac{C \text{ sin. } \vartheta}{\text{cos. } \vartheta}$ $= C \text{ tang. } \vartheta$, oder wenn die Winkelgeschwindigkeit $G = \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{x}$ ist. Alsdann würde der Wind in das Element gar nicht mehr wirken können, indem auch das statische Moment (wenn man nämlich mit G die Formel dividirt) $= 0$ ist. Dieß ist der natürlichen Vorstellung von der Sache völlig gemäß. Denn wenn die auf die senkrechte Richtung zurückgeführte Geschwindigkeit des Windes $= C \text{ sin. } \vartheta$, §. 126, und

des

des Streifens nach eben der Richtung G x cos. ϑ, §. 126, 127, 129: so muß freylich alle Wirkung des erstern in letztern aufhören, wenn sich selbiger schon so schnell beweget als der Wind. Da nun ebenfalls erhellet, daß die am weitesten vom Mittelpunkt abstehenden Streifen sich schneller als die näheren bewegen, so ist es möglich, daß auf die ersten schon der Wind nicht mehr wirket, wenn die letzten noch einen Druck leiden: und da für den innersten Streifen $x = b$ ist: so würde gewiß alle Wirkung des Windes auf den Flügel aufhören, wenn $G = \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{b}$ wäre. Ja wenn für den äußersten Streifen $x = a$ ist, so wird schon alsdann ein Theil vom Flügel keinen Druck vom Winde mehr bekommen, so bald $G > \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{a}$ wird. Daraus ergiebt sich so viel, daß $G < \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{a}$ seyn muß, wenn die Maschine gute Wirkung thun soll. Gesetzt also, man nähme an, daß $G = \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{a z}$ die vortheilhafteste Geschwindigkeit gebe, so müßte $z > 1$ seyn; denn ist $z < 1$, so wäre $G > \frac{C \text{ tg. } \vartheta}{a}$. Man hat sich bemühet, die Größe z durch den Infinitesimalcalcul zu bestimmen. Hier merken wir nur, daß $z = \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{G a}$ und $G a z = C \text{ tang. } \vartheta$ seyn müsse. Dadurch, daß man $G a z$ statt C tang. ϑ in

die Formeln eingeführt, und die Methode vom Größten und Kleinsten anwendet, findet man nun

$$z = \frac{3R}{2Qa \pm \sqrt{(4Q^2 - 3PR)}},$$

wo die Buchstaben P, Q, R den oben §. 129 am Ende angezeigten Werth haben, oder überhaupt $xydx$, x^2ydx, x^3ydx bedeuten.

§. 133.

Das mechanische Moment des Windstoßes heiße M, man entwickele es wie im 129. §. S entwickelt wurde, und setze die Wehrte P, Q, R gehörig hinein, nach dem vor. §., so ist

$$M = k\gamma G (Pc^2 \text{ sin. } \vartheta^2 \text{ cos. } \vartheta - 2Qc G \text{ sin. } \vartheta \text{ cos. } \vartheta^2 + R G^2 \text{ cos. } \vartheta^3).$$

Da nun $\text{cos. } \vartheta = \frac{\text{sin. } \vartheta}{\text{tg. } \vartheta}$, so ist

$$M = k\gamma \text{ sin. } \vartheta^3 \left(\frac{PC^2G}{\text{tg. } \vartheta} - \frac{2QCG^2}{\text{tg. } \vartheta^2} + \frac{RG^3}{\text{tg. } \vartheta^3}\right).$$

Setzt man in diese Gleichung $G = \frac{C \text{ tang. } \vartheta}{az}$ §. 132, so findet man durch die Substitution und andere zulässige Veränderung der Gleichung

$$M = \frac{k\gamma \text{ sin. } \vartheta^3}{a^3 z^3} (Pa^2z^2 - 2Qaz + R),$$

woraus ohne weitere Untersuchung erhellet, daß das mechanische Moment mit dem Winkel ϑ wachse, und am größten werde, wenn $\vartheta = 90°$ ist. Allein die eben gelehrten Sätze ergeben zugleich, daß dieses in der Ausübung nicht statt finde. Denn da $G = \frac{C \text{ tg. } \vartheta}{az}$;

so

so müßte, weil tang. 90° = ∞ die Umlaufsgeschwindigkeit unendlich groß seyn, oder es müßte die Länge der Flügel a = ∞ seyn, da denn $G = \frac{c}{z}$ seyn könnte. Allein weder das eine noch das andere lässet sich in der wirklichen Welt so machen. Nicht zu gedenken, daß das statische Moment gar nichts in dem Falle seyn würde, welches durch die Substitution der Größe $\frac{C \text{ tang. } \vartheta}{a\,z}$ statt G hier ebenfalls erhellet, auch schon daraus sichtbar ist, daß der Wind den Flügel, auf welchen er unter einem Winkel von 90° stößet, blos gegen das Mühlengebäude drucken, aber weder nach der einen noch nach der andern Seite herumdrehen wird. Alles, was aus dieser Betrachtung folget, bestehet also in der Maxime: „ Man muß den Winkel, „ welchen die Axe und also auch die Richtung des „ Windes mit der Fläche des Flügels machen, so groß „ zu erhalten suchen, als es die übrigen Umstände zu„ lassen. „ Und nun läßt sich die Hauptaufgabe auflösen.

§. 134.

II. Einer Mühle, die von vier ebenen Windflügeln getrieben werden soll, die vortheilhafteste Einrichtung zu geben.

Es ist freylich richtig, daß man auch hier zwey Fälle unterscheiden müsse: 1) Wenn die Gestalt und Größe der Windflügel bereits gegeben ist, und man nun die übrigen Einrichtungen bey der Maschine

so

so machen will, daß man mit dieser Zurüstung einen vortheilhaften Effekt erhalte. 2) Wenn der zu bewegende Widerstand, oder dessen Geschwindigkeit, oder beydes genau bestimmt ist, und man nun die Anordnung der Maschine und die Größe der Flügel suchet, welche den verlangten Effekt am bequemsten hervorbringen sollen. Allein ich habe in meiner Absicht bey gegenwärtiger Abhandlung hinreichende Ursache, bey dem ersten Falle stehen zu bleiben, welcher auch bey Kornmühlen wohl der gewöhnlichste ist. Die folgende Anwendung auf einen einzelnen Fall hat mich ohnedem in den Gedanken sehr bestärkt, daß man in der Theorie der Windmaschinen noch weiter, als man denken sollte, zurück ist.

§. 135.

Die Regeln für den benannten Fall lassen sich nun auf folgende Art ausüben:

I. Man bestimmt aus der gegebenen Gestalt und Größe der Flügel

Z =

Exempel. 1) Herr Büsch sagt §. 94 seiner Mechanik, daß man die Windmühlenflügel bey Hamburg sehr lang bis an 40 ja 42 Hamburger Fuß mache, wofür wir 40 Rheinländische nehmen wollen. Es sey also a = 40. Für den Abstand der ersten Sprosse oder b nehmen wir 5 Fuß nach Belidor an, und die Breite der Flügel bestimmen wir nach Bayer zu 6 Fuß. Demnach e = 6. Daher ist

P =

$$Z = \frac{3R}{2Qa - a\sqrt{(4Q^2 - 3PR)}}.$$

Wenn a die Länge des ganzen Flügels und b der Abstand der innersten Sprosse von der Bewegungsaxe ist, und übrigens der Flügel ein Rechteck wäre, dessen Breite e; so ist $P = \frac{1}{2} e (a^2 - b^2)$; $Q = \frac{1}{3} e (a^3 - b^3)$; $R = \frac{1}{4} e (a^4 - b^4)$.

II. Weil nun $\frac{C \text{ tang. } \vartheta}{a\,G} = z$ oder $\frac{a\,G\,z}{C} = \text{tg. } \vartheta$; und es vortheilhaft ist, tang. ϑ sehr groß zu erhalten: so kömmt es, wenn man für C eine gewisse mittlere Geschwindigkeit des Windes angenommen, nur noch darauf an, daß G oder die Winkelgeschwindigkeit der Flügel eine ansehnliche Größe habe. Herr Hofr. Karsten saget, daß eine große Umlaufsgeschwindigkeit darum gut wäre, damit die Flügel zugleich die Natur der Schwungflügel bekämen, und auch dann noch die Gleichförmigkeit des Ganges einigermaßen

$$P = \frac{1}{2} e (a^2 - b^2) = 4725$$
$$Q = \frac{1}{3} e (a^3 - b^3) = 127750$$
$$R = \frac{1}{4} e (a^4 - b^4) = 3839062,5$$

Dieses in den Wehrt von Z no. I substituirt, giebt

$$Z = \frac{3 . 3839062,5}{2 . 40 . 127750 - 40\sqrt{(4 . 127750^2 - 3 . 4725 . 3839062,5)}} = 1,9.$$

2) Die Umlaufszeit der Windflügel oder T ist nun $\frac{2\pi\sqrt{a}}{250} = 5$ Sekunden beynahe, woraus $G = 1,2566$ folget.

maßen erhalten möchten, wenn die Windstöße nachließen. (Siehe Pneum. §. 209.) Dieß kömmit mit der oben allgemein für das Maschinenwesen angenommenen Maxime überein, daß man jedem sich im Cirkel herumschwingenden Körper, wenn es andere Umstände zulassen, seine natürliche Schwungbewegung so viel möglich verschaffen solle. Wenn man hierinn genau seyn wollte, so müßte man aus der Größe und Schwere der Windruthe sowohl als des Flügels selbst den Mittelpunkt des Schwunges jedesmal suchen. Da hier der Flügel als eine viereckte Platte angesehen werden kann, der auf einer prismatischen Stange die Windruthe, so wie Fig. 12 anzeigt, befestigt ist: so würde man hier nach §. 40, n. 2 den Schwingungshalbmesser finden können. Bey rechteckten Flügeln wird man indessen von der Wahrheit wenig abirren, wenn man statt diesen Schwingungspunkt den Schwerpunkt des Rechtecks annimmt, und nun aus der so oft angeführten Gleichung $T = \frac{2\pi\sqrt{2a}}{250}$, §. 36 am Ende, die Umlaufszeit T suchet. Da nun die Umlaufsgeschwin-

folget. Man nehme die mittlere Geschwindigkeit des Windes $= C =$ 20 Fuß an (*): so müßte

tg. 9

(*) Sie ist mit Fleiß stärker angenommen, als man sie wohl in den meisten Gegenden setzen könnte; etwa so wie sie in einem flachen an der See gelegenen Lande seyn mag.

geschwindigkeit für eine Sekunde oder $G = \frac{2\pi}{T}$ ist, so hat man $G = \frac{250}{\sqrt{2a}}$ unmittelbar, wenn man nur a in Skrupeln eines Rheinl. Fußes ausdrückt. Kleiner als dieser gefundene Wehrt muß wenigstens G nicht genommen werden; wiewohl man es ohne Nachtheil, damit auch bey geringerer Geschwindigkeit des Windes die Flügel in den Schwung kommen, ein Schwung etwas stärker als der natürliche auch nicht eben sehr nachtheilig ist, etwas größer annehmen kann. Man sieht, daß hiemit Herrn Hofr. Karstens Rath für Flügel von 10 bis 20 Fuß Länge T zu 1 bis 2 Sekunden für solche von 30 bis 40 Fuß aber zu 3 bis 4 Sekunden anzunehmen, ziemlich genau zustimmen, nur daß es doch fast einen zu schnellen Schwung geben würde. Da nun tang. $\vartheta = \frac{aGz}{C}$, so ist der Winkel ϑ gleichfalls bestimmt, da G und z gefunden sind.

III. Nun ist alles in der Gleichung $\frac{2k\gamma C^2 \sin.\vartheta^2 \cos.\vartheta}{4gfa^2z^2}$ $(Qaz - R) = P$ bestimmt, wenn P diejenige Kraft

$$\text{tg.}\,\vartheta = \frac{40 . 1,2566 . 1,9}{20} = 4,77508;$$

welches die Tangente von 78° 10′ zunächst ausdrücket.

Nach no. 3) läßt sich nun das statische Moment berechnen. Es ist, wenn k wie nach der gemeinen

nen

Kraft bedeutet, welche an dem Mittelpunkt der Schwere des Flügels wirket. Die Entfernung dieses Schwerpunkts von der Axe heißet hier f. Oben §. 132, 129 sind schon die Größen Q und R für solche Flügel, welche Rechtecke sind, angegeben worden. Das statische Moment ist also hier für 4 Flügel

$$\frac{!4.2k\gamma C^2 \text{ sin. } \vartheta^2 \text{ col. } \vartheta}{4ga^2z^2} \times (Qaz - R).$$

IV. Da nun die Zeit eines Umlaufes der Mühlenflügel oder T bereits bekannt ist, so kann man die Zeit

nen Theorie $=$ 1 gesetzt wird, für alle 4 Flügel $\frac{1.(\text{sin. } 78^\circ\ 10')^2 . \text{col. } 78^\circ\ 10'}{15,625.25.(1,9)^2}$

$\times$ (127750.40.1,9 — 3839062,5)

(Man vergleiche diesen Ausdruck mit dem n. III in Buchstaben angegebenen.)

Also $\frac{0,95.0,20506.5869937,5}{15,625.25.3,61} = 817$ (*).

Nach no. 4) wäre nun aus der Umlaufszeit des Windrades T und der Zeit t des Umlaufes des Mühlsteins die Einrichtung des Kammrades und Trillings zu bestimmen. Es kann t nicht viel über $1\frac{1}{2}$ Sekunde betragen, und ungeachtet Herr Büsch a. O. §. 63 unläugbare Erfahrungen anführt, daß

(*) Dieß mit der Winkelgeschwindigkeit G $=$ 1,2566 multiplicirt, giebt das mechanische Moment höchstens 1027.

Zeit, worinn der Läufer einmal herum kommen soll, den oft angeführten Maximen gemäß annehmen, und das Kammrad und Getriebe darnach einrichten.

V) Alsdann scheint es keine Schwierigkeit zu haben, nach der allgemeinen Gleichung

$$X = \tfrac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{2}{3}r} - \frac{e}{r} \cdot \tfrac{1}{3}R$$

die

daß in einer Windmühle, der Belidorschen Regel §. 4 zuwider, der Läufer wohl 90mal in der Minute umlaufen könne, ohne daß darum schlechtes Mehl geschaffet werde: so will ich doch um der Folge willen hier t nicht kleiner als $1\frac{1}{2}$ Sekunde annehmen. Da nun $5 : \frac{3}{2} = \frac{10}{3}$: so dürfte, wenn man dem Trillinge auch 9 Triebstöcke gäbe, dennoch das Kammrad nur 30 Kämme haben, weil $3 : 10 = 9 : 30$; welches sehr wider den Gebrauch ist, da man dem Kammrade (ohne Zweifel damit der Mühlstein auch bey geringer Geschwindigkeit des Windes noch die erforderliche Umlaufsgeschwindigkeit bekomme,) 60 und mehrere Kämme zu geben pflegt (*).

Nach no. 5) müßte man nun in der Gleichung

$$X = \tfrac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{817 - fF}{\frac{2}{3}r} - \frac{e}{r} \cdot \tfrac{1}{3}R$$

zuerst

(*) Bayer giebt 9 Triebstöcke und 72 Kämme an.

die Schwere des Mühlsteins zu bestimmen. Denn c und b, die Halbmesser des Kammrades und Getriebes, erhellen aus der Anzahl der Kämmen und Triebstö-

cken,

zuerst die Größen c, b und r bestimmen. Wenn man mit Bayer $5\frac{1}{4}$ Zoll Theilung für Kämme und Triebstöcke annimmt, und nun 31 Kämme statt 30 in das Kammrad setzte, um der Regel §. 16 ein volliges Genüge zu thun: so wird c der Radius des Trillings = 0,627 Fuß, und der Halbmesser des Kammrades b = 2,16 Fuß, r kann bequem zu $2\frac{1}{2}$ Fuß angenommen werden, welches auch die gewöhnliche Größe ist. Ferner soll das statische Moment der Friktion an den Zapfen des Hauptwellbaums oder f F bestimmt werden. Dieser Wellbaum ist freylich von verschiedener Größe und Stärke. Wir werden ihn wohl in unserm Falle, da wir noch weit längere Windruthen als Bayer angenommen haben, nicht zu groß setzen, wenn wir seinen Dimensionen folgen. Nun ist seine Welle etwa 22 Fuß lang und 2 Fuß dicke. Wir wollen sie von dem leichtesten Fichtenholze nehmen, ohne uns an das übliche einmal zu kehren, dessen specifische Schwere 0,3 gesetzt wird. So ist das Gewicht = 4.22.64.0,3 = 1689 ℔ wenigstens. Die Windruthen giebt Bayer 14 Zoll breit, und $\frac{3}{4}$ Fuß stark an: da sie sich zu äußerst etwas schmälern, so setzen wir statt 14 nur 11 Zoll. Wer-

den

cken, die nach IV gefunden sind, und statt a P wird das no. III gefundene statische Moment gesetzt. Das Moment der Friktion f F müßte aus den Dimensionen der den sie von obgedachtem Holze gemacht, so wiegen 4 dergleichen Ruthen $\frac{3.11.40.4.64.0,3}{4,12} =$ 11.10.64.0,3 = 2112 ℔. Ungeachtet es offenbar zu wenig ist, so rechnen wir doch für die Flügel und das Kammrad nur so viel, daß die ganze Last, welche die beyden Lager am hintern Zapfen und am Halse der Welle zu tragen haben, 4000 ℔ ausmache. Man kann die Sache beyläufig so ansehen, als wenn einer gewissen Kraft die am Schwerpunkt der Flügel angebracht ist, das Moment 817 zukomme. Nun ist der Abstand dieses Schwerpunkts von der Axe $5 + \frac{35}{2} = 22\frac{1}{2}$ Fuß. Also müßte man die absolute Größe der Kraft $= \frac{817.2}{45} = 36\frac{1}{2}$ ℔ setzen (*). Was diese Kraft selbst betrifft: so ist sie schon an sich fast zu klein, als daß ihr Druck gegen das Zapfenlager der Mühlwelle in sonderlichen Anschlag käme: wenn nicht über dem die Richtungen des Drucks gegen die entgegengesetzten Flügel ebenfalls entge-

(*) Es im Vorbeygehen zu bemerken: so dünkt uns dieß eine sehr geringe Größe für die Kraft zu seyn, welche dem Winde gegen so große Flügel zukäme.

der Theile des Windrades und der Mühlwelle und dem Halbmesser des Halses der Welle und des hintern

gengesetzt wären, weswegen fast gar kein Druck dieser Art von der Kraft des Windes entstehen kann. Allein an dem Kammrade wirket dieser Kraft von 36 eine Kraft entgegen, welche $\frac{22\frac{1}{2}}{2,16}36 = 375$ ℔ ist. Daher ist der ganze Druck auf die Zapfenlager $= \sqrt{(4000^2 + 375^2)} = 4017$ ℔. Die davon herrührende Friktion müßte wenigstens nach obigen Regeln §. 25. 1339 ℔ betragen. Um nun ihr Moment zu bestimmen, muß man die Halbmesser der Zapfen wissen, und eigentlich auch untersuchen, wie sich der Druck auf die Unterstützungspunkte vertheile.

Nun saget Bayer, daß der abgerundete Hals der Windmühle, welcher den vordern Zapfen abgiebt, 2 Fuß im Durchmesser habe, der hintere Zapfen aber 9 Zoll stark sey. Leupold redet von Holländischen Windmühlen, an welchen er beydes noch stärker befunden. Theatr. Mach. gen. §. 506; welches mit den Abmessungen in van Zyls Mühlenbuche übereinstimmet. Wenn man nun bedenket, daß die Windruthen mit Zubehör und das Kammrad dem Wellenhalse viel näher sind, als dem hintern Zapfen, so werden wir wohl das Moment der Friktion gewiß eher zu niedrig als zu

hoch

tern Zapfens bestimmt werden. Wir wollen dieß nun in einem Beyspiele sehen.

hoch, nach der gewöhnlichen Art anschlagen, wenn wir den Halbmesser, woran die Friktion geschieht, $= \frac{24+9}{4} = 8\frac{3}{4}''$ oder 9 Zoll $= \frac{3}{4}$ Fuß setzen. Dem ohngeachtet erhält man f.F $= \frac{3}{4}$ 1339 $=$ 1004; welches viel größer als das statische Moment 817: so daß daraus folget, der Wind sey nicht vermögend, die Mühle umzutreiben, wenn auch kein Stein aufgesetzt, und kein Getraide zu zermalmen wäre. Wenn man sich nun erinnert, daß ich noch dazu alle die Punkte, wornach sich die gewöhnliche Regel, die Größe der Friktion zu finden, richtet, geflissentlich so klein, als möglich angenommen, im Gegentheil den Mühlenflügeln fast die größten nur irgend vorkommenden Dimensionen gegeben habe; so wird man dieses Resultat der Rechnung sehr unnatürlich finden. Herr Prof. Büsch beschreibet a. O. §. 94 eine Windmühle, deren Flügel eben so lang, und wahrscheinlich nicht breiter waren, als die unsrigen, nur auf Holländische Art gebogen, die aber doch bey mäßigem Winde 10mal in der Minute herumgiengen, und dabey vermittelst eines Vorgeleges 2 Mühlsteine, vermuthlich von gewöhnlicher Höhe und 5 Fuß im Durchmesser, umtrieben. Daher sollte die hier berechnete Maschine wohl nicht viel weniger leisten.

§. 136.

So viel denke ich, ist man also immer berechtiget, aus der vorhergehenden Rechnung zu schließen, daß entweder die gewöhnlichen Regeln die Friktion zu groß oder das statische Moment des Windes zu klein geben. Vielleicht treten gar beyde Fälle zugleich ein, und verursachen ein so widersprechendes Resultat.

Was den ersten Fall betrifft: so ist es richtig, daß es eigentlich von der Reibung mittelmäßig polirter und trockner Flächen über einander zu verstehen ist, wenn man die Friktion $= \frac{1}{3}$ des Drucks setzet, §. 21. Bey dem Windmühlenhals und Zapfen thut man alles, was die Erfahrung nur hat an die Hand geben können, die absolute Friktion zu vermindern. Man macht die Zapfenlager aus einem sehr harten Stein; (Leupold nennt ihn eine Feuersteinart) und hält alles sehr sorgfältig in der Schmiere. Der hintere Zapfen ist zwar von Holz, aber mit Eisenblech überzogen, und in dem Halse sind ebenfalls Streifen von Blech nach der Länge des Halses eingelassen. Ich weiß nun zwar nicht, in wie fern das Reiben der genannten Materien über einander geringer als bey andern Körpern zu schätzen sey, weil ich nirgend Versuche darüber habe auffinden können. Wenn wir indessen die Versuche der Herren Camus und Muschenbroeck vergleichen, und das beyseite setzen, daß die letztern bald ein Vermehren, bald ein Vermindern bey verstärktem Druck angeben, so ist das geringste Verhältniß bey Eisen auf Meßing und eingeölten Zapfen

etwa

etwa $\frac{1}{8}$ des Drucks. Wenn sich in unserm vorhabenden Falle bey einer so schnellen Bewegung (welche sonst nach der wahrscheinlichsten Voraussetzung das Reiben vermehret) die Sache eben so verhielte, so wäre

$$fF = \frac{3}{4} \cdot \frac{4057}{8} = 376.$$

Allein wenn man auch diesen Wehrt in die Gleichung setzt, so erhält man doch nur 2321 ℔ für die Schwere des Läufers, welches vermuthlich nicht viel über die Hälfte von dem Gewichte eines solchen Steins ist, dergleichen die beym Büsch beschriebene Mühle zwey führte. Es scheint also, als wenn wirklich das statische Moment 817 durch die gewöhnliche Theorie viel zu klein gefunden werde. Wir hatten die beständige Größe $k = 1$ gesetzt; die oben angeführten Schoberschen Versuche gaben $k = \frac{3}{2}$. Wenn wir aber $817 . \frac{3}{2}$ in die Gleichung setzen, so erhalten wir $R = 4468$ ℔. Setzten wir $k = 2$, so würde $R = 6621$; welches noch einigermaßen einen mit der Erfahrung zutreffenden Effekt geben würde.

§. 137.

Gegen die hier vorgenommene Schätzung des Reibens läßt sich, außer daß sie durchaus willkührlich ist, auch noch der allgemeine Einwurf machen: Auf solche Art ist die Reibung ebenfalls bey allen vorigen Berechnungen von Mühlen zu hoch in Anschlag gebracht. Dieß könnten wir indessen zugeben, und nur bemerken, daß weil dort immer der Halbmesser der Zapfen,

wonach sich das statische Moment der Friktion bestimmte, sehr klein war: so hatte eine hohe Schätzung der Friktion selbst keinen so großen Einfluß auf das endliche Resultat der Rechnung, weil gewöhnlich sehr wenige Pfund Kraft am Umfang des Hauptrades hinreichend waren, das Reiben zu überwinden (*). Und da wir überhaupt uns nur der Wahrheit nähern konnten: so waren wir dort mit einer Schätzung zufrieden, in welche vielleicht eine Menge anderer Hindernisse der Bewegung, auf welche wir nicht rechnen konnten, von ungefähr mit inbegriffen wurden. Da hier aber der Radius des Zapfens 9 bis 10mal größer als gemeiniglich bey Wassermühlen ist, so wurde natürlich die Unrichtigkeit merkbarer. Und man kann annehmen, daß die genannten übrigen Hindernisse der Bewegung bey diesen Maschinen in sehr kleinen Verhältnissen wachsen.

Daß die Kraft des Windes bey so großen Maschinen wirklich größer geschätzt werden, oder wie wir hier annehmen, $k > 1$ seyn müsse, scheint nicht allein aus der Vergleichung unsers Beyspiels mit der von Herrn Prof. Büsch beschriebenen Mühle, sondern auch aus der von Herrn Prof. Karsten a. O. §. 228 angeführten Nachricht von einer Holländischen Windmaschine, die Herr Lulofs beobachtet hat, zu erhellen. Ueberhaupt gesteh-

(*) Man findet beym Leupold §. 624 einen ganz ähnlichen Fall, wo das Reiben in der Voraussetzung $\frac{1}{5}$ des Drucks der Erfahrung zuwider bey einer Wasserkunst zu groß ausfällt.

gestehen mehrere Schriftsteller und auch Herr Büsch a. O. §. 95 erste Ausg. daß wenn andere Maschinen gemeiniglich weniger leisteten, als die Rechnung verspräche: so leisteten die Windmühlen gewöhnlich viel mehr, welches meiner wenigen Einsicht nach doch nicht ganz allein darinn gegründet seyn kann, weil durch die Stellung der Flügel das Windrad zugleich zu einem Schwungrade, das seine natürliche Schwingung hat, gemacht werden kann. Es kömmt mir wohl so vor, als wenn die große Geschwindigkeit, womit die Flügel umgehen, und wodurch sie eine Art eines vacui hinter sich und in dem ganzen Raume, durch welchen sie sich bewegen, hervorbringen, verursachen könne, daß die sich bewegende Luft oder der Wind, wenn er sich der Mühle nähert, eine beschleunigte Bewegung oder gleichsam einen Zug nach den Windflügeln hin bekömmt. Dadurch könnte es dann meiner Einsicht nach gar wohl seyn, daß die Geschwindigkeit der Luft in freyem Felde nur 12 Fuß, zu gleicher Zeit aber, wo sie an die Flügel stößt, wohl 24 Fuß betragen könne. Doch sind dieß alles leere Speculationen, so lange man sie unter keine Rechnung ziehen kann, ja nicht einmal auf bestimmte Erfahrungen gründen kann.

§. 138.

Lange vorher, ehe sich die Theorie mit diesen Sachen beschäfftigte, hatte die Erfahrung schon gelehret, daß es vortheilhaft wäre, die Sprossen in die Windruthen in verschiedenen Entfernungen von der Axe un-

ter verschiedenen Winkeln einzusetzen, dadurch wird alsdann der Flügel eine gebogene Fläche. Ueberhaupt scheint diese Einrichtung darauf ihre Beziehung zu haben. Wenn man die Kraft, womit der Wind auf die Flügel stößt, oder G V (Fig. 36) auf die senkrechte Geschwindigkeit G L gebracht hat, und der Flügel mit der Geschwindigkeit G M zur Seite ausweichet; so ließe sich G M in die Seitengeschwindigkeiten G C und G K zerlegen: und man könnte nun die Sache so ansehen, als wenn der Flügel dem Winde, nach der senkrechten Richtung genommen, mit einer Geschwindigkeit = G K auswiche. Da aber die absolute Geschwindigkeit G M für jede größere Entfernung von der Axe größer ist, so muß auch G K grösser und größer ausfallen. Aber wenn C G A oder der Winkel der Sprosse mit der Axe kleiner wird, so wird wieder G K ein größerer Theil von G M. Will man also haben, daß alle Theile des Flügels dem Winde mit gleicher Geschwindigkeit nach der senkrechten Richtung ausweichen, so müssen die der Axe nähern Sprossen einen kleinern Winkel mit der Axe machen. Maclaurin, der diese Sache theoretisch zuerst untersuchte, hat diese Regel allgemein so angegeben: Die Tangenten der Neigungswinkel der Sprossen gegen die Richtung der Axe müssen sich wie die Entfernungen dieser Sprossen von der Axe verhalten. Wir werden uns hier begnügen, das Resultat der fernern Untersuchungen über diesen Gegenstand für den Fall des größten Effekts aus Herrn Hofr. Karstens Pneumatik

tik so anzuführen, daß es leicht seyn wird, darnach den Flügel zu biegen, und zugleich zu untersuchen, wie viel bey dieser Einrichtung gewonnen werde.

Man nimmt T der Länge der Flügel gemäß an, so ist alsdann $G = \frac{2\pi}{T}$. Es sey η der Winkel der innersten, ϑ der äußersten Sprosse, C die mittlere Geschwindigkeit des Windes, worauf man zu rechnen für gut findet: so muß tang. $\eta = \frac{6\pi}{CT}$. b und tang. $\vartheta = \frac{6\pi}{CT}$ a seyn. Sollten nun die Sprossen $\frac{1}{2}$ Fuß von einander stehen, so ist die Tangente der 2ten Sprosse von innen $\frac{6\pi}{CT}\,b + \frac{6\pi}{CT} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6\pi}{CT}(b + \frac{1}{2})$: die Tangente der dritten $= \frac{6\pi}{CT}(b + 1)$ u. s. w. wodurch man nach der Reihe aus den Tangenten alle Winkel findet, nach welchen jede Sprosse eingesetzt wird. Das statische Moment der Flügel giebt nun folgende aus der Theorie gezogene Regel an

$$\frac{4.4.k.e.a.C^3.T.(\text{col.}\eta - \text{col.}\vartheta).(\text{sec.}\eta - \text{col.}\vartheta).\text{cosec.}\vartheta}{4\,g.25.27.\pi}$$

$$= \frac{4.k.e.a.C^3.T.}{\frac{25.27.g.\pi}{}}(\text{col.}\eta - \text{col.}\vartheta)(\text{sec.}\eta - \text{col.}\vartheta)\text{cosec.}\vartheta.$$

In unserm vorher betrachteten Fall würde daher

tang. $\eta = \frac{3,1416.3}{0.5} = 0,94248$ und $\eta = 43° 18'$

tang. $\vartheta = \frac{6.40.3,1416}{20.5} = 7,5396$ und $\vartheta = 82° 26'$

seyn.

seyn. Eben so wird durch die Rechnung das statische Moment, (wenn die Breite der Flügel = e = 6 Fuß, und k wie bisher gewöhnlich = 1 genommen wird,) = 865, also > 817 beym ebenen Flügel gefunden werden.

§. 139.

Allein obgleich die Holländer schon vor dieser vom Maclaurin gegebenen Vorschrift gebogene oder sogenannte windschiefe Flügel an ihren Windmaschinen anbrachten: so ist doch ihre Methode ganz von derjenigen verschieden, welche Maclaurin aus seiner Theorie fand. Der Hauptunterschied unter beyden äußert sich darinn, daß die Flügel, welche nach Maclaurins Regel gewendet sind, eine convexe, die Holländischen aber insgesammt eine concave Fläche dem Winde entgegen stellen. Die praktischen Schriftsteller geben verschiedene Methoden an, Flügel von der letztern Art zu bekommen. Ich begnüge mich aus Smeatons oft angeführter Schrift eine Art anzuführen, weil dieser aufmerksame und berühmte Mechanicus versichert, daß er sie im Großen von guter Wirkung gefunden habe.

Man theilt den ganzen Flügel in 6 Theile, und setzt bey 1, 2, 3 u. s. w. bis 6 die Sprossen nach folgenden Winkeln ein 72°, 71°, 72, 74°, $77\frac{1}{4}$°, 83°.

Eben diese Wendung will auch Herr Smeaton für solche Flügel gut gefunden haben, die an ihren äußersten Enden breiter werden: und giebt für den

Ge:

Gebrauch im Großen die Regel, daß die größte Breite an den Extremitäten $\frac{1}{5}$ der Länge der Windruthe seyn, die innerste Sprosse sich aber zur äußersten wie 3 : 5 verhalten solle.

§. 140.

Es möchte vielleicht nicht undienlich seyn, aus Herrn Smeatons Beobachtungen diejenigen Erfahrungssätze und Maximen, welche er gebraucht, um den Effekt einer Windmaschine zu berechnen, hier in einem Auszuge beyzufügen, um zu versuchen, in wie weit sie die Lücke, welche die Theorie hier unsers Erachtens noch offen läßt, bis auf weiters ersetzen könnten.

1) Erfahrung. Es ist von Praktikern bemerket, daß Windmühlen mit gewöhnlichen Holländischen Flügeln eine mittelmäßig gute Wirkung leisten, wenn sie bey einer Länge der Windruthe von 30 Fuß, 13 Umläufe in der Minute machen, zu einer Zeit, wenn der Wind $12\frac{2}{3}$ Fuß Geschwindigkeit hat.

2) Die Effekte eben derselben Flügel bey ungleichen Geschwindigkeiten des Windes sind, wenn sie auf das maximum belastet sind, beynahe wie die Cubikzahlen dieser Geschwindigkeit. Doch muß man von dem größten Effekt wenigstens $\frac{1}{20}$ höchstens $\frac{1}{9}$ abziehen.

3) Bey ähnlichen Flügeln verhalten sich die Effekte wie die Quadrate der Windruthenlängen.

4) Bey ungeänderter Breite der Flügel verhalten sich die Effekte wie die Länge der Ruthen, wenn man diese verlängert oder verkürzet.

5) Hol-

5) Holländische Flügel von der alten oder gemeinen Art geben den besten Effekt, wenn ihre Extremitäten 3mal schneller als der Wind fortgehen, die verbesserten Holländischen und nach derselben Art gewendeten triangularen (auswärts breiteren) Flügel, wenn die Enden etwa 2, 7mal geschwinder als der Wind gehen.

6) Im Falle eines maximi verhalten sich bey gleichen Oberflächen die Effekte der ebenen, der Maclaurinschen, der alten Holländischen, der verbesserten Holländischen nach der Ordnung wie folgende Zahlen 462 : 527 : 442 : 639. Und wenn die erweiterten um $\frac{1}{5}$ mehr Fläche haben, so ist ihr Verhältniß 820.

§. 141.

Nun legt Herr Smeaton einen Versuch zum Grunde, der mit kleinen Windflügeln gemacht ist, die nach der besten Holländischen Art gewendet waren. Bey einer Geschwindigkeit von $8\frac{3}{4}$ Fuß des Windes wurde ein Gewicht von 17, 52 ℔ avoir du poise auf die Höhe von 73, 45 Zoll in einer Minute gebracht. Die Windruthe war 21 Zoll, der Flügel 18″ lang und 5, 6″ breit. Um nun alles auf Sekunden und Fußmaaß, wie bisher geschehen, zu bringen, setzen wir den mechanischen Effekt dieser Maschine $= 17 . \frac{73,45}{60.12}$ $= 1,73$ (Stat. 17,52 habe ich 17 angenommen, weil das Englische Gewicht etwa um so viel vom Leipziger und Cöllnischen unterschieden ist). Da nun

nach

nach der 2ten Maxime die Effekte bey verschiedenen Geschwindigkeiten sich verhalten wie die Cubikzahlen der Geschwindigkeiten, so würde bey einer Geschwindigkeit von $12\frac{2}{3}$ Fuß, deren Cubikzahl beynahe 3mal so groß ist, als $(8\frac{3}{4})^3$ dieser Effekt $=$ 5, 19 seyn. Wir wollen ihn 5 setzen, da doch etwas von dem cubischen Verhältniß abgehen soll.

Wenn nun die Windruthen, wie in England gewöhnlich, 30 Fuß lang, übrigens aber die Gestalt des Flügels der vorigen ähnlich ist, so verhalten sich diese Halbmesser wie 21″ : 360″ 1 : 17, 14. Da nun bey ähnlichen Flügeln die Effekte sich verhalten wie die Quadrate der Halbmesser nach der 3ten Maxime, so wäre der Effekt einer solchen Mühle $=$ $17,14^2 \cdot 5$ $=$ $293 \cdot 5$ $=$ 1465.

Nun verhält sich der Effekt der gut eingerichteten Holländischen zu den gemeinen wie 639 : 442 nach der 6ten Maxime. Gemeine Holländische Flügel von 30 Fuß Länge und übrigens von der Breite der vorigen geben daher nur den Effekt 1013.

Die Dimensionen dieser Flügel würden nun so ausfallen $\frac{30}{17} = 4, 3'$ wäre der Abstand der innersten Sprosse von der Axe, und $21 : 5, 6 = 30 : \frac{30 \cdot 5, 6}{21}$ gäbe 8 Fuß als die Breite des Flügels an.

Da sich ferner nach unserm Verfasser der Effekt der Flügel, welche nach seiner oben angeführten Regel an den Enden breiter sind, zu den letzt angeführ-

ten

ten verhält wie 820 : 442 = 410 : 221; so wird ihr Effekt 1880 gefunden, wenn die Windruthe noch 30 Fuß lang ist, da alsdann die äußerste Ruthe nach der obigen Regel 10 Fuß, und die innere $4\frac{1}{7}$ Fuß von der Axe abstehende 6 Fuß breit seyn müßte. Doch dünkt mich, muß man nach dem, was der Verfasser an einer andern Stelle sagt, entweder annehmen, die äußerste Sprosse halte 12 Fuß, die innere 8, oder man muß den Effekt $\frac{1}{5}$ vermindern, so daß er nur 1504 bliebe. Wir wollen, da hier doch alles nur eine etwanige Schätzung werden kann, den letztern Effekt beybehalten, weil sonst die äußern Sprossen eine zu ungeheure Breite bekommen würden.

Maclaurins Flügel, auf die beste Art eingesetzt, geben einen Effekt nach Herrn Smeatons Versuchen, der sich zu dem der gemeinen Holländischen Art verhält wie 527 : 442. Man kann ihn also zu 1208 setzen.

Endlich verhält sich der Effekt der gemeinen Holländischen zu dem Effekt der ebenen Flügel, wenn sie unter einem Winkel von 72° bis 75° eingesetzt sind, wie 442 : 462. Daher ist der Effekt der ebenen Flügel 1059. Man vergesse nicht, daß alle diese Flügel $4\frac{1}{7}$ Fuß von der Axe abstehen, $25\frac{2}{3}$ Fuß lang, und, die Triangularen ausgenommen, 8 Fuß breit seyn sollen.

§. 142.

Weil in Deutschland, wie es scheint, die Mühlenflügel diese Länge ziemlich haben werden, so habe ichs nicht für undienlich geachtet, die Rechnungen des

Ver-

Verfassers auf alle Fälle mit 30 Fuß langen Windruthen anzuwenden. Da er nun noch annimmt, daß dieß gelte, wenn die Flügel bey einer Geschwindigkeit des Windes von $12\frac{2}{3}$ Fuß 13mal in der Minute herumkommen, so ist die Winkelgeschwindigkeit oder

$$G = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,1416 \cdot 13}{60} = \frac{1,0472 \cdot 13}{10} = 1,36136.$$

Wenn nun P die Kraft ist, welche der Wind gegen die Flügel ausübet, die man sich in dem Schwerpunkt derselben vereinigt vorstellt, und f ist des Schwerpunkts Abstand von der Axe, so ist f G die Geschwindigkeit, womit der angegriffene Punkt umgehet, und P. f. G ist der mechanische Effekt. Dividirt man folglich mit G, so hat man das statische Moment P f wie oben. Zum Ueberfluß wollen wir für die berechneten Fälle dieß in einer Tabelle vorstellen.

Gestalt der Regel.	Mechanisches Moment.		Statisches Moment.
Ebene Rechtecke,	1059	—	778
Nach Maclaurins Theorie,	1208	—	888
Gemeine Holländische,	1013	—	745
Verbesserte Art,	1465	—	1077
Triangulare,	1504	—	1106

§. 143.

Wir wollen nun noch des Verfassers Maximen auf unsern oben nach der Theorie untersuchten Fall anwenden. Die Breite unserer Flügel war nur 6 Fuß. Soll die ähnliche Figur mit dem Probeflügel §. 141 für diese Breite bleiben, so ist $5,6 : 21 = 6 : \frac{6 \cdot 21}{5,6}$

das ist: die Windruthe muß nur 22,5 Fuß lang seyn. Nun ist $\frac{12.22,5}{21} = 12,85$; davon ist das Quadrat 165. Also der Effekt $166.5 = 825$. Nun verhalten sich die Effekte nach der 4ten Maxime, wenn die Breite nicht verändert wird, wie die Halbmesser. Also $22,5 : 40 = 825 : 1466$ (welches mit der Wirkung dreyßigfüßiger Flügel nach verbesserter Holländischer Art übereinkömmt). Wenn wir noch dieselbe Winkelgeschwindigkeit von 1,36 hier annehmen, so wird das statische Moment ebenfalls 1077 seyn.

Eine solche Mühle würde, wenn anders die oben angenommene Idee die Friktion $\frac{1}{8}$ des Drucks gleich zu schätzen hier statt finden kann, schon einen Stein von wenigstens 3060 ℔ führen, welcher beynahe mit dem von Herrn Büsch beschriebenen gleiche Größe hat. Aber da die Flügel der letztern Mühle nach Holländischer Art eingerichtet waren, und zu vermuthen, daß hiebey die verbesserte Art gebraucht worden, so ist $464 : 639 = 1466 : 2028 =$ dem mechanischen Effekt. Ließe man $G = 1,36$, so würde das statische Moment $= 1500$. Allein Herr Büsch sagt, daß seine Mühle bey verschiedener Geschwindigkeit des Windes, worunter doch wohl keine gar zu große verstanden wird, die Mittelzapfen genommen, 10 Umläufe in der Minute gewesen, dieß giebt $G = \frac{2.3,1416}{6}$ $= 1,047$. Also ist das statische Moment $= 1942$. Nun hatte in Herrn Büschens Mühle das Kammrad 65,

das

das Sternrad 64 Zähne, der obere Trilling 27, und die Getriebe jeden Ganges 17 Stöcke. Wenn ich nun, um einen ohngefähren Ueberschlag zu machen, auf jeden Gang $\frac{1942}{2} = 971$, und die Hälfte des Moments der Friktion wegen der hinzugekommenen schweren Theile 200 setze, so giebt der Ueberschlag

$$R = \frac{18^2}{19^2} \cdot \frac{27}{65} \cdot \frac{17}{64} \cdot \frac{771 \cdot 3}{5} \cdot \frac{35 \cdot 360}{395}.$$

Also R nur etwa 1461 ℔, welches viel zu geringe für einen Stein von 5 Fuß im Durchmesser, und etwa 20 Zoll Höhe ist.

Wenn ich hierüber nach den Smeatonschen Maximen urtheile, so ließe sich folgendes muthmaßen. Es scheint doch, als wenn 10 Umläufe bey dieser Mühle den besten Effekt hervorgebracht haben, und sie also darauf gleichsam eingerichtet, zu diesem Maximum belastet gewesen, (loaded at the maximum). Nun war die äußere Peripherie des Windflügelkreises $2.40.3,1416 = 251,328$ oder 251 Fuß, die Zeit eines Umlaufs $= \frac{60}{10} = 6$ Sekunden; dieß giebt die Geschwindigkeit der Extremitäten 42 Fuß. Da nun Herr Smeaton aus seinen Versuchen schließt, (Max. 5) daß im Fall des Maximi ein Punkt des Umfangs 2,7 so schnell als der Wind laufe, so wäre hier die Geschwindigkeit des Windes $\frac{42}{2,7} = \frac{14}{0,9} = 15,5$; welches auch, wie ich glaube, die mittlere Geschwindigkeit des Windes an einem Seeplatz wie Ham-

burg wohl seyn mag. Nun sind die Effekte wie $1\frac{1}{2}^3 : \frac{15,5^3}{12,66} = 1 : 1,835$. Dieß giebt den Effekt $2028 \cdot 1,835 = 3722$. Eigentlich soll noch $\frac{1}{20}$ abgezogen werden; wir wollen es aber unverändert lassen. Weil nun $G = \frac{2 \cdot 3,1416}{6} = 1,047$, so wird das statische Moment $= \frac{3722}{1,047} = 3555$. Wenn wir hievon 400 für die Friktion am Halse ꝛc. abziehen, so bleibt zur Ueberwindung der Last 3155, wovon die Hälfte 1577 ist. Da nun 771 : 1461 = 1577 : 2988, so könnte eine solche Mühle zwey Steine, jeden von 2988 ℔ führen, welche, den Cubikfuß 110 ℔ gerechnet, bey einem Durchmesser von 5 Fuß etwa 16 bis 17 Zoll hoch wären, welches nun ziemlich genau zutrifft.

§. 144.

Das muß ich bey den Versuchen und daraus gezogenen Regeln des Herrn Smeatons noch anmerken, daß fast alle seine Windflügel, insonderheit die triangulären, (enlarget sails) nach Proportion viel breiter als die Holländischen ausfallen. Doch macht er sie desto kürzer, indem er die gewöhnliche Länge nur zu 30 Fuß annimmt. Herr Büsch hält dafür, daß die Kornmühlen darum lieber längere (bis 43 Fuß) und schmale Flügel haben müssen, damit, wenn sie ihren natürlichen Schwung bekommen, der Stein nicht in eine gar zu große Schwingung gerathe, wiewohl

doch

doch die Läufer der zuletzt betrachteten Mühle sich ohne Nachtheil 90mal in der Minute umschwingen.

Anhang von Grütz- und Graupenmühlen.

§. 145.

Die bisherige Abhandlung hat sich blos mit den Getraide- oder Kornmühlen beschäfftiget, und ich habe gewiesen, wie die thierischen Kräfte und auch die Kräfte des Wassers und Windes nach der Art, wie man sie gewöhnlich bey diesen Maschinen anstellet, oder auf das Hauptrad leitet, nach der bisherigen Theorie und Beobachtung in Anschlag zu bringen. Oben §. 3. habe ich die Grütz- und Graupenmühlen, weil sie doch auch das Getraide zum Genuß zurichten, und mehr oder minder zermalmen, mit zu den Getraidemühlen hingerechnet, bey den bisherigen Rechnungen aber nur die eigentliche Mehlmühle in Gedanken gehabt. Bey der letztgenannten gilt nur eigentlich die aus Belidors Beobachtungen §. 45 gezogene Maxime: daß der Widerstand des Getraides zwischen dem Mühlsteine dem 35sten Theile der Schwere des Läufers mit Zubehör gleich zu schätzen, oder $X = \frac{1}{35} R$ sey. Vielleicht ist, wenn das Getraide nur zu Grütze geschroten wird, der Widerstand noch eben so groß, wenigstens nicht viel geringer, und weil man diese Arbeit (außer daß man wohl vorher die Hülsen von dem Getraide durch Stampfen abzusondern pflegt) von einer gewöhnlichen Mehlmühle, d. i. zwischen zwey

Steinen verrichten läßt: so braucht man hierüber nicht eben weitere Bedenklichkeiten sich zu machen.

Allein die eigentlichen Graupenmühlen sind in einem wesentlichen Stücke von der Mehlmühle unterschieden. Nämlich wenn gleich das Triebwerk völlig auf dieselbe Art eingerichtet wird, so ist doch hier nur ein einziger Stein vorgerichtet. Derselbe hat eine Einfassung, die hier, so wie bey Mehlmühlen, auch der Lauft genannt wird. Allein bey diesen dient der Lauft nur das Mehl zusammen zu halten, so daß es nur durch eine bestimmte Oeffnung ausfließen kann. Bey den Graupenmühlen wird im Gegentheil das Getraide zwischen dem Lauft und dem einzigen beweglichen Mühlstein geschüttet, und zwischen dessen vertikalen Oberfläche und dem Lauft so lange herumgetrieben, bis es von der Hülse befreyet ist, und sich die Körner zureichlich abgerundet haben. Der Stein ist eben deswegen an dieser seiner cylindrischen Oberfläche scharf gemacht. Aus alle diesem sieht man nun wohl, daß sich hier die Regel $X = \frac{1}{35} R$ nicht anbringen läßt. Denn der Widerstand richtet sich hier durchaus nicht nach der Schwere des Steins, sondern wohl hauptsächlich nach der Größe der cylindrischen Oberfläche desselben, wenn gleich die Natur der Sache auch noch andere Bestimmungsgründe an die Hand geben möchte. Wir fanden überhaupt §. 43 das Moment des Widerstandes an dem letzten Hebel der Maschine, welcher hier ebenfalls nichts anders als der Radius des Läu-

fers

fers oder r ist $= \frac{1}{k} r X$; wo $\frac{1}{k} = 1$ ist, wenn der gesammte Widerstand am äußersten Punkte oder am Umfange des vorspringenden Hebels wirket, welches, wie man leicht sieht, bey der Graupenmühle der Fall ist. Daher mag der Widerstand X so groß seyn, als er will, so ist doch sein Moment r X. Daher bekömmt, verglichen mit §. 44, die II. Gleichung §. 43 für die Graupenmühle folgende Gestalt:

$$X = \tfrac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{r} - \tfrac{2}{3} \cdot \frac{e}{r} \cdot \tfrac{1}{3} R.$$

Wenn man nun vermittelst dieser Gleichung den Widerstand X bey einer wirklich erbauten Graupenmühle finden wollte, so könnte man alle übrigen Größen nach den bisherigen Methoden aus der Schätzung der Kraft P und der Theile der Maschine bestimmen, wodurch folglich X bekannt würde. Vergliche man mehrere dergleichen Beobachtungen an Steinen von verschiedener Art und Oberfläche mit einander: so würde man daraus vermuthlich auszumachen im Stande seyn, ob sich dieser Widerstand blos nach der Oberfläche richtete, oder ob noch andere Umstände in die Bestimmung desselben einen Einfluß hätten; woraus sich denn eine mehr oder weniger sichere Regel finden ließe, nach welcher man bey neuen Anlagen verfahren könnte, wenn man sie den übrigen Maximen des Maschinenwesens gemäß machen wollte. Ich darf wohl nicht erst erinnern, daß ein solcher Versuch eigentlich zwey-

fach zu machen sey. Zuerst, indem das Sicht- und Windwerk mit an der Maschine hänget, und hiernächst ohne dasselbe; da man alsdann durch Abzug den Widerstand noch besonders bestimmen könnte, welchen das Sichtwerk thut. Dieser letzte Widerstand wird wohl ziemlich in allen Fällen gleich seyn, da es entweder gar nicht, oder doch nicht sonderlich verschieden eingerichtet zu werden braucht.

Uebrigens muß man, wenn man von der andern Einrichtung dieser Maschine, die auf den Calcul keinen Einfluß hat, erst unterrichten will, die praktischen Schriftsteller zu Rathe ziehen. Sie ist z. E. beym Bayer Kap. XIV §. 20 f. f. beschrieben, und Taf. 30 und 31 gezeichnet.

Dritter Abschnitt.

Von den übrigen Maschinen, welche Mühlen heißen, außer der Mahlmühle.

Erstes Kapitel.

Von Stampfmühlen.

§. 146.

Unter dem Namen von Stampfmühlen kann man eine große Anzahl von Maschinen begreifen, welche aber doch in der Haupteinrichtung mit einander in sofern übereinkommen, daß die Anleitung eine Art derselben zu berechnen, auf andere Fälle sich ohne sonderliche Schwierigkeit wird anwenden lassen. Mehrentheils werden sie durch Wasserräder getrieben, und alsdenn beruht ihre Construktion hauptsächlich auf folgenden Stücken. An der Welle BC (Fig. 37) des Wasserrades A ist ein Sternrad D. Letzteres greift in einen horizontalliegenden Trilling E ein. Dieser Trilling befindet sich an einer Welle F G, welche die Daumenwelle genannt wird. Es sind nämlich in derselben oder durch dieselbe gewisse Hölzer M, N und I, welche hervorragen, und die Stämpfer (oder Hammer) HI, KL u. s. w. an welchen ebenfalls hervorragende Zapfen befindlich sind, auf solche Art in Bewegung setzen, daß jene Hölzer

von Zeit zu Zeit, indem die Daumenwelle herumgeht, unter die Zapfen der Stämpfer fassen, sie auf eine zulängliche Höhe heben, und indem die Welle umgehet, wieder fallen lassen.

§. 147.

Die Zapfen der Stämpfer heißen bey den Pulvermühlen, Oelmühlen u. m. Hebezapfen, und die Hölzer in der Welle, wovon sie wechselsweise gefasset werden, heißen Daumen, welche Namen wir in der Folge beybehalten werden, so lange wir von dieser Art Maschinen reden.

Damit die Maschine eine solche Bewegung habe, daß die Gewalt, welche sie ausüben muß, immer gleich groß sey, so ist nothwendig, daß jederzeit gleich viele Stämpfer gehoben werden. Es sey nun N die Zahl, welche anzeigt, wie oft ein jeder Stämpfer bey jedem Umlauf der Welle gehoben werden soll, so ist $\frac{360°}{N}$ der Bogen in Graden ausgedruckt, um welchen die Daumen voneinander abstehen sollen. Wenn nun n die Anzahl der Stämpfer ist, so gehören zu jedem Stämpfer N Daumen: folglich muß die ganze Welle mit N.n Daumen besetzt werden. Damit nun diese Daumen um die ganze Welle herum gleich ausgetheilt werden, so suche man $\frac{360°}{N.n}$, welches den Winkel giebt, welchen die Daumen, die zu dem zweyten Stämpfer gehören (oder eigentlich die durch die Mittellinien der Daumen und die Axe gelegten Flächen

chen

chen) mit jedem gleichzahligen Daumen des ersten Stämpfers machen. Eben den Winkel müssen die Daumen in der dritten Reihe mit denen in der zweyten machen, und so fortan. Wenn man sich an beyden Enden des Cylinders der Welle die kreisförmigen Grundflächen in N.n Theile durch überschlagen der Schnur eintheilt, und nun nach dem Abstande der Stämpfer Kreise um die Welle gezogen hat, so kann man die Stelle eines jeden Daumen nach dieser Regel angeben. Man macht indessen die Einrichtung größtentheils so, daß wenn v die Anzahl der zugleich gehobenen Stämpfer ist, so machen die Daumen der Stämpfer, welche um die Zahl v voneinander abstehen, den Winkel $\frac{360^\circ . v}{N.n}$ mit einander. Uns genüget die Hauptregel angezeigt zu haben. Die Sache hat an sich keine Schwierigkeit. Wer sie ja dabey fünde, dem würde sie durch Beyspiele bey praktischen Schriftstellern, z. E. Bayer Kap. 14, §. 3. leicht benommen werden.

§. 148.

I. Berechnung der Pulvermühlen, Deutschen Oelmühlen und Lohmühlen.

Die Pulvermühlen, Oelmühlen und Lohmühlen haben, so viel ich gefunden habe, alle die Einrichtung miteinander gemein, daß die Materie, welche sie bearbeiten, 1) von Stämpfern und nicht von Hämmern zerschlagen wird; 2) daß um die Stämpfer in vertikaler Lage zu erhalten, (Fig. 38) sowohl oberhalb der

Hebe-

Hebezapfen G D m : M und m, als auch unterhalb derselben ein paar Zwerghölzer, welche bey diesen Maschinen Scheidelatten heißen, angebracht sind, zwischen welchen die Stämpfer noch frey auf- und niedergehen können. Die Nothwendigkeit einer solchen oder ähnlichen Einrichtung siehet man schon daraus leicht, weil der Stämpfer, wenn er einmal von dem Daumen V H aufgehoben wäre, und die Welle, wie es aus manchen Ursachen geschehen kann, plötzlich still stünde, von dem Daumen leicht herabfallen könnte, ja schon beym Heben nicht in der vertikalen Lage bleiben würde, denn sein Schwerpuukt k würde die niedrigste Stelle, welche in einer durch V gezogenen Vertikallinie liegt, sich zu erreichen bestreben.

3) finde ich, daß bey diesen drey Arten auch dieses übereintrifft, wenigstens übereintreffen kann, daß jeder Daumen seinen zugehörigen Hebezapfen ergreift, wenn er in die horizontale Lage gekommen ist, und ihn wieder fallen läßt, wenn der Daumen einen Winkel von 60° mit dem Horizont machet. Wir wollen diesen Winkel den Erhebungswinkel in der Folge nennen, und durch den Buchstaben η anzeigen. Es ist nämlich $\eta = \frac{360° . v}{N . n}$ wie §. 147 angezeigt worden.

§. 149.

Wenn der Stämpfer in dem Punkt V der Hebelatte von dem Daumen, welcher ruhig steht, gehalten wird, so wird er bey der vorbeschriebenen Vorrichtung der Scheidelatten nicht überschlagen können, sondern

dern

dern er wird sich nur zwischen dem obern Scheidelatten gegen M und zwischen dem untern gegen N anlegen, woher gegen diese Punkte ein Druck entstehen wird, der sich auch nach der Statik berechnen ließe. Weil wir aber die Maschine hauptsächlich im Zustand der Bewegung zu betrachten haben, so wollen wir auch nur die Hindernisse der Bewegung oder denjenigen Widerstand hier unter Regeln bringen, welchen die bewegte Maschine zu überwinden hat. Es entstehet nämlich, wenn sich die Daumen längs der Hebezapfen bewegen sollen, an denselben eine Friktion, durch welche, wenn sie stark genug, und der Stampfer vom Hebezapfen bis zur untern Scheidelatte lang genug ist, so sehr auf die andere Seite herüber geholt wird, daß er sich nun zwischen den obern Scheidelatten nicht mehr an M, sondern an m anlegt. Herr Hofr. Karsten findet, wie man die Sache einrichten müsse, um dieses zu erhalten, und zugleich daß dieses vortheilhafter sey, und den Widerstand geringer macht, als wenn auch noch während der Bewegung der Stämpfer sich auf die Seite M anlegt. Die Sache überhaupt erhellet einigermaßen aus folgenden Betrachtungen. Wenn der Stämpfer mit seiner Last Q auf dem Daumen in V aufliegt, und zu gleicher Zeit unten in N ein Druck S und oben in M oder m ein Druck R entstehet, so giebt letzteres die Friktion $\frac{1}{3}(R + S)$. Es ist also $Q + \frac{1}{3}(R + S)$ der Widerstand, der sich der vertikalen Bewegung des Punkts V widersetzt. Allein von dieser Last entsteht

am

am Punkt V eine neue Reibung $= \frac{1}{3}(Q + \frac{1}{3}(R + S))$, welche verursachen würde, daß der Punkt V einen horizontalen Druck litte, und der Stämpfer nach der Linie G V fortgienge, wenn nicht die Scheidelatten diesen Druck durch den Widerstand R und S aufhüben. Legt sich nun der Stämpfer oben in m an, so kömmt der Druck R dem Druck S zu Hülfe, und es wird nur $R + S = \frac{1}{3} Q + \frac{1}{9}(R + S)$ seyn. Wenn sich aber der Stämpfer in M anlegte, so wäre R dem S entgegen gesetzt, und wenn nun doch der Stämpfer sich nicht horizontal verschieben sollte, so müßte itzt $S - R \frac{1}{3} Q + \frac{1}{9}(R + S)$ seyn. Es ist leicht abzunehmen, daß wohl die Friktion in $V \frac{1}{3} Q + \frac{1}{9}(R + S)$ itzt nicht merklich geringer als im vorigen Fall seyn könne. Da nun schon $S - R$ damit gleich seyn soll, so wird $S + R$, folglich auch $\frac{1}{3}(S + R)$ größer als dort seyn müssen. Daher entsteht auch ein größerer vertikaler Druck $Q + \frac{1}{3}(S + R)$ in V.

§. 150.

Wenn nun $R + S = \frac{1}{3} Q + \frac{1}{9}(R + S)$, so wird $\frac{8}{9}(R + S) = \frac{1}{3} Q$, d. i. $R + S = \frac{9}{24} Q = \frac{3}{8} Q$. Folglich der vertikale Druck auf V wird $= Q + \frac{1}{3}(R + S) = Q + \frac{1}{8} Q = \frac{9}{8} Q$. Dieses zu erhalten giebt nun Herr Hofr. Karsten folgende Maxime an.

Wenn die Friktion $\frac{1}{3}$ des Drucks ist, so muß der dritte Theil der senkrechten Entfernung einer Horizontfläche durch die Grundlinie des Hebezapfens

pfens von einer Horizontfläche durch die Mittellinie der untern Scheidelatten der Entfernung des angegriffenen Punkts V von der Mittellinie des Stämpfers bey jedem Stande der Daumen wenigstens gleich seyn: besser ist es noch, wenn $\frac{1}{3}$ V Y etwas größer als V G ist.

Man sieht schon durch die gemeine Ueberlegung einen Theil der Gründe, worauf dieses beruhet, daraus ein, weil es in der That leichter geschehen wird, daß eine Säule, wie ein solcher Stämpfer ist, nach M überschlaget, wenn man ihn sehr kurz fasset, als wenn er höher angegriffen wird. Und jenes Ueberschlagen soll hier als nachtheilig vermieden werden.

Hieraus folgt denn auch, daß, wenn die Friktion ein anders Verhältniß zum Druck hätte, man bey einer geringern Friktion die Hebezapfen höher einsetzen müsse, bey einer stärkern sie niedriger einsetzen könne, wenn man seine Absicht erreichen wollte. So müßte, wenn das übrige gleich bliebe, wenn die Friktion $\frac{1}{5}$, V Y $>$ 5 V G seyn, und wenn die Friktion $\frac{1}{2}$, so könnte V Y $>$ 2 V G genügen.

§. 151.

Die Regel, welche aus Herrn Prof. Karstens Vortrage folget, ist nun diese:

Es sey F N die senkrechte Höhe des Punkts V über die Horizontalfläche, worinn N liegt, wenn der Daumen zuerst den Hebezapfen ergreift, C F der Abstand der Axe der Daumenwelle vom

Stäm-

Stämpfer; C V die Länge der Daumen von der Axe der Welle angerechnet; und η der höchste Erhebungswinkel: so muß man es so einrichten, daß F N ein wenig größer als $3\,CF - CV\,(3\cos.\eta + \sin.\eta)$ oder überhaupt F N nicht $< 3\,CF - CV\,(3\cos.\eta + \sin.\eta)$ sey. Es sey z. E. $CF = 24''$; $CV = 20''$; $\eta = 60°$, so ist $3\,CF - CV\,(3\cos.\eta + \sin.\eta) = 72 - 20\,(3.0{,}5 + 0{,}866) = 24{,}68$ - - so wäre F N etwa 25 Zoll, oder ein wenig über 2 Fuß anzunehmen.

§. 152.

In Deutschland werden die Stampfmühlen von einiger Bedeutung gewöhnlich vom Wasser getrieben. Indessen, wenn auch andere Kräfte dazu angewandt werden sollen, so sind in den vorigen Kapiteln die Methoden, sie auf die vortheilhafteste Art zu benutzen, und auf sie zu rechnen, so weit Theorie und Erfahrung reicht, oder wenigstens bequeme Regeln geben, erkläret worden. Es sey nun auf solche Art die Kraft, womit die Mühle bewegt wird, z. E. aus der Wassermenge und Gefälle bey einem unterschlächtigen Rade (Fig. 37) gefunden: sie sey P: der Halbmesser des Sternrades sey = b, und des Wasserrades = a, der gesammte Widerstand an der Stelle, wo die Zähne des Sternrades in den oder die Trillinge greifen, sey Z: so ist a P = b.z: wo man aber noch auf die Friktionen zwischen Zahn und Getriebe und am Zapfen der ersten Welle nicht rechnet. Wegen der Reibung zwischen Zahn und

Getrie-

Getriebe muß $aP = \frac{19}{18} bz$ seyn, §. 31. Und wenn noch die Friktion an den Zapfen der Mühlwelle $= F$ und der Zapfen Halbmesser $= f$ ist, so muß aP groß genug seyn, um auch dieses Moment fF aufzuwiegen, d. i. es muß $aP = \frac{19}{18} bz + fF$ seyn. (Daraus folgt: $aP - fF = \frac{19}{18} bz$ und $z = \frac{18}{19} \cdot \frac{1}{b} (aP - fF)$. In der Gleichung $aP = \frac{19}{18} bz + fF$ muß nun in dem Theile $\frac{19}{18} b.z$ die Größe Z genauer entwickelt werden. Es besteht nämlich der gesammte Widerstand Z am Umfange der Trillinge aus zwo Hauptttheilen: 1) dem, welcher von dem Widerstande herrührt, welchen die Maschine da, wo die Daumen die Hebezapfen ergreifen, zu überwinden hat; 2) aus dem, was von der Friktion kömmt, welche die Zapfen an der oder den Daumenwellen leiden. Es sey also die ganze Last, welche auf den Daumen liegt, die zugleich heben, $= X$; der Abstand des äussersten Punkts der Daumen von der Axe ihrer Welle $= r$, und der Trillingshalbmesser $= c$, so hat man hier wiederum einen gedoppelten Widerstand. Es soll nämlich 1) die Last X wirklich nach der Vertikallinie gehoben werden. Man nenne die dazu erforderliche Kraft am Umfang des Trillings p, so muß dieselbe durch den Bogen $c.\eta$ gehen, indessen daß X auf die vertikale Höhe $r \sin. \eta$ gehoben wird. Also ist $p = \frac{r \sin. \eta}{c \eta} X$. 2) bringt X eine Friktion, die $\frac{1}{3} X$ gleich zu schätzen, nach der horizontalen Richtung her-

vor. Man nenne π die Kraft, welche am Trillingsumfang dieser Friktion das Gleichgewicht hält, so wird sich π durch den Bogen $c\eta$ bewegen, unterdessen daß der äußerste Punkt des Daumens in der horizontalen Richtung den Weg r sin. verf. η zurückleget. Es müßte daher am Umfang der Welle dieses letztern Widerstandes wegen $\pi = \frac{r \text{ sin. verf. } \eta}{c\eta} . \frac{1}{3} X$ seyn.

Folglich ist $p + \pi = \frac{r \text{ sin. } \eta}{c\eta} X + \frac{r . \frac{1}{3} \text{ sin. verf. } \eta}{c\eta} X$

$= \frac{r}{c} . \frac{\text{sin. } \eta + \frac{1}{3} \text{ sin. verf. } \eta}{\eta} . X.$ Wenn man Kürze halber sin. $\eta + \frac{1}{3}$ sin. verf. $\eta = m$ setzt, so wäre der erste Hauptttheil von Z gleich mit $\frac{m}{\eta} . \frac{r}{c} . X.$

Der zweyte Hauptttheil des Widerstandes Z an dem Umfange des Trillings oder die Friktion an den Daumenwellenzapfen ist an sich $= \frac{1}{3} R$, wenn R den gesammten Druck auf diese Zapfen bedeutet. Wenn V die Kraft ist, wodurch dieser Widerstand am Trillingsumfange aufgewogen wird, e der Halbmesser der Zapfen der Daumenwelle: so ist $V = \frac{e}{c} . \frac{1}{3} R.$ Da nun $Z = p + \pi + V$: so erhält man $Z = \frac{m}{\eta} . \frac{r}{c} X + \frac{e}{c} . \frac{1}{3} R.$ Dieß in die Hauptgleichung gesetzt, giebt

$$\frac{m}{\eta} . \frac{r}{c} X + \frac{e}{c} . \frac{1}{3} R = \frac{18}{19} . \frac{1}{b} (aP - fF)$$

Folg-

Folglich $\frac{m}{\eta} \cdot \frac{r}{c} X = \frac{18}{19} \cdot \frac{1}{b} (aP - fF) - \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3} R$,

und $X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{m}{\eta} r} - \frac{\eta}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R$ (*).

§. 153.

Die noch nicht entwickelten Größen F, R und X zu bestimmen, kann man so verfahren, wenn man, wie hier doch immer nur möglich ist, sich der wahren Größe nur nähern will. Es rührt F von dem Drucke der Mühlwelle und Zubehör selbst und der Kräfte am Umfange des Wasserrades (wir setzen es hier unterschlächtig) und des Sternrades her, das Gewicht der Welle u. m. sey M: so ist $F = \frac{1}{3} \sqrt{\left((M + \frac{aP}{b})^2 + P^2 \right)}$.

(*) Ich habe mit Fleiß die Gleichung auf diese Form gebracht, damit die Uebereinstimmung derselben mit derjenigen für die Mühlen überhaupt §. 43

$$X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{l}{k} r} - \frac{khe}{lgr} \cdot \frac{1}{3} R$$

so viel leichter ins Auge falle. Denn hierinn meyne ich könnte man Grund finden, den allgemeinen Namen Mühlen, den man beyden Maschinen giebt, auch wissenschaftlich zu rechtfertigen, so wie man z. E. alle Curren zu einerley Geschlecht rechnet, welche ähnliche Gleichungen haben. Was dort $\frac{l}{k}$ hieß, ist hier $\frac{m}{\eta}$, und das dortige $\frac{h}{g} = 1$, weil die Friktion am äußern Umfang von e angebracht ist.

Wenn, wie es sehr gewöhnlich ist, die Stampfmühlen ein doppeltes Getriebe haben, so ist der Gegendruck am Sternrade auf einer Seite vertikal aufwärts, an der andern niederwärts: so daß sich beyde einander beynahe aufheben. Daher kann alsdann $F = \frac{1}{3}\sqrt{(M^2 + P^2)}$ genommen werden. Der Druck R entsteht von dem Gewicht der Daumenwelle selbst, welches N heißen soll, und vertikal niederdrucket. Dieß thut auch $X = \frac{c}{r} \cdot \frac{\eta}{m}\left(Z - \frac{e}{c}\frac{1}{3}R\right)$, und das Gegengewicht am Trilling oder $\left(Z - \frac{e}{c}\frac{1}{3}R\right)$.

Weil $\frac{e}{c}\frac{1}{3}R$ hier keinen sonderlichen Einfluß haben, kann man $X = \frac{c}{r} \cdot \frac{\eta}{m} Z$ und $\frac{c}{r} \cdot \frac{\eta}{m} = \lambda$ setzen. Folglich ist der vertikale Druck auf die Daumenwelle $N + (\lambda + 1) Z$. Da nun $\frac{1}{3} X = \frac{1}{3} \lambda Z$ ist, und horizontal drückt: so erhält man $K = \sqrt{N + (\lambda + 1) X Z)^2 + \frac{1}{9}\lambda^2 Z^2)}$. Z ist aus dem vorhergehenden $= \frac{18}{19}\frac{a}{b}\left(P - \frac{fF}{a}\right)$ §. 152. Endlich ist X vermöge des 150. §. $= \frac{9}{8} \nu Q$; wenn Q die Schwere eines Stampfers, und ν die Anzahl der zugleich gehobenen anzeigt.

§. 154.

Ehe wir aber diese gefundene Regeln auf besondere Arten von Stampfmühlen anwenden, ist folgendes

des zu bemerken. Es war bey Kornmühlen z. E. als eine Regel angenommen, daß der Läufer nicht unter 36 und nicht leicht über 60mal in der Minute umlaufen müsse. Wenigstens muß es auf beyden Seiten Gränzen geben. Es ist auch wahrscheinlich, daß die Schwere des Steins ihre nicht zu überschreitende Gränze hat. Eben so können nun in der Natur der Wirkungen, welche durch die verschiedenen Arten der Stampfmühlen geleistet werden sollen, Gründe vorhanden seyn, welche sowol dem Gewichte als der Geschwindigkeit der Stämpfer Gränzen auf beyden Seiten setzen. Wir haben hier aber keine andere Anweisung als die Praxis, oder doch Bücher, worinn Maschinen dieser Art beschrieben worden sind, von welchen wir doch wenigstens so viel voraussetzen können, daß die benannten Theile oder die Größe der Bewegung innerhalb der erforderlichen Gränzen gewesen. Auch in sofern ist es nützlich bey Anlegung der Stampfmühlen auf solche Beschreibungen der Praktiker zurück zu sehen, weil man sonst durch zu übermäßig schwere und zu geschwinde Stämpfer, und umgekehrt alles verderben könnte, wenn man übrigens auch noch so gut auf die vortheilhafteste Wirkung gerechnet hätte.

§. 155.

Die Pulvermühle zu la Ferc, welche Belidor beschreibet und berechnet, Th. I. Kap. III. führte 65 ℔ schwere Stämpfer, und die Daumenwellen giengen in 2, 4 Sekunden einmal herum, binnen welcher Zeit

jeder Stämpfer zweymal spielte. Wir wollen hieraus zur Maxime annehmen, daß das Gewicht und die Geschwindigkeit der Stämpfer und Daumenwellen bey Pulvermühlen sich von diesen Größen nie gar zu weit entfernen solle. Nehmen wir 2,5 statt 2,4, so ist $\frac{60}{2,5}$ $= 24 =$ v oder die Anzahl der Umläufe in der Minute.

§. 156.

Die Länge der Daumenwellen richtet sich nach der Anzahl der Stämpfer. Die Belidorschen, wovon jede 12 Stämpfer führet, sind nach der Zeichnung 24 Fuß lang, wo der Theil, an welchen der Trilling sich befindet, und woran die Zapfen befestigt sind, etwa 4 Fuß ausmacht. Also 20 Fuß für die Daumen, dieß macht für beyde 40. (Ihre Dicke beträgt 15 Zoll). Um den Druck R gehörig zu schätzen, muß man daher einen vorläufigen Ueberschlag von der Länge der Welle machen. Zu einer ungefähren Bestimmung wird hinreichend seyn, etwa so zu schließen, die Kraft des Wasserstoßes bey der Belidorschen Pulvermühle war 325 ℔, die Geschwindigkeit des Rades war $9\frac{1}{3}$ Fuß. In einem andern Falle sey die Kraft des Wassers P, und des Hauptrades Geschwindigkeit c; so verhält sich $325 \times 9\frac{1}{3} : Pc = 40 : y$, und y ist die Länge der Welle im vorhabenden Falle, das ist:

$y = \frac{40\,Pc}{325 \cdot 9\frac{1}{3}}$; wozu nur noch wegen der Trillinge 44 Fuß addirt werden, wenn man nur eine Welle nimmt;

nimmt; nimmt man 2, so wird jede 4 Fuß etwa länger als die Hälfte.

§. 157.

Nunmehr können wir die Regeln der Berechnung einer Stampfmühle nach der gefundenen Gleichung vortragen. Das Exempel, womit wir sie belegen wollen, soll von der Belidorschen Pulvermühle hergenommen seyn.

Regeln zur Berechnung einer Stampfmühle, wenn die Menge und das Gefälle des Wassers, welches die Mühle treiben soll, gegeben.

I) Es kömmt alles auf die gehörige Anwendung der Gleichung an:

$$X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{m}{\eta} \cdot r} - \frac{\eta}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R.$$

Die beste Ordnung, wornach man sie auflöset, scheinet

Exempel. Es war bey der Belidorschen Pulvermühle das lebendige Gefälle 6 Fuß, 8 Zoll, 9 Linien, und die Fläche der Schaufeln eines unterschlächtigen Rades oder $zz = 2,5$ Quadratfuß; man soll darnach die Einrichtung der Maschine machen. Es wird Pariser Maaß angenommen:

1) Es ist $P = \frac{\gamma zz}{4g}(C - c)^2$. Es ist $6' 8'' 9'''$

$= \frac{969}{144}$ Fuß, also die zugehörige Geschwindigkeit

$C =$

net mir diese. Man bestimmt zuerst die Kraft, womit das Wasser auf das unterschlächtige, §. 82, 83, oder oberschlächtige Rad §. 112 wirket, nämlich $P = \frac{\gamma z z (C-c)^2}{4g}$, oder $P = \frac{\gamma A}{2\sqrt{gu}} (h - u - b)$.

II) Ehe man weiter gehet, mache man die Einrichtung so, daß die Daumenwellen in etwa 2, 5 Sekunden einmal herumkommen, §. 155. Wenn a der Radius des Wasserrades (den man der Lage nach gehörig annimmt §. 88) so ist $\frac{2a\pi}{c} = T =$ der Zeit eines Umlaufs des Wasserrades, und folglich, wenn n die Zahl der Trillingsstöcke, so ist 2, 5″ : $T = n : \frac{n.T}{2,5} =$ der Zahl der Zähne des Sternrades,

oder

$C = 2\sqrt{\frac{969}{144}} . 15 . 1 = 20, 16$. Daher muß $c = \frac{1}{3} C = 6, 72$ §. 83. und $C - c = 13, 44$ seyn. Da nun $\gamma = 70$ ℔ $zz = 2, 5$, so ist

$P = \frac{70 . 2, 5 . 13, 44^2}{4 . 15, 1} = 2, 3$ oder $P = 523$ ℔.

2) Es ist der Halbmesser des Wasserrades $= a =$ $8\frac{1}{2}$ Fuß. Daher ist $T = \frac{2a\pi}{C} = \frac{2 . 8\frac{1}{2} . 3, 1416}{6, 72}$ $= 7, 948 = 8$ Sekunden beynahe. Daher wird die Zahl der Zähne des Sternrades $= \frac{20 . 8}{2, 5}$ $= 64$, wenn 20 Triebstöcke wie beym Belidor genom-

oder kürzer: nach §. 15 ist $\frac{nv.2a\pi}{60c} = m$ der Anzahl der Zähne des Sternrades, wo $v = 24$ nach §. 155 ist; woraus sich die Halbmesser des Trillings und Sternrades gleichfalls ergeben.

III) Nun kann man F in der Hauptgleichung bestimmen. Es ist aber $F = \frac{1}{3}\sqrt{\left(M \pm \frac{a}{b}P\right)^2 + P^2}$. Man untersuche nun, ob man eine oder zwey Daumenwellen haben wolle. Da bey der Belidorschen Mühle 325 ℔ Kraft bey der Geschwindigkeit von $9\frac{1}{3}$ Fuß zu 2 Wellen, jede mit 12 Stämpfern versehen, hinlänglich waren, so schließe man nach vor. §. vorläufig so: $325.9\frac{1}{3} : P.c = 40 : x$. Sollte man x größer oder nicht viel kleiner als 40 finden, so würde

genommen werden. Wenn nun 48 Zähne einen Halbmesser von $48'' = 4$ Fuß geben, so wird für 64 der Halbmesser $5' 4''$ seyn §. 18. Es ist also $b = 5' 4'' = 5\frac{1}{3}$ Fuß; der Halbmesser des Trillings oder $c = 20$ Zoll $= 1\frac{2}{3}$ Fuß.

3) Weil wir in unserm Beyspiele $P = 523$ gefunden haben, so sehen wir wohl, daß $x > 24$ werden wird. Es ist hier also gewiß rathsam, 2 Daumenwellen zu machen. Folglich ist nun auch $F = \frac{1}{3}\sqrt{(M^2 + P^2)}$ zu setzen. Es ist verschiedentlich angezeigt, wie man M finden solle. Belidor hat es bey seiner beschriebenen Mühle

es wohl gerathen seyn, diese Anzahl Stämpfer an 2 Daumenwellen zu vertheilen. Denn eine zu lange Welle biegt sich durch ihr eigen Gewicht, und bringt Unbequemlichkeiten in der Anlage des Mühlengebäudes hervor. Wenn aber zwey Wellen und Trillinge entstehen, so fällt $\frac{a}{b}$ P weg, weil der Druck an einem Trilling aufwärts, am andern unterwärts geht, §. 153. so, daß alsdann $F = \frac{1}{2}\sqrt{M^2 + P^2}$, wo M das Gewicht des Wasserrades, Sternrades und der Welle ist. Man bestimmt praktisch f, folglich fF, und kann nun auch vorläufig die Länge der Daumenwellen annehmen.

IV) Man

zu 3600 ℔ angegeben. Es ist also $F = \frac{1}{2}\sqrt{(3600^2 + 523^2)} = 1212,3$. Man kann nun hier mit Belidor $f = 9$ Linien zum Halbmesser der Wühlwellenzapfen nehmen, so ist

$$f.F = \frac{1212,3}{16} = 76 \text{ beynahe.}$$

Man kann itzt sogleich aus §. 156 die etwanige Länge beyder Daumenwellen bestimmen. Da nämlich $325 \cdot 9\frac{1}{3} : 523 \cdot 6\frac{2}{3} = 40 : 46$ beynahe: so sieht man, daß der ganze Zusatz hier nur etwa für jede Welle 2 bis 3 Fuß betragen kann, welches die Schwere der Daumenwelle nicht eben sonderlich vermehren wird; so daß man sie mit den Belidorschen gleich schwer setzen darf.

4) Im

IV) Man bestimme die Größen m, η, r, e. Es ist e der Halbmesser des Zapfens der Daumenwelle hier wohl nicht schwächer, als der Zapfen der Hauptwelle zu nehmen, und r oder die Länge der Daumen von der Axe der Daumenwelle angerechnet, ist beym Belidor dem Halbmesser des Trillings c gleich; η oder der Erhebungswinkel (hier bey Pulver- und Oelmühlen 60°) ist auf den Radius 1 im Längenmaaß ausgedrückt $360° : \eta = 2\pi : \frac{2.\eta.\pi}{360}$. Ferner findet man $m = \text{sin.}\ \eta + \frac{1}{3}\ \text{sin. verf.}\ \eta$ sehr leicht aus den Sinustabellen, wenn man nur sin. verf. $\eta = 1 - \text{cof.}\ \eta$ setzt.

V) Nunmehr ist R auszumachen. Es ist aber $R = \sqrt{((N + (\lambda + 1)Z)^2 + \frac{1}{9}\lambda^2 Z^2)}$ §. 153. Man

4) Im vorhabenden Fall ist $e = \frac{1}{18}$ Fuß, und $r = 1\frac{2}{3}$. Ferner ist der Bogen η im Längenmaaß $= \frac{2.60°.3,1416}{360} = \frac{1}{3} \cdot 3,1416 = 1,0472$.

Da nun sin. 60° = 0,866, und cof. 60° = sin. 30° = 0,5, so ist 1 — cof. 60° ebenfalls = 0,5. Nun ist $\frac{0,5}{3} = 0,166$. Also sin. 60° $+ \frac{1}{3}$ sin. verf. 60° = m = 1,032. Folglich ist $\frac{m}{\eta} = \frac{1,032}{1,047}$.

5) Das Gewicht beyder Daumenwellen, war nach Belidor 6000 ℔, wozu wegen n. III am Ende

wenig

Man muß also N das Gewicht der Daumenwellen und Trillinge aus ihren Dimensionen suchen. Dann ist $Z = \frac{18}{19} \frac{a}{b} \left(P - \frac{fF}{a} \right)$ aus no. II und III bekannt. So auch λ, welches $= \frac{c.n}{rm}$ nach §. 153 aus no. III und IV. Folglich läßt sich nun R bestimmen.

VI. Die-

wenig hinzu zu setzen ist. $Z = \frac{18}{19} \cdot \frac{8\frac{1}{2}}{5\frac{1}{3}} \left(523 - \frac{76}{8\frac{1}{2}} \right)$ $= 777$. Da nun nach unserer Einrichtung $c = r\, 1\frac{2}{3}$ Fuß, so ist $\lambda = \frac{n}{m} = \frac{1,047}{1,032}$. Also $R =$ $\sqrt{((6000 + (\frac{1047}{1032} + 1)\, 777)^2 + \frac{1}{9} (\frac{1047}{1032} \cdot 777)^2)}$

Es ist $\left(\frac{1047}{1032} + 1 \right) 777 = \frac{2079 \cdot 777}{1032} = 1565.$

Daher der erste Theil $= 7565^2 = 57228225.$

Da ferner $\frac{1047 \cdot 777}{1032} = 788,2$, so ist $788,2^2$ $= 621259,24$, welches mit 9 dividirt $=$ 69028,8 seyn wird. Dieß giebt die Summe der beyden Quadrate $= 57297253,80$, wovon die Wurzel $7569,5 = R$ ist. Etwas zu groß ist dieser darum angeschlagen, weil der eine Trilling vom Sternrade aufwärts gehoben, und nicht wie der andere niedergedrückt wird.

VI. Diese nun gefundenen Größen setzt man in die Fundamentalgleichung:

$$X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{m}{\eta} r} - \frac{\eta}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R,$$

so ist nunmehr X bekannt.

VII) Nun

6) Da nun aus no. I. $P = 523$; aus no. II. $a = 8\frac{1}{2}$, $b = 5\frac{1}{3}$, $c = 1\frac{2}{3}$; aus no. III. $fF = 76$; aus no. IV. $e = \frac{1}{18}$, $r = 1\frac{2}{3}$, $\frac{m}{\eta} = \frac{1032}{1047}$; endlich aus no. V. $R = 7569,5$ gefunden worden, so ist folglich $X = \frac{18}{19} \cdot \frac{1\frac{2}{3}}{5\frac{1}{3}} \cdot \frac{8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 523 - 76}{\frac{1032}{1047} 1\frac{2}{3}}$ $- \frac{1047}{1052} \cdot \frac{\frac{1}{18}}{1\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{3}$ 7569,5. Es ist der erste Theil $= \frac{18 \cdot 8\frac{1}{2}}{19 \; 5\frac{1}{3}} \cdot \left(523 - \frac{76}{8\frac{1}{2}}\right) \times \frac{1047}{1032}$ aus no. V. $= 777 \cdot \frac{1047}{1032}$. Der zweyte Theil ist $\frac{1 \cdot 1}{16 \cdot 5}$ $7569,5 \cdot \frac{1047}{1032} = \frac{7569,5}{80} \cdot \frac{1047}{1032} =$ $94,5 \cdot \frac{1047}{1032}$. Also ist $X = \frac{1047}{1032} \cdot (777 - 94,5)$ $= \frac{1047 \cdot 682,5}{1032} = 692,4$.

7) Da

VII) Nun ist $X = \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} \nu Q = \frac{9}{8} \nu Q$, wo ν die Anzahl, und Q das Gewicht eines Stämpfers bedeutet, aus §. 150. Wenn also Q nach ähnlichen Maximen, wie §. 155 angenommen wird, so ist $\nu = \frac{8X}{9Q}$ die Anzahl der Stämpfer, die zugleich gehoben werden können, und $\frac{8X}{9.\nu} = Q$ bestimmt das Gewicht jedes Stämpfers, wenn die Anzahl angenommen wird.

VIII) Uebrigens muß man, wenn diese Berechnung gelten soll, nicht vergessen, daß die untern Scheidelat-

7) Da bey Pulvermühlen $Q = 65$ ℔, so suchet man die Anzahl solcher Stämpfer aus der Gleichung $\nu = \frac{8.692,4}{9.65} = 9,5$. Man sieht hieraus, daß wenn die Stämpfer genau 65 ℔ wiegen sollten, man nicht ganz 10 auf beyden, oder 5 Stämpfer auf jeder Seite zugleich kann heben lassen. Nimmt man $\nu = 10$, so findet man $\frac{8.692,4}{9.10}$ $= 61,7$ ℔ für jeden Stämpfer, oder beynahe 62 ℔. Der Unterschied von 3 ℔ wird nicht in Betrachtung zu ziehen seyn, und die Stämpfer sind schwer genug nach §. 155.

8) Das bey §. 151 angeführte Beyspiel gilt für den gegenwärtigen Fall, weil hier $C V = 20''$

delatten tief genug unter den Hebezapfen liegen, wenn der Stämpfer stille steht, nämlich die Mittellinie der Scheidelatten muß wenigstens alsdann um die Größe $3\,CF - CV\,(3 \text{ col. } \eta + \text{sin. } \eta)$ unterhalb der Hebezapfen seyn, §. 151.

und der Abstand der Axe der Daumenwelle von den Stämpfern 24″ werden mirß. Daher F N etwa 25 Zoll seyn kann.

§. 158.

Um für die Oelmühle ähnliche Bestimmungsgründe, als §. 154 bis 156 zu der Pulvermühle gegeben sind, zu haben, würde man auf die Schwere und Geschwindigkeit der Stämpfer, welche sich als brauchbar bey mehrern Erfahrungen gezeigt haben, ebenfalls achten müssen. Bayer beschreibt eine Oelmühle mit einem unterschlächtigen Wasserrade, wo das Gefälle etwa 2 Fuß beträgt. Da nun $2\sqrt{2 \cdot 15{,}625} = 11{,}2$ etwa 11 Fuß die Geschwindigkeit des Wassers ist: so sollte das Rad mit $\frac{1}{3}\,11 = 3{,}66$ Fuß Geschwindigkeit umlaufen. Das Wasserrad hat 8 Fuß im Halbmesser: dieß giebt den Umfang $= \frac{2 \cdot 8 \cdot 22}{7} = 50$ Fuß. Die Zeit eines Umlaufs eines Rades wäre folglich $\frac{50{,}0}{3{,}66} = 13{,}6$ Sekunden. Nun war alles so eingerichtet, daß jeder Stämpfer während eines Umlaufes der Daumenwelle dreymal gehoben würde, während eines Umlaufes des Hauptrades aber gerade 5mal spielte.

spielte. Die Zeit eines Umlaufs der Daumenwelle wäre also nach dieser Voraussetzung $\frac{3 \cdot 13,6}{5} = \frac{40,8}{5}$ = 8,1 Sekunde. Allem Ansehen nach ist wohl das Wasserrad schneller gegangen, doch können wir es wohl nicht schneller setzen, als $\frac{1}{2}$ 11 = 5,5 Fuß. Dieß giebt für eine Umlaufszeit des Wasserrades $\frac{50}{5,5}$ = 9 Sekunden: alsdann wäre die Umlaufszeit der Daumenwelle = $\frac{3 \cdot 9}{5}$ = 5,4 Sek. Hierdurch erhalten wir wenigstens eine Gränze. Die Daumenwelle der Oelmühle soll in 5, 4 bis 8 Sekunden einmal umlaufen. Dieß giebt ν oder die Anzahl in der Minute = $\frac{60}{5,4}$ = 11, oder $\frac{60}{8}$ = 7 bis 8.

§. 159.

Die Stämpfer sind nach diesem Autor 14 Fuß lang, $\frac{1}{2}$ Fuß breit, und 5 Zoll stark. Sie sind von Ahorn- oder Weißbüchenholz. Die specifische Schwere des ersten gegen Wasser ist 0,755, des letztern 0,852. (S. Karst. Hydrost. §. 47) Wird nun derjenige sonst von Bayern gebrauchte Leipziger Fuß angenommen, der sich zum Rheinländischen verhält, wie 87 : 100; so findet man das Gewicht eines Cubikfußes Wassers höchstens 48 ℔. Da nun der cubische Inhalt eines solchen Stämpfers $14 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{35}{12}$, so ist sein Gewicht in Ahornholz $\frac{35 \cdot 48 \cdot 0,755}{12}$ = 105 ℔ beynahe; in Buchenholz etwa 119 ℔. Hieraus könnte man nun

nun als eine Maxime annehmen, daß die Stämpfer einer Oelmühle 100 bis 120 ℔ wiegen müßten. Nun sieht man leicht, daß man eine solche Maschine auf eine gegebene Wassermenge und Gefälle eben auch nach der vorher gelehrten Methode einrichten könne: so wie es ebenfalls bey den übrigen mit Stämpfern, und obern und untern Scheidelatten versehenen Mühlwerken auf weiter nichts ankömmt, als die gewöhnliche Schwere und Geschwindigkeit der Stämpfer aus zuverläßigen Erfahrungen kennen zu lernen, um nun alles übrige diesen Maximen gemäß nach der gegebenen allgemeinen Gleichung zu bestimmen. Besonders kömmt es auch hier noch auf die Höhe an, zu welcher die Stämpfer erhoben werden; sie bestimmt sich nach der Länge der Daumen und dem Erhebungswinkel η, welcher letzte bey Pulver- und Oelmühlen 60° war.

Die Loh- und Gewürzmühlen sind solche Stampfmühlen, welche eigentliche Stämpfer führen, und woran Scheidelatten sowol unter als über dem angegriffenen Punkt der Stämpfer angebracht sind. Sie können also nach den gegebenen Regeln berechnet werden; wenn man nämlich über das erforderliche Gewicht und Geschwindigkeit der Stämpfer wirklich erbaute Maschinen dieser Art, welche gute Dienste thun, und den Stoff nicht zu sehr oder zu wenig zermalmen u. s. w. vorher zu Rathe gezogen hat. Bey den praktischen Schriftstellern habe ich über keine andere als die Pulver- und Oelmühlen nur irgend bestimmte Nachrichten

finden können. Von der Holländischen Manier, die Oelmühlen anzulegen, hier etwas anzuführen, halte ich meinen Absichten nach nicht für nöthig, da sich dieselben eigentlich nur auf die bey uns gebräuchlichsten Maschinen erstrecken; und ich hiernächst mit Bayern Kap. XIV. §. 18 einig bin, daß die Holländische Oelmühle eine sehr unbeholfene Maschine zu seyn scheint.

§. 160.

II. Von Puchwerken.

Die Puchwerke, wie sie der Bergmann nennt, und deren er sich bedienet, die erzhaltigen Bergarten zu zerstoßen, um nachher das Gehaltige von dem Tauben durch verschiedene Vorrichtungen so viel leichter abzusondern, gehören allerdings auch in die Klasse der Stampfmühlen, wenn man sie gleich nicht eben Mühlen nennet. Sie sind mit den Pulver- und Oelmühlen in sofern sehr nahe verwandt, als sie auch eigentliche Stämpfer, die hier Puchstempel heißen, und keine Hämmer führen. Denn die große Schwere der Puchstempel, an welchen im Oberharz das Pucheisen allein 1 Centner schwer ist, kann doch keinen wesentlichen Unterschied machen. Allein obgleich die Puchstempel ebenfalls zwischen zwey Paar Scheidelatten, die hier Ladungen oder Leitungen heißen, auf- und niedergehen: so ist doch das ein beträchtlicher Unterschied, und welcher auf die Berechnung der Maschine einen wichtigen Einfluß haben muß, daß beyde Leitungen über den Hebelatten, welche hier Däumlinge heißen, befind-

findlich sind. Ich bekenne, daß ich nicht genugsame Erfahrung von der Art und Weise, wie ein Puchwerk seine Wirkung thun muß, besitze, um mit völliger Gewißheit die Ursache dieser nachtheilig scheinenden Einrichtung zu bestimmen. Ich werde also auch meine Gedanken darüber lieber bis auf weiteres zurückhalten, ungeachtet ich übrigens fast überzeugt bin, daß in der Natur der Sache etwas liegen müsse, und andere Vortheile und Bequemlichkeiten verlohren gehen würden, weswegen man dieß nicht ändern könne. Denn sonst müßten so einsichtige Männer als diejenigen, welchen das Maschinenwesen bey Bergwerken anvertraut ist, bey der genauen Oekonomie, welche man daselbst mit dem Wasservorrathe zu beobachten pflegt, schon längst, wäre es auch bloß durch aufmerksames Beobachten geschehen, bemerkt haben, daß der Widerstand gemindert werden würde, wenn die Leitungen ober- und unterhalb der Däumlinge sich befünden. Ich werde mich hier darauf einschränken, die Regeln zur Berechnung eines Puchwerks so anzugeben, wie die Theorie sie bey der gegenwärtigen mir bekannten Einrichtung lehret.

§. 161.

Wenn V (Fig. 39) den angegriffenen Punkt des Däumlings, also V G seinen Abstand von der Axe der Welle bedeutet, V Y aber und V X die senkrechten Abstände der Mittellinie der beyden obern Paar Leitungen vom Punkte V, so finde ich nach ähnlichen Schlüssen wie Herr Hofr. Karsten den Widerstand,

welchen die Leitungen in M und N auszuhalten haben,

oder $R + S = \frac{(2\,VG + \frac{1}{3}(VX + VY))\,Q}{XY - \frac{2}{3}\,VG - \frac{1}{9}(VX + VY)}$.

Wenn gleich die Hebarme nicht nach einer Evolute des Kreises, wie sie **Belidor** für die Stampfmühlen überhaupt angiebt, gebildet sind: so hat doch Calvör (*) die Fläche, auf welcher die Däumlinge aufliegen, krummlinigt vorgestellt. Wäre sie auch nur ein Kreisbogen, wie wohl zu vermuthen ist, so würde der Abstand des angegriffenen Punkts am Däumlinge von der Mittellinie des Stempels (so wie auch der Abstand der durch V gezogenen Vertikallinie von dem Punkt C der Axe) so ziemlich als eine beständige Größe angesehen werden können, d. i. V G ist immer der Länge der Däumlinge gleich. Ueberhaupt genommen aber wird $R + S$ geringer, je kleiner V G, d. i. je geringer der Vorsprung der Däumlinge seyn kann. Ferner giebt die Gleichung an, daß je größer X Y oder der senkrechte Abstand der Leitungen von einander, und je kleiner V Y ist, um so viel geringer wird gleichfalls der Widerstand $(R + S)$. Da nun V Y jederzeit am größten ist, wenn die Däumlinge zuerst von den Hebearmen ergriffen werden, so wird sich der Druck $R + S$ vermindern, je höher der Stempel gehoben wird, da inzwischen diese Verminderung nicht eben sehr merklich seyn möchte, so rechnet man lieber, um sicher

zu

(*) Calvoers Acta histor. chronolog. mechan. circa metallurgiam in Hercynia superiori, Th. 2. Kap. 5. Abth. 2.

zu gehen, auf den Fall, wo die Reibung, die von dem Druck R + S herrühret, am stärksten ist. Wenn man auf solche Art aus der vorgegebenen Gleichung R + S gefunden, so darf man zu dem Gewicht eines Puchstempels Q nur $\frac{1}{3}$ (R + S) hinzu thun, so ist dieß der gesammte Druck, welchen der Punkt V vertikal unterwärts leidet.

§. 162.

Da in Puchwerken das Gewicht der Stempel und deren Anzahl gewöhnlich bestimmt seyn wird: so ist hier die Kraft das Gesuchte, und es wird vortheilhaft seyn, wenn man mit so wenigem Wasser als möglich ein Puchwerk von bestimmter Größe in Gang setzen kann. Wir wollen daher hier die Aufgabe für die Stampfmühlen umgekehrt auflösen. Es war §. 152.

$$X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{m}{\eta} \cdot r} - \frac{\eta}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{2} R.$$

Es ist daher

$$X + \frac{\eta}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{2} R = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{m}{\eta} \cdot r}$$

und $\frac{19}{18} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{m}{\eta} r \cdot \left(X + \frac{\eta}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{2} R \right) = aP - fF;$

oder $aP - fF = \frac{19}{18} \cdot \frac{b}{c} \left(\frac{m}{\eta} r X + e \cdot \frac{1}{2} R \right).$

Hier haben nun alle Buchstaben die oben angegebenen Werthe, und man wird, wenn alles übrige aus den Datis gehörig bestimmt ist, die Kraft P finden.

den. Nur von der Größe R merke ich an: es war §. 153 $R = \sqrt{(N + (\lambda + 1)Z)^2 + \frac{1}{9}\lambda^2 Z^2}$. Es war aber ebendaselbst $X = \lambda Z$, d. i. $Z = \frac{X}{\lambda}$. Wenn man diesen Wehrt einführet, so ist $R = \sqrt{\left(N + \frac{\lambda + 1}{\lambda} X\right)^2 + \frac{1}{9} X^2}$. Die Größe $F = \frac{1}{3}\sqrt{(M^2 + P^2)}$ oder $\frac{fF}{a}$ in einem solchen Falle zu bestimmen, kann man aus §. 54 lernen.

§. 163.

Die Puchwerke sind nach Calvörs Beschreibung a. a. O. und dessen Zeichnung gewöhnlich so eingerichtet, daß an der Welle des Wasserrades zugleich die Hebearme angebracht sind, um die Stempel zu heben, daher die Hauptwelle hier auch die Puchwelle genannt wird. Dieser Umstand machet die Gleichung

$$aP - fF = \frac{19}{18}\cdot\frac{b}{c}\left(\frac{m}{\eta} r X + \frac{1}{3} e R\right)$$

viel einfacher. Der Faktor $\frac{19}{18}\cdot\frac{b}{c}$ wird hier wie oben §. 99 bey den Horizontalwassermühlen $= 1$, weil kein Eingreifen der Zähne in die Triebstöcke, und kein Rad und Getriebe, also auch deren Halbmesser hier nicht vorkommen. Folglich ist $aP = \frac{m}{\eta} r X + \frac{1}{3} e R$: weil auch der Werth fF hier herausfallen muß, indem anders keine Friktion als an den Zapfen der Puchwelle, die hier die einzige ist, vorfallen kann, auf

welche

welche durch den Werth $\frac{1}{7}$ e R schon Bedacht genommen ist. Wir werden nun die Anweisung, ein Puchwerk zu berechnen, für den Fall geben, wo ein oberschlächtiges Rad erbauet ist, weil in gebirgigten Gegenden dieß die gewöhnlichste und natürlichste Art ist, die Kraft des Wassers bey Maschinen anzubringen.

§. 164.

Regeln zur Berechnung des Puchwerks.

Wir nehmen an, daß die Schwere eines Puchstempels Q, und die Anzahl der zugleich gehobenen Data sind, wie sie es gewöhnlich durch Verordnungen des Bergamtes wenigstens durch übereinstimmigen Gebrauch wohl in der That seyn werden. Das Gefälle wird gewöhnlich die Gegend auch schon bestimmen, so daß es für ein Datum gelten kann. Nun verfahre man folgender Gestalt.

I) Bestimme man nach §. 112 aus dem gegebenen Gefälle h und den angenommenen Größen f, w,

Exempel. Calvör a. O. giebt die Puchstempel in den Oberhärzischen Bergwerken 12 bis 13 Fuß lang und 8 Zoll ins Gevierte stark an. Dieß sind $\frac{4.13}{9}$ $= \frac{52}{9} = 5\frac{7}{9}$ oder 6 Cubikfuß. Wenn nun Rheinländisch Maaß angenommen wird, und die specifische Schwere des Buchenholzes ist 0,852, so ist ihr Gewicht $= 6.64.0{,}852 = 327$ ℔. Dazu

das

$\propto$, y, vermöge der Gleichung $2a = h - (\frac{4}{3}f + w + \frac{1}{2}\propto + y)$ den Durchmesser des Wasserrades: so hat man auch den Halbmesser desselben.

II) Bestimme man den Winkel η entweder willkührlich, da alsdann, wenn der Hub vorgeschrieben ist, daraus die Länge des Hebearmen folget. Denn wenn r diese Länge, und b die Höhe des Hubs, so ist $r = \frac{b}{\sin.\eta}$. Da aber auch $\frac{b}{r} = \sin.\eta$, so kann man

das Gewicht des Pucheisens, welches 114 ℔ beträgt, giebt $Q = 441$ ℔. Werden nun 2 dergleichen zugleich gehoben, so ist $\nu.Q = 882$ ℔.

1) Den Durchmesser des Rades giebt Calvör nach Beschaffenheit des Gefälles zu 13 bis 16 Fuß an. Wenn wir das letztere Maaß behalten, so müssen wir doch noch $\frac{4}{3}f$ oder der Felgenbreite abrechnen, um 2a, so wie es in der Rechnung gebraucht werden kann, zu bestimmen. Wenn $f = 9''$, so würde $2a = 15'$ und $a = 7\frac{1}{2}$ Fuß. Das Gefälle hierzu würde etwa 18 Fuß (eigentlich 17 Fuß 8 Zoll) seyn müssen, von der Oberfläche des Wassers im Gesläder angerechnet.

2) Die Hebarme sind nach unserm Verfasser 16 Zoll lang von der Mitte der Welle angerechnet. Die Stempel erhalten aber aus Bergmännischen Absichten ungleichen Hub, dadurch, daß am Erz- und Mittelstempel die Däumlinge höher gesetzt werden,

wes-

man η aus dem vorgeschriebenen Hub und Länge der Hebarme herleiten. Hieraus bestimmt sich dann $\frac{m}{\eta} = \frac{\text{sin. } \eta + \frac{1}{3} \text{ sin. verf. } \eta}{\eta}$.

III) Bestimme man die Größe X. Sie ist $\nu.(Q + \frac{1}{3}(R + S))$. Aber es war §. 161 $R + S = \frac{(2\,VG + \frac{1}{3}(VX + VY))Q}{XY - \frac{2}{3}VG - \frac{1}{9}VX + VY}$. Wie die Größen VG als die Länge der Däumlinge, XY der Abstand

weswegen sie nicht so bald als der Blechstempel von den zugehörigen Hebearmen ergriffen werden können. Doch soll der Blechstempel 10 bis 11 Zoll Hub haben. Wir wollen indessen $b = 10\frac{1}{2}$ setzen, so ist $\frac{b}{r} = \frac{10\frac{1}{2}}{16}$ 0,65625 = sin. 41°. Daher wir $\eta = 41°$ annehmen können, oder vielmehr nur 40°, welches aus der Eintheilung des Umfangs in 9 Theile erhellet, wovon der Verfasser an einem andern Orte redet. Es ist ferner sin. $40° = 0,6428$ sin. verf. $40° = 1 - 0,7660 = 0,2340$. Also $\frac{1}{3}$ sin. verf. $40° = 0,0780$. Daher $m = 0,7208$. Da nun 40° in Längenmaaß $= 0,6981$; so ist $\frac{m}{\eta} = \frac{7208}{6981}$.

3) Es ist nach Herrn Calvör $VG = 10$ Zoll. $XY = 4\frac{1}{2}$ $VY = 2'\,11''$; also $VX = 7\frac{1}{2}$ Fuß beyläufig. Denn man kann an der Zeichnung nicht

stand der Leitungen ꝛc. vortheilhaft dieser Gleichung gemäß zu nehmen, wenn nicht andere Umstände es etwa hindern, ist oben schon angezeigt worden.

IV) Man setze nun e als den Halbmesser des Zapfens der Puchwelle so groß, als es zur Dauerhaftigkeit nöthig ist, und suche alsdann $R = \sqrt{\left(M + \frac{\lambda + 1}{\lambda} X\right)^2 + \frac{1}{9} X^2}$. Es war aber nach §. 153 $\lambda = \frac{c}{r} \cdot \frac{\eta}{m}$. Der Halbmesser des Trillings c kömmt hier nicht vor, sondern es ist hier statt c der Halbmesser des Wasserrades a zu nehmen. Folglich

nicht sehen, von was für Punkten die Distanzen genommen werden. Daher wäre $\frac{1}{3}(R + S) = \frac{1}{3} \cdot 1,84 \cdot 441 = 270,48$. Das doppelte davon oder 541 zu 882 hinzugesetzt, giebt $v\,Q + \frac{1}{3} v(R + S) = 1423$ ℔ $= X$.

4) Den Halbmesser des Zapfens können wir hier 1″ annehmen. Die Puchwelle ist nach C. 24 Fuß lang, und 2 Fuß dick, dieß giebt, wenn wir sie auch von Buchenholz annehmen, (der Verfasser hat dieß nicht bestimmt, und viel Verschiedenheit würde auch Eichenholz nicht geben) 24.3,14.64.0,852 $=$ 4000 ℔ beynahe. Für das Wasserrad auch noch 1000 ℔, giebt $M = 5000$. Es ist $\frac{\lambda + 1}{\lambda} X$

$= \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) X$, dieß ist $1423 + \frac{7208.1\frac{1}{2}}{6981.7\frac{1}{2}} \cdot 1423$

$=$

lich $\lambda = \frac{a \cdot \eta}{r \cdot m}$. M ist das Gewicht der Puchwelle, die Größe r ist aus 2, so wie auch m und η daher bekannt.

V) Itzt läßt sich $aP = \frac{m}{\eta} r \cdot X + \frac{1}{3} e R$ bestimmen, und daraus, weil auch a bekannt ist, P herleiten.

VI) Wenn nun P bekannt ist, so läßt sich die Wassermenge, wofern das Gefälle gegeben, aus der Gleichung §. 112 $P = \frac{\gamma A}{2\sqrt{gu}} (h - u - b)$ herleiten. h ist nämlich das ganze Gefälle, $b = 1 + f$, wo

$= 1423 + 261$. Also $R = \sqrt{6684^2 + \frac{1423^2}{9}} = 6833$.

5) In unserm Fall ist $\frac{m}{\eta} r \cdot X = \frac{7208.4}{6981.3} \cdot 1423$ $= 1959$. Ferner ist $\frac{1}{3} e R = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{12} \cdot 6833 = 189$, wo e zu 1 Zoll $= \frac{1}{12}$ Fuß genommen. Folglich wird $aP = 2148$. Da nun $a = 7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ so muß $P = \frac{2.2148}{15} = \frac{2.716}{5} = \frac{1432}{5} = 286\frac{2}{5}$ ℔ seyn.

6) Setzt man mit Bayer, daß das Rad 5 Zoll unter dem Gerinne liegt, und die Felgenbreite 9″, die halbe Höhe im Gerinne 3 Zoll ist, so erhält man $u = 5 + 9 + 3 = 17$ Zoll $= 1\frac{5}{12}$ Fuß,

und

wo f die Breite der Kränze bedeutet, und u ist die Tiefe desjenigen Punkts, wo das Wasser ins Rad fällt, unter der Mittellinie des Wassers im Gerinne. Dieß giebt nun $A = \frac{2\sqrt{gu} \cdot P}{h - u - b}$. Nämlich das Rad wird nun nach den Lehren des 108. u. 117. §. mit der Geschwindigkeit $2\sqrt{gu}$ umlaufen.

VII) Es ist nur noch die Breite des Gerinnes und aus demselben die Breite des Rades zwischen den Kränzen zu finden, wenn $\propto$ die Höhe im Gerinne ausgemacht ist. Dieß giebt die Gleichung §. 65

$$b = \frac{3\,A}{4 \propto \sqrt{\propto g}}.$$

§. 165.

und $2\sqrt{g.u} = 2\frac{\sqrt{17.15,625}}{12} = 9,4$. Nach Bayer wird b etwa 21'' seyn. Also ist $h - u - b = 17\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} = 14\frac{1}{2}$. Dieß giebt $A = \frac{9,4 \cdot 286\frac{1}{2}}{14\frac{1}{2}} = \frac{9,4 \cdot 573}{29} = 185,7$ ℔, oder $\frac{185,7}{64}$ = 2,9 Cubikf. Wasser in einer Sekunde.

7) Es muß also, wenn $\propto$ wie gewöhnlich $\frac{1}{2}$ Fuß

$$b = \frac{3 \cdot 2,9}{4\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}15,625}} = 1,38 \text{ Fuß, oder } 1 \text{ Fuß}$$

4 Zoll, 7 Linien. Da man nach Calvörs Zeichnung die Schaufeln ansehnlich weiter macht, als das Gerinne, so scheint dieß so ziemlich mit seiner Angabe, daß letztere 2 Fuß weit seyn sollen, zuzutreffen.

§. 165.

Die hier gegebenen Regeln muß ich nicht strenger zu beurtheilen bitten, als es die vielleicht unzulänglichen Beschreibungen, die ich über die Puchwerke habe nachschlagen können, zulassen. Da ich sie im Oberharze vor ein Paar Jahren ansahe, habe ich sie mir nur überhaupt bekannt machen können, wie es zu geschehen pflegt, wenn man die Aufmerksamkeit durch eine Menge höchst merkwürdiger Gegenstände vertheilen muß, und nicht Zeit genug hat, bey jedem, so lange man es wünscht, zu verweilen. Sollten die Seiten des Puchtroges etwa den ganzen Hub durch oder doch eine Zeitlang während desselben die Dienste unterer Scheidelatten vertreten, wie ich fast zu glauben geneigt bin: so würde dadurch die Bestimmung des Widerstandes §. 161 ganz anders ausfallen. Hoch genug über dem Boden scheinen die Wände des Troges dazu zu seyn, nur doch zu weit, als daß man ein so starkes Ueberbiegen der Stempel wohl annehmen könnte. Man sehe Calvör a. O. §. 4 verglichen mit §. 7.

§. 166.

III. Von Stampfmühlen, welche Hämmer führen.

Die ganze Verschiedenheit, wenn Hämmer in der Maschine das Stampfen verrichten, bestehet darinn, daß an einem langen hölzernen oder metallenen Hebebaum, welcher im Stande der Ruhe horizontal

zontal lieget, ein schwerer Klotz oder Hammer in einiger Entfernung von dem Bewegungspunkt angebracht ist. Bey Papier- und Walkmühlen u. m. ist der beschriebene Baum ein einarmigter Hebel, an dessen äussern Ende die Daumen der Daumenwelle angreifen, ihn auf eine gewisse Höhe heben, und alsdann wieder fallen lassen. Die Theorie giebt hier weiter keine besondere Regeln als folgende, die aus der Natur des Hebels hergenommen sind.

§. 167.

Man sucht das Gewicht Q des ganzen Hebels AB (den Baum- und Hammerklotz zusammen genommen) und stellt sich dasselbe in dem Schwerpunkt S, welchen man nach der Statik finden kann, vereinigt vor (Fig. 40). Der Abstand des Schwerpunkts vom Ruhepunkt sey l, und des ganzen Hebels Länge L. Es sey nun v die Kraft, welche in A erfordert wird, um den Hammer in die Höhe zu heben, so ist $V = \frac{l}{L} R$. Ferner sey k die Kraft, welche die an dem Nagel oder der kleinen Axe g vorfallende Friktion zu überwinden noch außer dem erforderlich ist: so läßt sich diese aus dem Drucke auf g herleiten. Letzterer ist $\frac{L-l}{L} Q$, und daher die Friktion $\frac{L-l}{3L} . Q$. Es sey der Radius der kleinen Axe ϱ, so ist $k = \frac{\varrho}{L} . \frac{L-l}{3L} . Q = \frac{L-l}{3L^2} . \varrho Q$

bey-

beynahe. Man nenne $V + k = X$, so ist $X = \left(\frac{1}{L} + \frac{(L-l)\varrho}{3L^2}\right) Q = \frac{3Ll+(L-l)\varrho}{3.L^2}$. Q. Weil ferner der Fall des 29. §. hier eintrifft, wie man leicht sieht, wenn man nur die 7te Figur mit der gegenwärtigen vergleicht: so muß man um deswillen X noch um $\frac{1}{18}$ größer nehmen, d. i. es muß $X = \frac{19}{18} \cdot \frac{3Ll+(L-l)\varrho}{3L^2}$. Q seyn. Da nun ϱ ein sehr kleiner Theil vom Fuß, und höchstens $\frac{1}{4}$ Zoll seyn darf, wenn die Axe von Eisen ist: so ist $(L-l)\varrho$ gemeiniglich gegen $3Ll$ nicht in Anschlag zu bringen. In diesem Fall ist $X = \frac{19.3Ll}{18.3L^2} Q = \frac{19\,l}{18L} Q$, d. i. man achtet der Friktion an den Zapfen nicht. Uebrigens darf man die Schlüsse des 152. u. 153 §. nur auf den gegenwärtigen Fall anwenden: so wird man sehen, daß alle hier statt finden, und daß weiter keine Veränderung nöthig ist, als daß man der Größe X den hier gefundenen Werth $\frac{19}{18} \cdot \frac{l}{L} \nu Q$ beyleget, wo ν die Anzahl der zugleich gehobenen Hämmer bedeutet. (Statt dessen fand man dort aus der Einrichtung der Stämpfer $X = \frac{9}{8} \nu Q$.)

§. 168.

Nun sollte man wenigstens noch aus der Erfahrung Regeln haben, wie groß bey den verschiedenen Maschinen, worinn Hämmer das Stampfen verrichten,

ten, und nach den verschiedenen Absichten derselben, das Gewicht der Hämmer und Zubehör und wie geschwinde ihre Bewegung seyn müsse, damit die begehrte Wirkung am besten erhalten werde. Allein die Nachrichten der praktischen Schriftsteller sind hier nicht völlig zweckmäßig. Bayer z. E. hat es ganz vergessen, die Dimensionen der Hämmer in seiner Beschreibung der Papiermühle anzugeben. Indessen nach den Maaßstäben, welche den Abbildungen beygestochen sind, möchte die Länge von dem Nagel an, bis wo die Daumen zuerst angreifen, etwa 6 bis 7 Fuß betragen. Die mittlere Dicke ist $\frac{1}{2}$ Fuß zu schätzen. Der Hammerklotz ist 5 Fuß hoch und $\frac{3}{4}$ Fuß dick gezeichnet. Ueber die Walkmühlen drücket sich Bayer bestimmter aus. Hier sind die Hämmer an 12 bis 14 Fuß langen Armen, die sich um einen hölzernen Nagel bewegen, befestiget. Sie werden nach einem Cirkelbogen, dessen Radius die Länge der Arme ist, ausgearbeitet. Die Länge des Bogens beträgt 8 bis 9 Fuß, die Breite der Hammerklötze ist $\frac{3}{4}$ Fuß, ihre Stärke 7 Zoll. Man müßte nun noch die Art des Holzes wissen, deren man sich zu solchen Hämmern bedienen will: so würde sich nach der mehrmalen berührten Art die nöthige Schwere der Hämmer daraus bestimmen lassen.

§. 169.

Was die Geschwindigkeit betrifft, so läßt sie sich aus Bayers Vorschriften einigermaßen schließen. Er giebt das unterschlächtige Wasserrad bey beyden genann-

ten

ten Arten von Hammermühlen 8 Ellen oder 16 Fuß weit an, und verlanget 10″ lebendiges Gefälle, wobey zugleich das Wasser $2\frac{1}{2}$ Fuß hoch in das Gerinne eintreten soll. Nun soll jeder Hammer bey der Papiermühle 6mal, und bey der Walkmühle 5mal gehoben werden, während der Zeit, daß das Wasserrad einmal herum kömmt, so, daß die dreyhubige Daumenwelle bey jener gerade 2, bey dieser $1\frac{2}{3}$ Umläufe während eines Umlaufes des Hauptrades macht. Es wird nämlich die dazu nöthige Einrichtung von Sternrad und Getriebe angegeben. Da das ganze Gefälle eben so wie oben bey den Oelmühlen etwa 2 Fuß beträgt, und auch der Durchmesser des Wasserrades der nämliche ist, so wird man aus ähnlichen Betrachtungen wie dort, die Regeln ableiten können.

1) Die Daumenwelle der Walkmühle soll in 5, 4 bis 8 Sekunden einen Umlauf, d. i. in der Minute 8 bis 11 Umläufe vollenden. 2) Die Daumenwelle der Papiermühle soll in $4\frac{1}{2}$ bis $6\frac{2}{3}$ Sekunden einmal, d. i. in der Minute 9 bis 14mal umlaufen. Also ist der Wehrt von ν §. 14 bey der Walkmühle 8 bis 11, bey der Papiermühle 9 bis 14.

§. 170.

Aus demjenigen, was dieser Abschnitt enthält, wird man, wenn dasjenige verglichen wird, was in dem vorigen von Stampfmühlen mit geraden Stämpfern gesagt ist, eine ziemlich allgemeine und deutliche Anweisung haben, wie man bey Berechnung einer Papier-

oder Walkmühle zu verfahren habe, ohne daß es nöthig wäre, hier zu mehrerer Erläuterung ein Exempel beyzufügen. Die Holländischen Walkmühlen führen keine Hämmer, sondern gerade Stämpfer, und müßten also nach Art der Pulvermühlen im vorigen Abschnitte berechnet werden, S. Bayer XVI. Kap. §. 3. Wird in den Papiermühlen die Holländische Manier mit dem Lumpenschneider angebracht, oder doch mit der deutschen Art verbunden: so gehören in sofern diese Maschinen nicht mehr unter die Klasse der Stampfmühlen, und es würden wohl Erfahrungen nöthig seyn, um dadurch eine Regel zu bekommen, den Widerstand, welchen der Lumpenschneider bey seinem Umlaufe zu überwinden hat, auf Zahl und Maaß zu bringen. Die Beobachtungen müßten im Großen nach der Art, wie oben §. 145 von Graupenmühlen angezeigt worden, angestellt werden.

§. 171.

Noch ist zu bemerken, daß an der Daumenwelle der Papiermühle sich gemeiniglich eine Kurbel befindet, von welcher ein Paar Pumpen in Bewegung gesetzt werden, um das nöthige Wasser der Maschine zuzuführen. Siehe Bayern a. O. Nun kann zwar hier nicht gelehret werden, nach was für Gründen die zu dem Heben des Wassers vermittelst einer Wasserkunst erforderliche Kraft genau zu berechnen ist. Inzwischen da das Wasser nur auf eine geringe Höhe gehoben wird, (Bayer sagt, die Kästen, worinn es sich

ergosse

ergosse, stünden 3 Ellen hoch, vermuthlich vom Wasserpaß zu rechnen) so kann man eine Regel, diese Kraft zu schätzen, angeben. Sie werde V genannt, so sey M die Menge Wasser, welche in einer Stunde gebraucht wird, h die Höhe, auf welche es gebracht werden muß, c die Geschwindigkeit des Hauptrades an der Mühle, T bedeute eine Stunde oder 3600 Sekunden, so muß $V. = \frac{M.h}{c.T}$ beynahe seyn. Diese Kraft muß man daher von der Kraft, womit das Wasser das Hauptrad treibet, vorläufig abrechnen, damit man die Maschine nicht überladet, welche ohnedem noch vermittelst einer Kurbel an der andern Seite der Daumenwelle einige Rechen treibet, welche den Zeug in gewissen Kästen umrühren, wovon indessen kein bedeutender Widerstand herrühren möchte. Siehe Bayern a. O.

Es würde eine unnütze Weitläuftigkeit seyn, hier noch mehr von solchen Maschinen zu sagen, wo bey übrigens ganz ähnlicher Einrichtung der Hammer ein doppelarmigter Hebel ist, und die Daumen das längere Ende niederdrücken u. s. w. Es ist weiter nichts nöthig, als die ersten Gründe der Statik zu wissen, um nun darnach den Calcul einzurichten; und vorher die so oft genannten Beobachtungen über der Schwere und Geschwindigkeit der Hämmer auszustellen.

Zweytes Kapitel.
Von Sägemühlen.

§. 172.

Unter den Sägemühlen sind keine so bekannt und nützlich als diejenigen, mittelst welcher Holzstämme oder Sägeblöcke in Bohlen oder Bretter zerschnitten werden. Man findet auch bey den praktischen Schriftstellern (*) sowol, als bey solchen (**), welche die Berechnung der Maschinen lehren, umständliche Beschreibungen und deutliche Zeichnungen von der Einrichtung dieser Maschinen: womit man die Berechnung einer solchen Maschine, (wie sie hier gezeigt werden soll) vergleichen kann. Wir werden auf ähnliche Weise, wie bey den bereits betrachteten Arten von Mühlen, die Hauptformel finden, welche besonders mit der für die Stampfmühlen gefundenen Regel eine sehr große Uebereinstimmung hat.

§. 173.

Die auf- und abgehende Bewegung der Sägen in diesen Maschinen ist die Hauptsache, und sie wird vermittelst eines Wasserrades folgender Gestalt erhalten. An der Welle AB des Wasserrades befindet sich ein Sternrad C, welches in einen horizontalliegenden Trilling D eingreift, an dessen Axe die Kurbel E angebracht

(*) Bayer Kap. XIX. Sturms Erklärung der XXXIII bis XXXVI Taf. seiner Mühlenbaukunst.

(**) Belidor a. O. Buch II, Kap. II. Karsten Th. VI. Abschn. XLII. der Hydraulik. J. Kraft Mekan. Forel. 14. Hydr.

gebracht ist, welche mit den Sägen p vermittelst der Lenkstange N M zusammen hänget, und dieselben mit sich auf- und abwärts treibet. Man sehe mit mehrern die bey §. 172 angeführten Schriftsteller.

§. 174.

Es sey nun wiederum a der Halbmesser des Hauptrades A und P die Kraft, welche in der Entfernung a von der Axe wirket. (Fig. 41) Der Halbmesser des Sternrades sey b und Z der Widerstand, der sich am Umfange desselben äußert, so ist im Fall des Gleichgewichts $a P = b Z$, und wegen der Friktion, die an den Zapfen der Hauptwelle und zwischen Zahn und Triebstöcken entsteht, $a P - f F = \frac{19}{18} b Z$: wo wiederum Z genauer zu bestimmen ist. Weil Z einer Kraft gleich zu schätzen, die am Umfange des Trillings angebracht und stark genug ist, allem Widerstande, der das Herumgehen des Trillings hindert, das Gleichgewicht zu halten: so muß dieser Widerstand genau aufgesucht werden. Er äußert sich aber theils am Bug der Kurbel, theils ist es die Friktion in den Zapfenlagern der Welle des Trillings. Was den ersten Punkt betrifft: so ist dabey wieder zweyerley zu bemerken, 1) der Widerstand, welchen die Säge O P nebst ihrem Gatter G F, durch ihr Gewicht, wenn sie gehoben wird, verursacht, oder welcher von der Cohäsionskraft des Holzes herrührt, wenn die Sägen herab gezogen werden. 2) Die Friktion, welche in den Falzen der Gattersäulen R R entstehen muß, weil

nach der Natur der Kurbel das Sägegatter nicht genau vertikal erhalten werden kann. Jeden Punkt müssen wir für sich betrachten.

§. 175.

1) Da es bey einer jeden Maschine, welche ununterbrochen fortgehen, und wobey alles in einen Beharrungsstand kommen soll, sehr darauf ankömmt, daß sie nicht bald einen größern, bald einen kleinern, sondern immer so viel möglich einen gleichen Widerstand zu überwinden habe: so sucht man dieß auch bey der Sägemühle zu erhalten. Wenn die Sägen steigen, so muß die Maschine a) das Gewicht Q des Gatters und der Sägen, b) den Widerstand überwinden, welchem der oberste Riegel des Sägegatters wegen des Schiebwerks (*) ausgesetzt ist. Dieser letzte Widerstand sey S, so ist Q + S der gesammte Widerstand an der Kur-

(*) In der 42. Fig. stellt G den obersten Riegel des Sägegatters vor. GF ist eine daran befindliche Lenkstange, welche, wenn das Gatter steigt, den Hebel EF und mit selbigen die Welle E drehet. An dieser Welle ist ein kurzer Arm ED, welcher mit EF einen Winkel macht. Mit ED ist die Stoßstange DH so verbunden, daß sie sich um D drehen kann. DH greift bey H in die Zähne eines Sperrrades C, und man sieht, daß letzteres davon gedrehet werden wird, wenn G steiget. An der Axe des Sperrrades sind dann Trillinge, welche in die Zähne der Straßbäume eingreifen, und den Klotzwagen mit dem Blocke ein wenig vorrücken. Man sehe obenangeführte Schriftsteller.

Kurbel, wenn die Säge steigt. Wenn die Säge herunter gezogen wird, so sey R der gesammte Widerstand des zu zerschneidenden Holzes. Weil nun Q oder das Gewicht des Sägegatters hier zu Hülfe kömmt, so hat die Kurbel nur noch den Widerstand $R - Q$ zu überwinden; indem S hier ganz wegfällt, weil nur alsdann, wenn die Säge steigt, und nicht einschneidet, der Sägeblock näher gerücket wird. Um nun die Gleichförmigkeit in der Bewegung zu erhalten, muß alles so eingerichtet werden, daß $R - Q = Q + S$; folglich $R = 2Q + S$ sey. Wie man diesen Endzweck erreichen könne, wird unten, so weit als man damit gekommen, gezeigt werden. Hier nehmen wir $Q + S = X$ als den gleichförmigen Widerstand an der Wage der Kurbel an. Wenn r der Bug der Kurbel, c der Halbmesser des Trillings ist, so bewegt sich das Sägegatter durch die senkrechte Höhe $2r$, indem ein Punkt im Umfang des Trillings den halben Kreis πc durchläuft. Giebt man nun den Satz zu, daß sich die Kräfte verhalten müssen umgekehrt wie die in gleicher Zeit durchlaufenen Räume: so ist $\pi c : 2r = X : Q$; wenn Q die Kraft am Trilling bedeutet, welche dem Widerstand X am Umfange der Kurbel das Gleichgewicht hält. Also ist $Q = \frac{2r}{\pi c} \cdot X$ (*).

(*) Man findet von diesem Satze einen aus der Rechnung des Unendlichen hergeleiteten Beweis Karst. Th. V, §. 314

§. 176.

2) Die mittlere Größe der Friktion in den Nuthen der Gattersäulen zu bestimmen, findet Herr Hofr. Karsten §. 600 der Hydraulik folgende Regel; wovon man den Beweis bey ihm nachlesen kann. Wenn d die Länge des Lenkers N M und r den Bug der Kurbel bedeutet, so ist diese Friktion $= \frac{\frac{1}{3} r}{\sqrt{(2 d^2 - r^2)}} . X.$

Aus dieser Formul siehet man gleich, daß die Friktion um so viel größer wird, je größer der Bug der Kurbel ist, wenn der Lenker dieselbige Größe behält. Wenn aber die Lenkstange länger gemacht wird, so vermindert sich die Friktion; welches die natürliche Ueberlegung ebenfalls angeben wird. Dieß ist die Ursache, weswegen die praktischen Schriftsteller vorschreiben, man solle der Kurbel keinen zu starken Bug geben. Stürm sagt a. O. er müsse höchstens 10 Zoll betragen. Belidor hat ihn indessen doch 15 Zoll genommen, dafür aber auch dem Lenker die ansehnliche Länge von 8 Fuß gegeben. Aus letzterm Fall könnte man die Regel herleiten. Wenn die Kurbel horizontal lieget, so muß der Winkel, welchen der Lenker mit der Vertikal-

Hydr. Uebrigens ist der Fall schon eben derselbe bey der schiefen Fläche in der Statik. Denn wenn man dort behauptet, daß Kraft und Last sich umgekehrt verhalten wie die gleichzeitigen Wege, so versteht man unter Weg der Last nicht den absoluten Raum, welchen der Schwerpunkt durchgegangen, sondern nur die senkrechte Höhe, um welche er gestiegen ist.

tikalfläche machet, die Größe von 9 Graden nicht merklich überschreiten. Denn dieses Winkels Sinus ist $= \frac{r}{d}$, also beym Belidor $\frac{15}{96} = \frac{5}{32} = 0,15625$, welches in den Tafeln den Sinus eines Winkels von 8° 59′ beynahe giebt. Wenn man lieber will, könnte man die hier gegebene Regel auch so merken: der Bug der Kurbel soll 6 bis 7mal kleiner seyn, als die Länge der Lenkstange. Um aber wieder auf den vorhabenden Punkt zu kommen, so wird eine Kraft p am Trillinge dieser Friktion das Gleichgewicht halten, wenn $p = \frac{2r}{\pi c} \cdot \frac{\frac{1}{3} r}{\sqrt{2d^2 - r^2}} X$ ist. Dieß giebt $q + p = p = \frac{2r}{\pi c} \cdot \left(1 + \frac{\frac{1}{3} r}{\sqrt{2d^2 - r^2}}\right) X$, oder $p = \frac{r}{c} \cdot \frac{1}{\pi} \left(2 + \frac{\frac{2}{3} r}{\sqrt{(2d^2 - r^2)}}\right) X$. Wir setzen Kürze halber $2 + \frac{\frac{2}{3} r}{\sqrt{(2d^2 - r^2)}} = m$, so ist $p = \frac{r}{c} \cdot \frac{m}{\pi} \cdot X$.

§. 177.

Wir haben nun nur noch den Theil der Größe Z zu bestimmen, welcher wegen der Friktion in den Zapfenlagern der Trillingswelle erforderlich ist. Der Druck auf diese Zapfenlager heiße R, so ist die Friktion $\frac{1}{3} R$, und wenn der Halbmesser der Zapfen $= e$ gesetzt wird, so hält am Trillinge eine Kraft $\varphi = \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3} R$ demselben das Gleichgewicht. Daher ist

nun $Z = \frac{r}{c} \cdot \frac{m}{\pi} X + \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3} R$. Dies in die obige Gleichung

$$a P - f F = \frac{12}{18} \cdot b z$$ gesetzt giebt

$$a P - f F = \frac{12}{18} \frac{b}{c} \cdot \left(\frac{m}{\pi} r X + e \cdot \frac{1}{3} R \right)$$

$$\text{und } X = \frac{18}{12} \cdot \frac{c}{b} \frac{a P - f F}{\frac{m}{\pi} \cdot r} - \frac{\pi}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R.$$

§. 178.

Man sieht nun wohl, daß diese Gleichungen wiederum die Gestalt der vorigen für die übrigen Mühlenmaschinen gefunden haben; und daß die erste dienen könne, aus dem gegebenen Gewichte der Sägen mit ihrem Gatter die nöthige Kraft zu finden; so wie die andere zeiget, wie man das Gewicht des Sägegatters aus der gegebenen Kraft bestimmen könne. Weil der letzte Fall wohl häufiger vorkömmt, so wollen wir uns bey demselben noch etwas verweilen.

Es sind in dieser Gleichung P, F, R und endlich X selbst noch unentwickelt. P bedeutet die Kraft, welche an dem Umfange des Hauptrades wirket, und sie muß nach ihrer Natur und nach der Beschaffenheit des Hauptrades bestimmt werden, wovon die Methoden oben §. 82, 83, 112 gelehrt sind. Eben so wird die Größe F als die Friktion an den Zapfen des Hauptrades verschieden bestimmt, nachdem die Richtung von Druck und Gegendruck am Haupt- und Stein-

Sternrade anders ausfällt. Z. E. beym unterschlächtigen Wasserrade wäre, weil hier der Gegendruck am Sternrade negativ ist, und die Welle zu heben strebt,

$$F = \frac{1}{3}\sqrt{\left(M - \frac{a}{b}P^2 + P^2\right)},$$

beym oberschlächtigen ist hier $F = \frac{1}{3}\left(M + P - \frac{a}{b}P\right)$ u. s. w. wo M, wie man sich erinnert, das Gewicht der Hauptwelle nebst Zubehör bedeutet. Es war ferner R der Druck auf die Zapfenlager der Trillingswelle. Er besteht natürlich, wenn das Gatter gehoben wird, 1) aus dem Gewicht dieser Welle nebst Zubehör $= N$, 2) dem Gewicht des Sägegatters X, nebst 3) der Friktion $\left(\frac{m}{2} - 1\right)X$ in den Ruthen, 4) der Kraft p, welche den Trilling niederdrückt, und 5) der zur Ueberwindung aller dieser Friktionen am Trillinge nöthigen Kraft $\frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3}R$ selbst. Wenn das Gatter herabgezogen wird, so wirket der Widerstand des Holzes um die Schwere des Gatters vermindert $= R - Q = X$ eben sowol als die Friktion $\left(\frac{m}{2} - 1\right)X$ vertikal aufwärts, um also auf die mittlere Größe des Drucks zu rechnen, lässet man no. 1 und 2 die ihn einmal vermehren, und das anderemal vermindern, ganz weg, und rechnet $R = N + p + \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3}R$. Nun war

$$p = \frac{r\,m}{c\,\pi}X.$$ Da aber §. 177 $Z = \frac{r\,m}{c\,\pi}X + \frac{e}{c}\frac{1}{3}R$,

so

so ist $Z = p + \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3} R$ und $R = N + Z$. Weil man hier Z nur im ganzen zu wissen braucht, so folgt aus $aP - fF = \frac{19}{18} bZ$, $Z = \frac{18}{19} \frac{a}{b}\left(P - \frac{fF}{a}\right)$, welches man hier substituirt.

§. 179.

Wir haben oben §. 175 angenommen, daß die Gleichförmigkeit in der Bewegung zu erhalten, es am besten wäre, $X = Q + S = R - Q$ zu machen. Hier muß nun gezeigt werden, wie dieses zu erhalten sey. Es folgte daraus, daß $R = 2Q + S$, d. i. der Widerstand des Holzes dem doppelten Gewichte des Sägegatters und der Kraft am Schiebewerk zusammen genommen gleich seyn müsse. Ohne mich hier in die Weitläuftigkeit einer Rechnung einzulassen, durch welche Herr Belidor und Herr Hofr. Karsten bewiesen haben, daß sie in der Praxis nicht nöthig sey, merke ich aus letzterm Schriftsteller nur an, daß, wenn auch ein Sägeblock über 260 Centner schwer wäre, doch ihn vermittelst des Schiebewerks zu bewegen nur etwa $6\frac{1}{2}$ ℔ Kraft am obersten Riegel des Sägegatters erfordert werde, wenn aber ein solcher Holzstamm das Gewicht von 80 Centnern, wie gewöhnlich, nicht überschreitet, so werden, ihn sachte durch das Schiebwerk vorzurücken, kaum 2 ℔ Kraft erfordert. Für so viel ℔ mehr oder weniger kann man bey Rechnungen dieser Art doch nicht gut seyn, und darum ist man berechtiget, $R = 2Q$ zu setzen, und die Maxime anzunehmen:

Das

Das Gewicht des Sägegatters nebst Zubehör muß halb so groß seyn, als der Widerstand des Holzes, welchen die Sägen zu überwinden haben.

§. 180.

Ehe wir uns nun weiter in diese Sache einlassen, wollen wir noch auf 2 Umstände aufmerksam machen. Weil ein heftiges und sehr schnelles Reiben des Holzes übereinander bekanntermaßen eine Entzündung hervorzubringen im Stande ist, so würde man dieser Gefahr bey der Sägemühle gewiß ausgesetzt seyn, wenn man der Schnelligkeit, womit sich die Ruthen des Gatters in den Säulen reiben, keine Gränzen setzte. Belidor setzt a. O. 706. §. für diese Geschwindigkeit die höchste Gränze von $6\frac{2}{3}$ Fuß; wir wollen aber mit Herrn Hofr. Karsten zur Maxime annehmen.

Die Geschwindigkeit, womit sich das Sägegatter bewegt, muß nicht über 6 Fuß in der Sekunde betragen, und man thut am besten, sie bey starkem Widerstande nur zu 4 anzunehmen, damit, wenn etwa leichter zu schneiden, das Holz bey eben der Einrichtung aufgelegt wird, die Maschine nicht zu schnell gehe.

§. 181.

Hiernächst muß man merken: die Handsägen, womit gewöhnlich 2 bis 3 Mann einen auf einem Gerüste liegenden Klotz in einer Vertikalfläche zerschneiden, sind so eingerichtet, daß die Spitzen der Zähne,

wenn

wenn die Sägen gezogen werden, alle in einer Vertikallinie liegen. Nun aber wird die Säge gegen das Holz angedrückt. Bey einer Sägmühle gehet letzteres nicht an, und während der Zeit, daß die Säge herabgezogen wird, oder der Schnitt geschiehet, bleibt der Stamm unverrückt liegen. Wenn nun hier die Spitzen der Zähne ebenfalls in einer Vertikallinie lägen: so würde nur der erste Zahn einschneiden, und dadurch den andern freye Bahn machen, die also ganz unnöthig wären. Um daher seinen Zweck zu erhalten, macht man die Sägen zu dergleichen Maschinen so, (Fig. 43) daß die Spitzen der Zähne mit der Vertikallinie einen kleinen Winkel machen, welches in der Figur a b c zu ersehen ist.

Nun sieht man zwar gleich so viel ein, daß, je größer dieser Winkel ist, um so viel größer wird der Widerstand seyn, den die Säge bey einerley Holzart zu überwinden hat: Sie muß daher entweder langsamer bey gleicher angebrachter Kraft gezogen, oder es müssen mehrere Kräfte angewandt werden, wenn die Geschwindigkeit dieselbe bleiben soll, u. d. gl. Allein die eigentliche Verhältniß dieses Winkels zum Widerstande kann die Theorie bisher nicht angeben. Man hat hier nichts als Erfahrungen, wovon aber bisher sehr wenige gesammelt sind. Zu unsern Absichten ist eigentlich nur eine einzige von Belidor recht brauchbar, die wir nun anführen wollen.

§. 182.

Herr Belidor hat bey einer von ihm selbst zu La Fere angelegten Mühle, wie er sich selbst a. O. §. 706 aus-

ausdrückt, mit vieler Sorgfalt Erfahrungen angestellt, um den größten möglichen Effekt der Mühle zu finden. Das heißt nach meiner Meynung: Er hat Sägen von verschiedenen Winkeln, auch wohl von verschiedner Dicke eingesetzt, vermuthlich auch an dem Schiebewerk die nöthigen Aenderungen vorgenommen, bis das unterschlächtige Wasserrad genau mit dem dritten Theil der Geschwindigkeit des anstoßenden Wassers umlief. Alsdann gieng, wie besonders aus Herrn Karstens über die Belidorschen Erfahrungen angestellten Betrachtungen erhellet, das Spiel des Sägegatters in $\frac{5}{4}$ Sekunden vor. Bey 15 Zoll Kurbelbug ist dieß eine Geschwindigkeit von $\frac{30 \cdot 2}{12} : \frac{5}{4} = 4$ Fuß. Nun wurde binnen einer Stunde ein trockener eichener Stamm von 12 Zoll ins Gevierte, und 30 Fuß Länge von 3 Sägen in 4 Bohlen zerschnitten. Herrn Belidors Rechnung gab den gesammten Widerstand, welchen die Sägen überwinden, 1074 ℔, welches für jede einzelne 358 ℔ giebt. Weil jeder Schnitt $\frac{5}{8}$ Sekunden dauerte, und $\frac{1}{2}$ Stunde oder 1800 Sekunden zum wirklichen Durchschneiden des Holzes angewandt worden (indem eben so viel Zeit zum Aufheben des Gatters erfordert würde) so drangen die Sägen bey jedem Schnitt $\frac{5 \cdot 30}{8 \cdot 1800}$ Fuß $= 1\frac{1}{2}$ Linien ins Holz ein. Daraus findet man die Tangente des Winkels, welchen die Linie, in welcher die Spitzen der Zähne stehen, mit der Vertikallinie macht $\frac{1\frac{1}{2}'''}{30''} = \frac{1\frac{1}{2}}{360} = \frac{3}{720} = \frac{1}{240}$ =

= 0,0041666. Es würde also der Winkel etwa $\frac{1}{4}$ Grad betragen, oder das Sägeblatt müßte da, wo der letzte Zahn aus dem Holz trat, $1\frac{1}{2}$ Linie breiter, als an der Stelle seyn, wo der unterste Zahn im Holz steckte, wie die Säge anfieng abwärts gezogen zu werden. So einzeln nun auch diese Beobachtung ist: so wollen wir sie doch nützen, daraus bis auf weiteres praktische Regeln zu ziehen: zu dem Ende aber wollen wir, wie in den vorigen Fällen, die generelle Methode, nach welcher man am bequemsten bey der Berechnung einer Holzsägemühle verfährt, angeben, und sie mit einem speciellen Exempel belegen, wozu wir das Belidorsche selbst wählen werden. Nach einer solchen Probe werden sich die Erläuterungen besser verstehen lassen, die wir über Fälle, welche vom Belidorschen etwas verschiedenes haben, noch beybringen wollen.

§. 183.

Regeln zur Berechnung einer Holzsägemühle, wenn die Art der Kräfte, welche die Mühle treiben, bestimmt ist, und die Größe derselben ebenfalls zuerst bestimmt angenommen werden muß.

Es kömmt hier alles wieder auf die gehörige Anwendung der zweyten Hauptgleichung an, welche diese war:

$$X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{aP - fF}{\frac{m}{\pi} \cdot r} - \frac{\pi}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{3} R.$$

I) Bestimme man die Größe P nach den Grundsätzen der Maschinenlehre, vermittelst der §. 82. 83. 111 u. s. w. gegebenen Formuln. Z. E. Wenn Wasser ein unterschlächtiges Rad treibet, so ist $P = \frac{\gamma z z (C-c)^2}{4g}$; wo man $c = \frac{1}{3}C$, oder $C - c = \frac{2}{3}C$ nach §. 82. 83. annehmen muß, und $z z$ oder die Fläche der Schaufeln sich aus den Umständen ergiebt.

II) Ebenfalls nach Beschaffenheit der Umstände entschließe man sich über die Größe des Kurbelbugs r und

Exempel. Es soll eine Holzsägemühle durch ein unterschlächtiges Wasserrad getrieben werden. Das lebendige Gefälle ist 6 Fuß $6\frac{1}{2}$ Zoll, und die Wassermenge fällt so aus, daß man die Fläche der Schaufeln 2 Quadratfuß machen kann.

1) Aus den gegebenen Stücken erhellet, daß $C = 2\sqrt{15,1 . 6\frac{13}{24}} = 19,88$; also $c = 6,627$, und $\frac{(C-c)^2}{4g} = \frac{(\frac{2}{3} . 19,88)^2}{4 . 15,1} = \frac{\frac{4}{9} . 19,88^2}{4 . 15,1} = 2,907$ sey. Da nun $zz = 2$; so ist $P = 70 . 2 . 2,907 = 407$ ℔.

2) Wir wollen nun ferner mit Herrn Belidor den Kurbelbug, oder $r = \frac{5}{4}$ Fuß und den Lenker oder $d = 8$ Fuß annehmen. Die Sägen müssen daher, so weit sie ins Holz einschneiden, $2\frac{1}{2}$ Fuß

und Lenkers d nach §. 176. Darnach nimmt man nach der §. 180 gegebenen Maxime die Zeit eines Hin- und Wiederganges der Sägen = t. Da nun, wenn a der Halbmesser des Wasserrades mit Hülfe §. 88, 112 bestimmt ist; $\frac{2a\pi}{c} = T =$ der Zeit eines Umlaufs des Wasserrades ist, so kann man etwa die Zahl der Trillingsstäbe n willkührlich, jedoch nach §. 15 annehmen, so giebt $t : T = n : \frac{nT}{t}$; die Anzahl der Zähne des Sternrades $= \frac{nT}{t}$, woraus auch c und b gefunden werden.

III) Da-

lang seyn. Setzen wir nun 4 Fuß Geschwindigkeit für die Sekunde, so ist $t = \frac{5}{4}$. Herrn Belidors Wasserrad hatte $5\frac{1}{4}$ Fuß im Halbmesser. Daher ist $= T \frac{2 \cdot 5\frac{1}{4} \cdot 3,1416}{6,627} = 4,94$. Wenn wir nun die Anzahl der Triebstöcke = 18 annehmen, so ist $\frac{5}{4} : 4,94 = 8 : 31,52$; folglich erhält das Sternrad 31 oder 33 Zähne, (Herr Belidor hat 32 genommen, wider die §. 16 gegebene Regel). Wenn man 31 nimmt, so kann der Radius des Sternrades = b = $2\frac{1}{2}'$ und des Trillings = c = $\frac{2}{3}'$ gesetzt werden.

3) Es

III) Dadurch hat man nun Sätze genug, um F zu bestimmen. Es ist aber hier, weil der Gegendruck am Trillingaufwärts gerichtet ist, $F = \frac{1}{3}\sqrt{\left((M - \frac{a}{b}P)^2 + P^2\right)}$.

Das Gewicht der Welle M findet man bekanntermaßen aus ihrer Größe und specifischen Schwere. Die Belidorsche war 2500 ℔ schwer; hieraus folgt auch f. F, wenn f gehörig angenommen ist.

IV) Weil die Zapfen an der Trillingswelle hier eine große Gewalt ausstehen, so kann man ihren Halbmesser $e = f$ nehmen. Nunmehr kann man auch die Größe $m = 2 + \frac{\frac{2}{3}r}{\sqrt{(2d^2 - v^2)}}$ bestimmen,

3) Es ist nunmehr

$$F = \frac{1}{3}\sqrt{\left((2500 - \frac{5\frac{1}{4}}{2\frac{1}{2}} \cdot 407)^2 + 407^2\right)}.$$

Nun ist $\frac{5\frac{1}{4}}{2\frac{1}{2}} 407 = 2{,}1 \cdot 407 = 854{,}7$. Daher ist $F = \frac{1}{3}\sqrt{1645{,}3^2 + 407^2)} = 565$. Weil nun auch hier genügen wird, die Zapfen der Hauptwelle $1\frac{1}{2}$ Zoll stark zu machen, so ist $f = 9$ Linien $= \frac{3}{4}$ Zoll $= \frac{1}{16}$ Fuß. Folglich ist $f.F = \frac{565}{16} = 35\frac{5}{16}$.

4) Wir können hier nun auch $e = \frac{1}{16}$ Fuß nehmen. Ferner ist $\frac{2}{3}r = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ und $2d^2 - r^2 = 2.8^2 - (\frac{5}{4})^2 = 128 - \frac{25}{16} =$

weil der Kurbelbug r und die Länge des Lenkers schon aus II bekannt sind.

V) Nunmehr fehlt in der Hauptgleichung nur noch R. Es ist aber §. 178 $R = N + Z$, wo N das Gewicht der Trillings- oder Kurbelwelle und $Z = \frac{18}{19} \frac{a}{b}\left(P - \frac{fF}{a}\right)$ nach §. 178 zu nehmen ist.

VI) Wenn man endlich die gefundenen Größen in die Hauptgleichung

$$X = \frac{18}{19} \cdot \frac{c}{b} \frac{aP - fF}{\frac{m}{\pi} r} - \frac{\pi}{m} \cdot \frac{e}{r} \cdot \frac{1}{2} R$$

substi-

$= 128 - 1,5625 = 126,4375$. Also $\sqrt{126,4375} = 11,24$. Folglich ist $m = 2 + \frac{5}{6.11,24} = 2,08$.

5) Wir nehmen mit Belidor $N = 240$ ℔. Ferner ist $Z = \frac{18}{19} \cdot 2,1 \cdot \left(407 - \frac{35,33 \cdot 4}{21}\right)$ (weil $\frac{35,33 \cdot 4}{21} = 6,7$ oder 7) $= \frac{18 \cdot 2,1 \cdot 400}{19} = 796$. Folglich $R = N + Z = 240 + 796 = 1036$.

6) Da nun $\frac{m}{\pi} r = \frac{2,08}{3,14} \cdot \frac{5}{4}$ aus no. II. und no. IV. $= \frac{0,52 \cdot 5}{314} = \frac{0,26 \cdot 5}{1,57} = \frac{130}{157}$; ferner $\frac{\pi . e}{m . r} \cdot \frac{1}{2} R = \frac{157 \cdot 1036}{130 \cdot 16 \cdot 3}$ aus IV. und V. $= \frac{40663}{1560} = 26$;

und

substituirt, so hat man die Größe §. 175, 179. X = Q + S, und weil S = o gesetzt werden kann, §. 179. X = Q oder dem Gewicht des Sägegatters.

VII) Um nun die Anzahl der Sägen, welche man einsetzen soll, zu bestimmen, müßte man nach §. 179 2 Q = R, d. i. dem gesammten Widerstande gleich setzen. Könnte man nun annehmen, daß wenigstens die meisten Sägeblöcke aus eichenen, trocknen, etwa 12 Zoll starken Stämmen bestünden, so würde 2 Q mit 360 bis 410 zu dividiren seyn (*), und der Quo-

und $aP - fF = \frac{21}{4} \cdot 407 - 35,33$ aus I. II. IV.

$= 2101,42$: so ist $X = \frac{6 \cdot 2 \cdot 2101,42 \cdot 157}{19 \cdot 5 \cdot 65}$

$- 26 = 642 - 26 = 616$ ℔ = Q.

7) Demnach ist der gesammte Widerstand, welchen die Sägen überwinden können, 2.616 = 1232 ℔, oder 1230, wenn man die Kraft fürs Schiebewerk noch

(*) Wir haben nämlich in der nebenstehenden Rechnung Q = 616, also 2 Q = 1232 gefunden, wo Belidor nur 1074 nach seiner Methode herausbringet. Herr Hofr. Karsten, der nach einer von der hiesigen etwas verschiedenen Art, wenn man einen auf der 276. S. 8. Z. vorkommenden Rechnungsfehler ändert, ebenfalls Q = 616 finden würde, zeigt eben daselbst, daß die Verschiedenheit beym Belidor von der zu groß geschätzten Friktion u. m. herrühre.

tient gäbe die Anzahl der Sägeblätter §. 182. Da nun nach Belidors Beobachtung unter diesen Umständen jeder Schnitt etwa $1\frac{1}{2}$ Linie eindringt, so muß auch der Sägeblock um so viel jedesmal näher rücken. Da nun (Fig. 42) H I oder der Theil, um welchen das Sperrrad bey jedem Ruck der Stoßstange herumgeht, der Unterschied ist zwischen E D + D H und E H, so kann man E D und D H so machen, daß H I eine begehrte Größe bekömmt. Es sey H I = W: folglich wenn v : 1 das Verhältniß der Halbmesser des

noch abrechnen wollte. Nun ist $\frac{1230}{410} = 3 =$ der Anzahl der Sägen. Belidor hat F E = $5\frac{1}{2}$ Fuß beynahe. Da nun f L = $2\frac{1}{2}$ Fuß, so ist etwa der Winkel f E L = 26°. Eben so groß wird auch der Winkel D E H oder D E I. (Fig. 42) Nimmt man nun H I = W = 8 Linien, so ist, wenn D E = $\frac{1}{2}$ Fuß, D H = $11\frac{1}{2}$ Fuß gesetzt wird, E H = 11 Fuß, 11 Zoll, 4 Linien.

Rechnet man W = 8, so ist $\frac{W}{1\frac{1}{2}} = \frac{8.2}{3} = \frac{16}{3}$ = v. Belidor giebt seinem Sperrrade 384 Zacken, und jeden macht er 4 Linien breit. Daher ist der Umfang des Sperrrades = $\frac{1}{2}$ n . W = $\frac{1}{2} \cdot 384 \cdot 8 = 1536$ Linien = 128 Zoll = $10\frac{2}{3}$ Fuß. Da nun der Halbmesser $\varrho = \frac{p}{2\pi} =$

$\frac{128}{2.3,14}$

des Sperrrades und der Trillinge bedeutet; so ist $v = \frac{W}{I\frac{1}{2}'''}$.

Soll nun die Stoßstange einen oder 2 Zähne des Sperrrades auf einmal fortschieben, so nimmt man willkührlich die Anzahl dieser Zähne $= n$; so ist $n\,W$ oder $\frac{1}{2}\,n\,W$ (nach dem 1 oder 2 Zähne fortgeschoben werden sollen) die Peripherie des Sperrrades, woraus sich dessen Halbmesser finden läßt. Er sey ϱ; so ist $\frac{\varrho}{v}$ der Halbmesser der Trillinge am Schiebwerk.

$\frac{128}{21.3,14} = 20,7$ Zoll oder 1 Fuß 8 Zoll; so giebt dieß den Halbmesser der Trillinge $= \frac{\varrho}{v} =$ $\frac{20,7 \cdot 3}{16} = 4$ Zoll beynahe. Der Umfang der Trillinge beträgt daher etwa 2 Fuß, in welche Peripherie 8 Trillingsstäbe eingesetzt werden. Da nun die Säge in $\frac{1}{4}$ Sekunden einmal spielet, und während dieser Zeit 8 Linien vom Umfange des Sperrrades fortgeschoben werden, so wird unterdessen $\frac{3 \cdot 8}{16} = 1\frac{1}{2}$ Linien vom Umfang der Trillinge herumgehen, also der Klotzwagen, wie erfordert wird, $1\frac{1}{2}$ Linie fortgerücket werden.

§. 184.

Bey der siebenten Regel, welche hier zur Berechnung einer Holzsägemühle gegeben worden, fällt sogleich in die Augen, daß dieselbe nicht allgemein genug sey. Wir wollen darauf nicht einmal sehen, daß man die Anzahl der Sägen nur beyläufig findet, und der Widerstand merklich größer oder geringer ausfallen dürfte. Denn da der Winkel, welchen die Zahnspitzen mit der Vertikallinie machen, überhaupt sehr klein ist, so kann man ihn nach der Verhältniß des Widerstandes etwas weniges größer oder kleiner machen. Allein die Regel schränket sich nur auf den einzelnen Fall ein, wenn hartes und trocknes Eichenholz 12 Zoll ins Gevierte stark zersäget werden soll. Selten würde man wohl bey einer Sägemühle Staat darauf machen können, daß eben beständig diese und keine andere Holzart, von dieser und keiner andern Dimension zu bearbeiten vorkäme. Das könnte man indessen doch wohl annehmen, daß selten dickere und härtere Sägeblöcke als die beschriebene Art vorfallen würden. Sollte es seyn, so würde freylich die Mühle etwas langsamer gehen. Sonst aber wäre sie doch vermittelst der gegebenen Regel so eingerichtet, daß sie im Fall des stärksten Widerstandts den größten möglichen Effekt leistete. Sind nun weichere oder nicht so dicke Stämme zu zersägen, so wird die Mühle alsdenn schneller gehen, wenn eben die Sägeblätter bleiben, folglich nicht die für einen solchen Fall vortheilhafteste Wirkung leisten. Da sich der Widerstand

stand nach der Größe des oftbeschriebenen Winkels der Zahnspitzen mehret, so käme es nur darauf an, bey einem solchen Fall Sägeblätter, die nach dem erforderlichen Winkel gehauen wären, einzusetzen. Allein nicht zu gedenken, daß es kostbarer wäre, Sägeblätter von mancherley Art vorräthig zu haben, und man auch Zeit verlieret, wenn man jedesmal andere Sägen einsetzen soll: so haben wir schon oben bemerkt, daß man das Verhältniß nicht genau kennt, welches dieser Winkel gegen den Widerstand hat, §. 181. Ob man nun gleich durch Theorie und Erfahrung bisher auf keine genaue Bestimmung kommen kann: so will ich doch die Belidorschen Beobachtungen, wegen des Uebereinstimmenden, welches ich darinn zu bemerken glaube, so wie sie von Herrn Hofr. Karsten beurtheilt sind, hersetzen. Es sind folgende:

§. 185.

Drey Arbeiter zerschnitten mit $2\frac{1}{2}$ bis 3 Fuß Geschwindigkeit und 30 ℔ Kraft auf die Person in einer Stunde verschiedenes Holz bis auf eine verschiedene Tiefe, wie die Tabelle zeiget.

Stärke des Holzes.	Gattung.	Beschaffenheit.	Länge des Schnitts in einer Stunde.	Tiefe des einzelnen Schnitts.
12 Zoll	Eichenholz	trocknes	5 Fuß	0,6 Lin.
- - -	- - -	grünes	10′	1,2 -
7 bis 8″	- - -	trocknes	17 bis 18′	2,16 -
- - -	- - -	grünes	25 bis 26′	3 -
12 Zoll	weiches (tannenes)	trocknes	$6\frac{1}{2}$ bis 7′	0,84 -
- - -	- - -	grünes	14′	1,68 -
7 bis 8 Zoll	- - -	trocknes	(*) 31 bis 32	3 -
- - -	- - -	(nasses)	(31 bis 32′)	3,84 -

Ich weiß nicht, wie Herr Belidor aus diesen seinen Beobachtungen hat die Folge ziehen können, daß, wenn alles übrige gleich wäre, sich die Länge des Schnitts in einer Stunde beynahe umgekehrt wie die Dicke des Holzes verhielte. Denn gerade dieser Umstand zeigt die meiste Unregelmäßigkeit, indem z. E. von 12 Zoll dicken und trocknen Eichenholze nur 5 und von 7 bis 8 Zoll dicken Holze von dieser Gattung und Beschaffenheit schon 17 bis 18′ in einer Stunde zerschnitten wurden. Vielleicht versteht er das umgekehrte Verhältniß der Quadratflächen der Querschnitte des

(*) Diese Belidorsche Beobachtung scheint mir zu disharmonisch mit den übrigen zu seyn, und ich nehme an, daß hier ein Posten ausgelassen sey, weil bey allen übrigen sowol für nasses als trocknes Holz, hier aber nur für trocknes die Länge des Schnitts zu 31 bis 32 Fuß angegeben ist, welches mir eher für nasses zu passen scheint.

des Holzes. Denn es ist $7^2 : 12^2 = 5 : \frac{5.144}{49}$ $= 15$; welches dann nur von 17 um 2 Fuß verschieden ist. Man möchte hiervon den Grund darinn suchen, daß nicht so dickes Holz auch jünger und daher von geringerer Festigkeit ist, so daß der Widerstand auch um deswillen abnimmt. Woraus man so viel sieht, daß das bloße einfache Verhältniß der Dicke nicht hinreicht.

§. 186.

Wenn man aber den Effekt bey einerley Gattung und Beschaffenheit des Holzes nach der Länge des Schnitts beurtheilt, und annimmt, daß er im zusammengesetzten Verhältnisse der Kraft und Geschwindigkeit sey: so findet man hier eine ziemliche Uebereinstimmung. Es war in unserm berechneten Exempel die Kraft jeder Säge 410 ℔, die Geschwindigkeit 4 Fuß. Man kann also schließen: $90 . 3 : 410 . 4$ $= 5 : \frac{5.4.410}{90.3}$, welches wenig über 30 Fuß giebt. Man könnte folglich die Anzahl der Sägen willkührlich annehmen, und daraus schließen, wie weit das Holz in einer Stunde zerschnitten werden würde, und nach was für einer Linie man die Spitzen der Säge stellen müsse. Wollte man in unserm Beyspiel 5 Sägen einsetzen, so erhält man $\frac{1230}{5} = 246$ ℔ für jede Säge. Dieß gäbe $\frac{246.4.5}{3.90} = 18\frac{2}{9}$ Fuß für die

Länge

Länge des Schnitts in einer Stunde. Dieß giebt, wie §. 182, die Tiefe eines Schnitts $= \frac{5 \cdot 18\frac{2}{9}}{8.1800} = \frac{5 \cdot 164}{8.9.1800}$ $= 0{,}0063$ Fuß $= 10\frac{5}{8}$ Skrupel Duodecimalmaaß, d. i. beynahe eine Linie, wodurch sich die Gestalt der Sägen bestimmt nach §. 182. Auf eine ähnliche Art könnte man für die übrigen beobachteten Fälle rechnen. Wäre z. E. 7 bis 8 Zoll starkes grünes Eichenholz zu zerschneiden, und man setzet den Widerstand einer jeden Säge 410 ℔, also wie im berechneten Beyspiel 3 Sägen; so wäre $\frac{410 \cdot 4 \cdot 25}{90 \cdot 3} = 152$. Dieß würde den Vorsprung des obern Zahns über den Untern $= \frac{5 \cdot 152}{8.1800} = 0{,}053$ Fuß $= 7$ Linien 7 Skrupel Duodecimalmaaß geben. Ich glaube aber in der That, daß wenn dieser Vorsprung so merklich groß wird, sich alsdann der Widerstand in einem größern als dem einfachen Verhältnisse mehren würde, so daß ich, wenns die Umstände zulassen, rathen würde, lieber nach der kurz vorher gewiesenen Methode eine größere Anzahl Sägen einzusetzen, um die Kraft mehr zu vertheilen. Will man nun noch bey einer andern Dicke der Holzstämme der beyden Gattungen in der Tabelle das umgekehrte Verhältniß des Quadrats der Dicke zum Grunde legen: so hätte man wenigstens für eichenes und tannenes Holz eine Gehülfsregel, alles so ziemlich einzurichten, damit eine vortheilhafte von der größten nicht so gar weit entfernte Wirkung von der

Ma-

Maschine zu erwarten wäre. Es ist freylich wahr, wenn eine Sägemühle auch nur eichene und tannene Stämmen von verschiedener Beschaffenheit und Stärke wechselsweise zerschneiden sollte: so ließe sich die Einrichtung doch nicht mit einemmale so machen, daß, ohne entweder bald geradere bald schrägere, bald mehr, bald weniger Sägen einzusetzen, jederzeit die größte Wirkung erhalten würde. In wiefern aber dergleichen Abänderung thunlich sey, mögen die Praktiker beurtheilen.

§. 187.

Wäre nun im Gegentheil die Aufgabe diese: Es soll eine Mühle angelegt werden, welche eine gewisse Anzahl Sägen führet, und wodurch ein Holzstamm von bestimmter Gattung und Dicke in einer Stunde bis zu einer Tiefe von einer bestimmten Zahl Fuße zerschnitten werden sollte, so könnte man daraus X finden. Z. E. 3 Sägen sollen mit 3 Fuß Geschwindigkeit trocknes eichenes Holz von 7 bis 8 Zoll Dicke bis auf eine Länge von 72 Fuß in einer Stunde zerschneiden; so ist $90 . 3 : p . 3 = 18 : 72$, oder $18 : 72 = 90 : p$, das ist $p = 360$ ℔ für jede einzelne Säge. Dieß giebt $2\,Q = 1080$. Also ist $X = 540$. Man weiß nun schon, daß die Gleichung

$$a\,P - f\,F = \tfrac{12}{18}\frac{b}{c}\left(\frac{m}{\pi}\,r\,X + e\,.\,\tfrac{1}{3}\,R\right)$$

gebraucht werden müsse, um P oder die hiezu nöthige

Kraft

Kraft zu finden. Wenn man das vorige, besonders wie man bey ähnlichen Fällen für Stampfmühlen rechnete, nur mit einiger Aufmerksamkeit gelesen hat: so sieht man gleich, daß sich alles übrige, wie bey der ersten Aufgabe bestimmen lasse, außer daß R hier auf eine andere Art gesucht werden muß. Dort war $R = N + Z$ §. 177, und Z würde alsdenn aus der Gleichung $Z = \frac{18}{19} \frac{a}{b} \left(P - \frac{fF}{a} \right)$ §. 177 gefunden. Da nun hier P noch nicht bekannt ist, so darf man sich nur erinnern, daß auch $Z = \frac{rm}{c\pi} X + \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3} R$ sey, §. 177, so erhält man $R = N + \frac{rm}{c\pi} X + \frac{e}{c} \cdot \frac{1}{3} R$, und $\frac{3c - e}{3c} R = \frac{\pi c N + m r X}{\pi c}$. Folglich ist $R = \frac{3 c \pi N + 3 r m X}{3 c \pi - e \pi}$, und man kann also R aus N dem Gewicht der Kurbelwelle und $X = Q$ dem Gewichte des Sägegatters finden. Weil die übrige Rechnung leicht ist, so überhebe ich mich hier der Mühe, das Exempel weiter zu berechnen, zumal da, wie mir däucht, dieser Fall so gar oft nicht vorkommen dürfte: es wäre denn, wenn Sägemühlen, wie in Holland gewöhnlich ist, vom Winde sollen getrieben werden: wo aber die Theorie, wie es scheint, noch nicht weit genug ist, so daß man noch das meiste auf die Erwartung ähnlicher Fälle wird ankommen lassen müssen.

§. 188.

§. 188.

Außer derjenigen Einrichtung der Sägemühlen, welche bey der bisherigen Rechnung zum Grunde lieget, weil sie die gebräuchlichste ist, findet man beym Belidor a. a. O. §. 709 noch zwey Arten angeführt. Die eine hat die Kurbel, von welcher das Sägegatter die wiederkehrende Bewegung bekömmt, gleich an der Welle des Wasserrades, und sie läßt sich alsdann anbringen, wenn man, wie in gebirgigten Gegenden, ein oberschlächtiges Rad mit einer größern Geschwindigkeit herumlaufen lassen darf. Aehnliche Betrachtungen, wie oben bey den Puchwerken §. 163 zeigen, daß die Gleichungen, nach welchen man hier rechnet,

$$a\,P = \frac{m}{\pi}\,r\,X + \tfrac{1}{3}\,e\,R \text{ und } X = \frac{a\,P - \tfrac{1}{3}\,e\,R}{\frac{m}{\pi}\,r},$$

oder $X = \frac{a\,P}{\frac{m}{\pi}\,r} - \frac{\pi}{m} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{e}{r}\,R$ seyn, wo man R entweder nach dem 177. oder nach dem 187. §. suchen muß. P findet man aus §. 112, wie es beym oberschlächtigen Rade zu bestimmen ist. Die andere von Belidor a. O. angeführte Einrichtung bestehet darinn, daß das Sägegatter so schwer gemacht, oder so sehr mit Gewichten belastet wird, daß es durch seine eigne Last und durch den Fall die Säge durchtreibet, indem beydes von Arten von Daumen an einer Welle ergriffen, und wieder losgelassen wird. Diese Maschine müßte ziemlich auf eben die Art wie die Stampf-

mühlen berechnet werden. Da sie aber nicht sehr gebräuchlich zu seyn scheinet, und meines Bedünkens, wenn anders nur ein Sägegatter da wäre, den Nachtheil hätte, daß sie keinen nur einigermaßen gleichförmigen Gang bekommen könnte: so werden wir hier von der Berechnung derselben nichts weiter hinzusetzen.

§. 189.

Die Steinschneide- oder Marmorsägemühlen führen stumpfe Sägeblätter, diese werden horizontal hin und her gezogen, und von Zeit zu Zeit wird feiner Sand in den Einschnitt gestreuet, und mit Wasser befeuchtet: da denn auf solche Art der Stein endlich durchschnitten, oder eigentlich durchgerieben wird. Um die Reibung so viel stärker zu machen, wird das Sägegatter noch mit Gewichten beschwert. Uebrigens aber wird ihm die wiederkehrende Bewegung mit vertikalstehenden Kurbeln gegeben. Man sehe die Abbildung dieser Maschinen, wenn sie von einem Wasserrade getrieben werden, beym Sturm a. O. welche nebst der Beschreibung ebenfalls Bayer Kap. XX wieder bloß hat abdrucken lassen. Wenn man die Versuche des Herrn Camus (*) über die Friktion hiermit vergleichet, so würde der gesammte hier zu überwindende Wider-

(*) S. Forces mouvantes par Mr. Camus Chap. IV. Sect. V. wo das Verhältniß der Friktion zur Last, wenn Eisen über trocknen Sand fortgeführet wird, wie 1 : 2, und wenn der Sand angefeuchtet ist, wie 9 : 20 angegeben wird.

Widerstand die Hälfte oder wenigstens $\frac{9}{20}$ des Gewichts des Sägegatters seyn. Das Reiben an den Seiten in den Nuthen der Gatterbalken kann hier wohl nicht von so großen Belang, wie oben §. 176 seyn, wenn alles gut gemacht ist. Sturm scheint es durch die besondere Art die Kurbeln in länglichten Einschnitten eines Querriegels am Sägegatter umlaufen zu lassen, noch mehr vermeiden zu wollen. Ich weiß aber nicht in wie fern seine Einrichtung bey wirklich erbauten Marmormühlen mag nachgeahmt seyn. Indessen kann das hier gesagte genug seyn, um auf die Methode hinzuzeigen, ein Werk dieser Art zu berechnen, oder doch, wenn man Gelegenheit hat, Erfahrungen zu sammlen, die hier zu einer bequemen und richtigen Berechnung führen können. Man könnte sich in manchen Fällen hier noch am ersten mit der praktischen Regel helfen: Um den größten Effekt zu erhalten, beschwere man das Sägegatter nach und nach mit so viel Gewicht, bis das Wasserrad, wenn es unterschlächtig ist, mit $\frac{1}{3}$ der Geschwindigkeit des anstoßenden Wassers, ist es aber oberschlächtig, mit der Geschwindigkeit des in die Schaufel einstürzenden Wassers umläuft.

§. 190.

Hätte man Beobachtungen genug, woraus man den Widerstand schließen könnte, welchen ein fester Körper, welcher durchbohret werden soll, dem Bohrer entgegen setzet, und wüßte man, wie die Größe dieses Widerstandes von der Gestalt des Bohrers und

mehrerm abhienge; so würde man daraus auf eine sehr ähnliche Methode gerathen können, die Bohrmühlen zu berechnen, wie diejenige ist, deren wir uns bey den Sägemühlen bedienet haben. Aber da uns dergleichen Erfahrungsmaximen von diesen Maschinen sowol als von den Schleif- und Polirmühlen mangeln, und die bloße Theorie diese Lücke auf keinerley Art auszufüllen vermag: so würde es unnöthig und außer unserm Plan seyn, wenn wir hier von diesen Werken noch mehr erzählten: da man Beschreibungen davon in mehr als einem bekannten Werke findet. Z. E. beym Belidor a. a. O. beym Bayer Kap. XVIII und bey mehrern. Die noch im vorigen §. wiederholte Regel gilt auch hier, daß wenn z. E. bey einem unterschlachtigen Rade des angegriffenen Punkts Geschwindigkeit viel unter oder über $\frac{1}{3}$ der Geschwindigkeit des anschlagenden Wassers, und so auch bey einem oberschlächtigen diese Geschwindigkeit viel von derjenigen verschieden ist, womit das Wasser ins Rad fällt, u. s. w. so ist die Maschine nicht vortheilhaft eingerichtet.

Bayerische Staatsbibliothek München

Fig. 3.

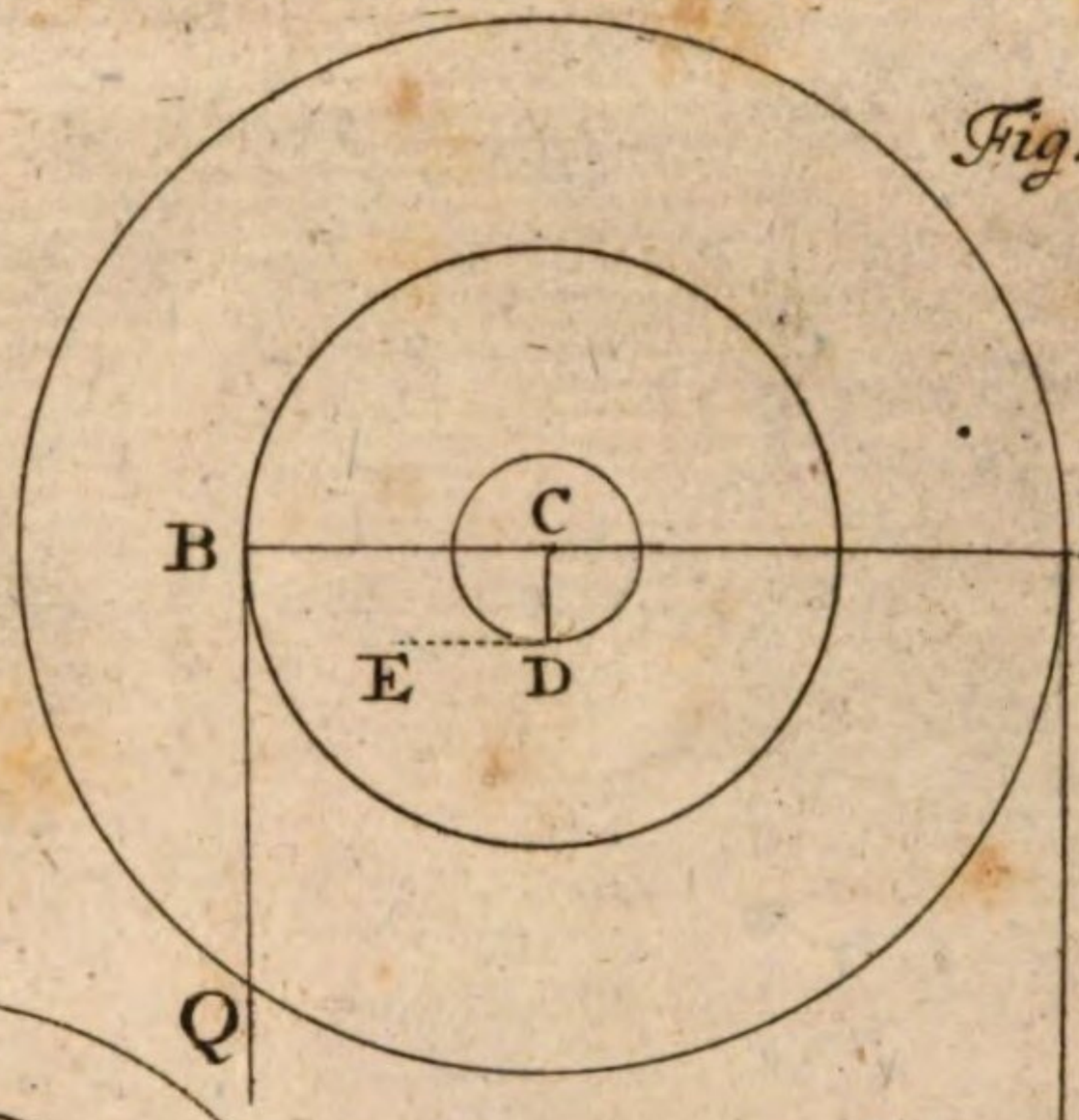


Fig. 6.

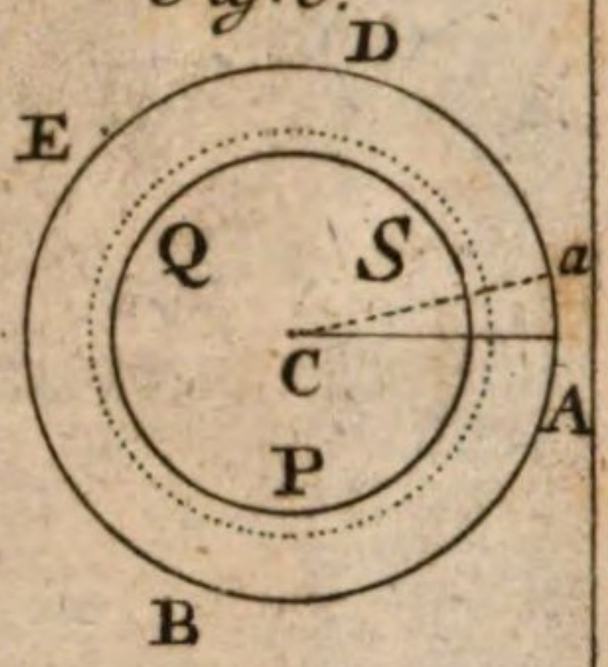


Fig. 5.

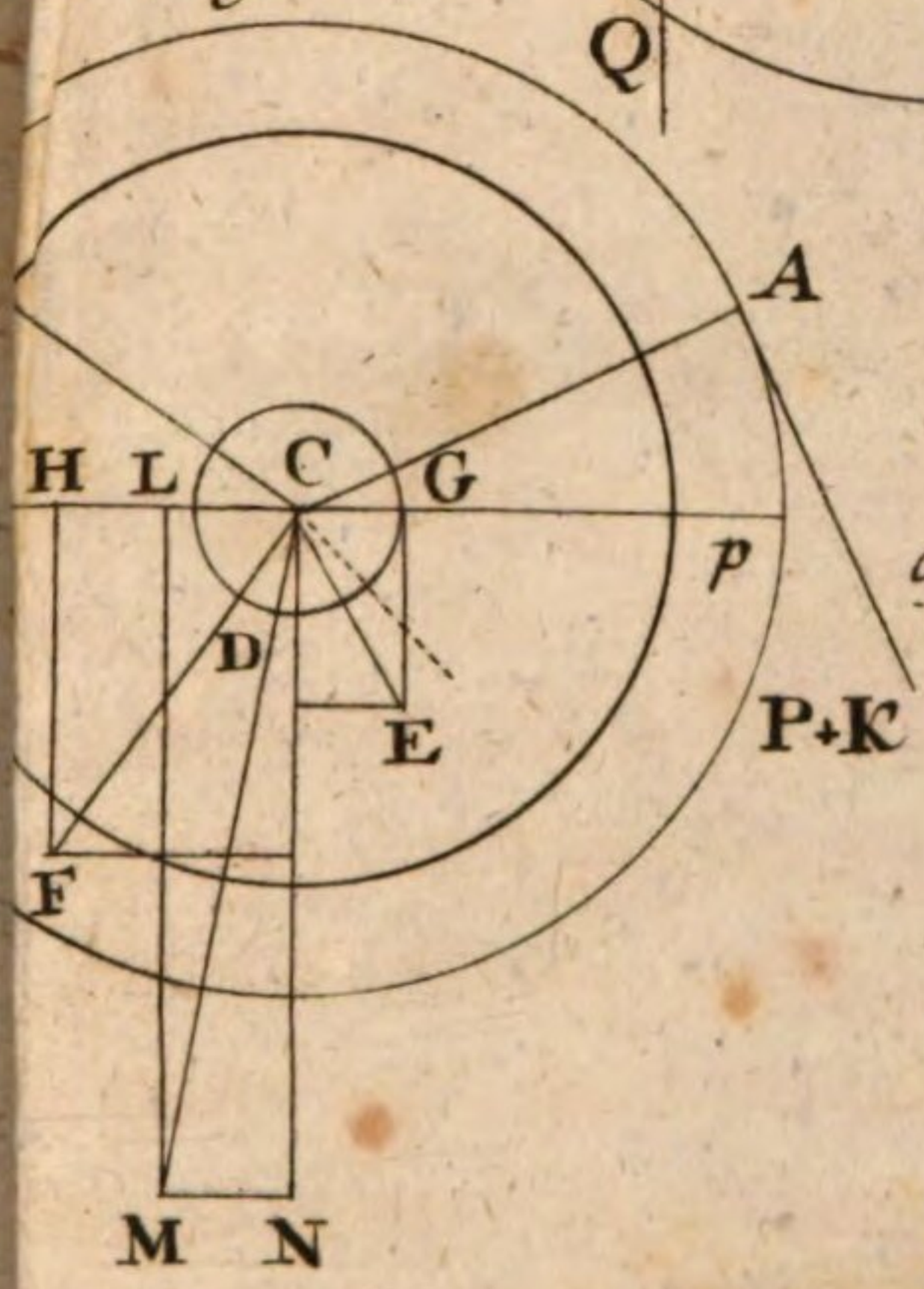


Fig. 7.

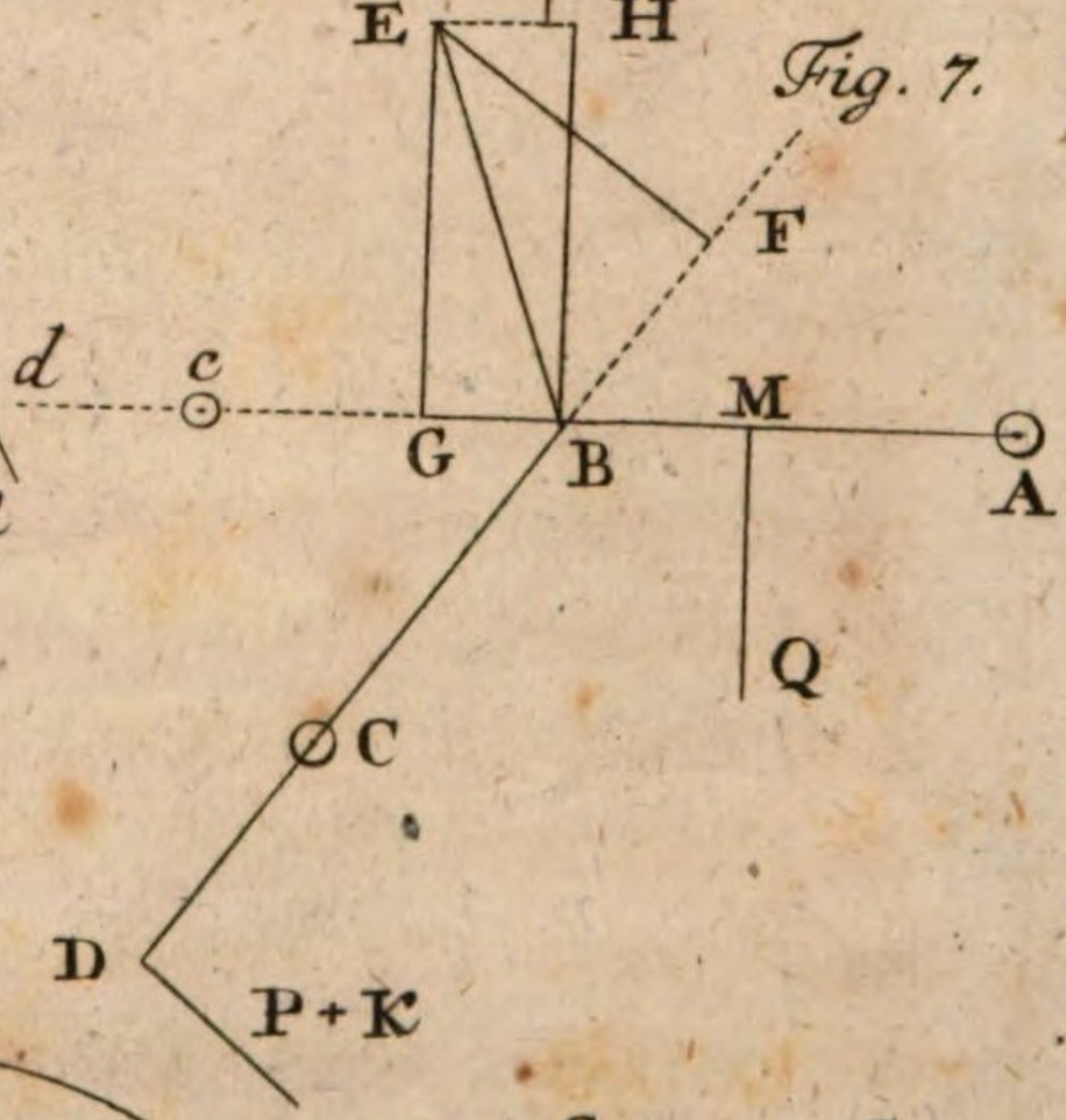


Fig. 9.

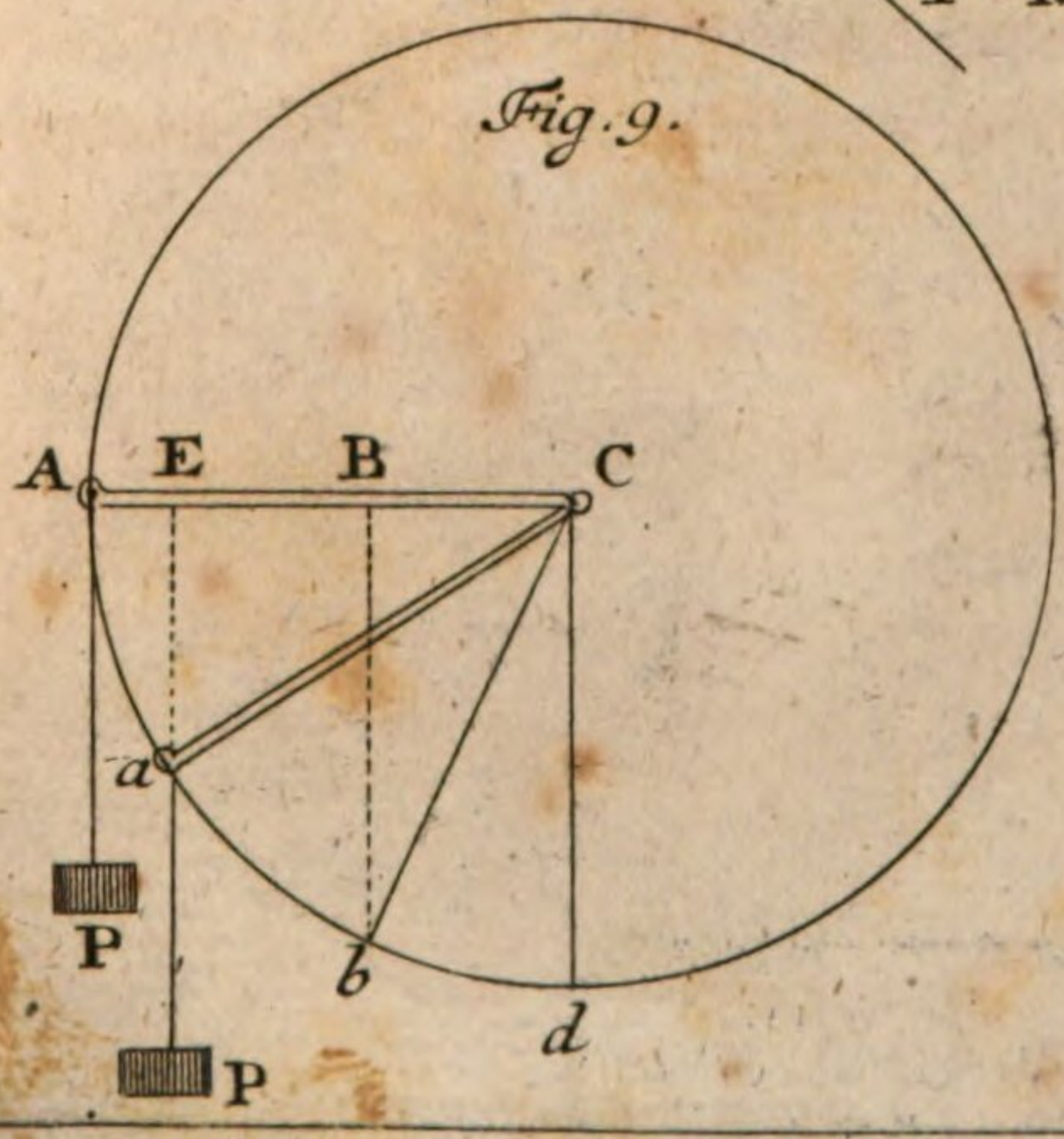


Fig. 10.

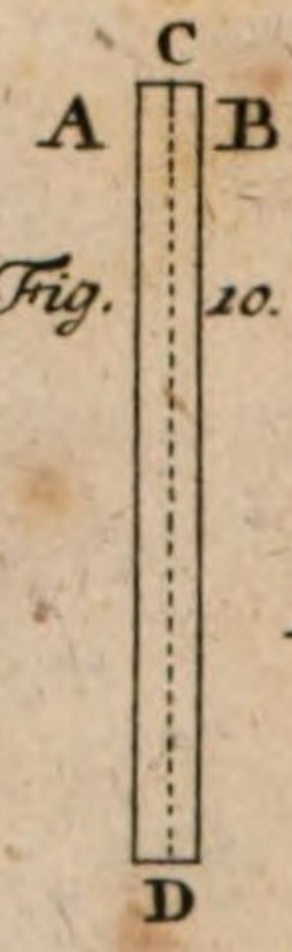
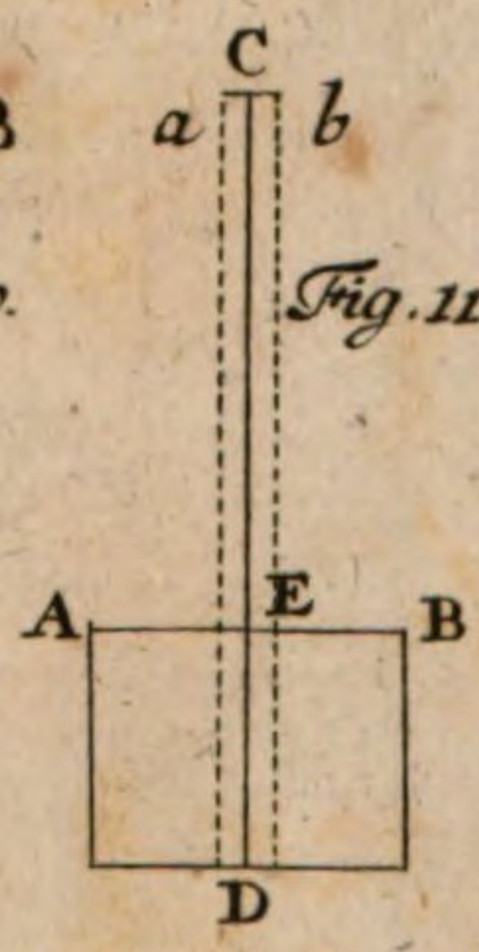
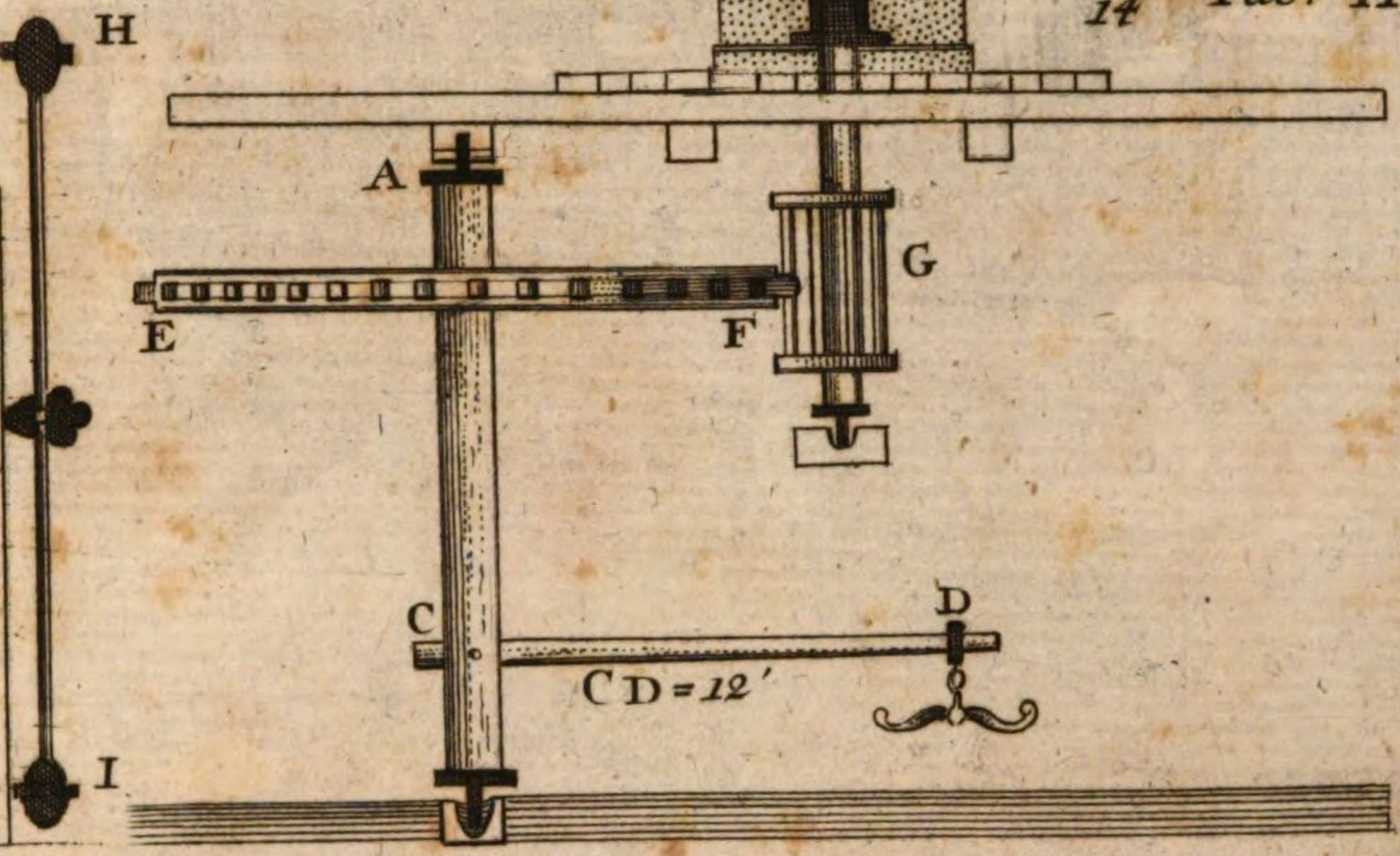
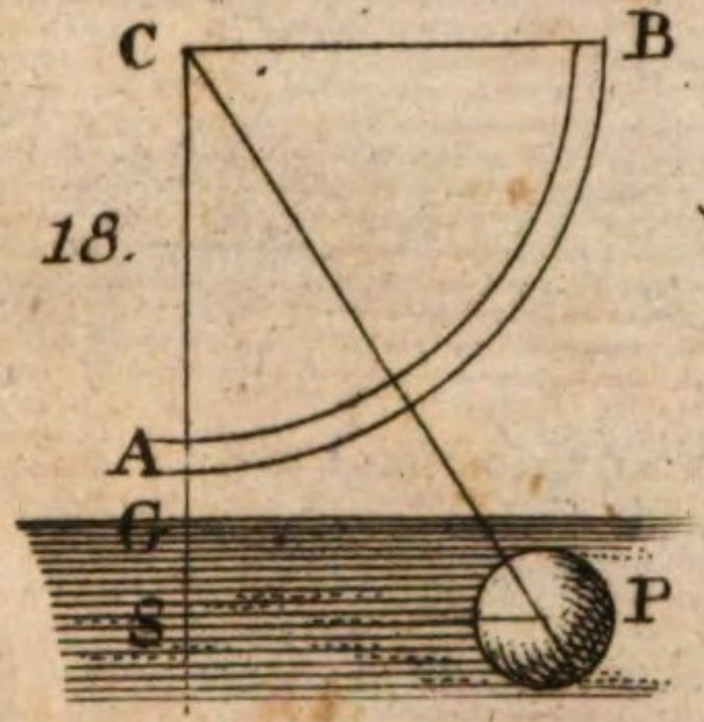


Fig. 11

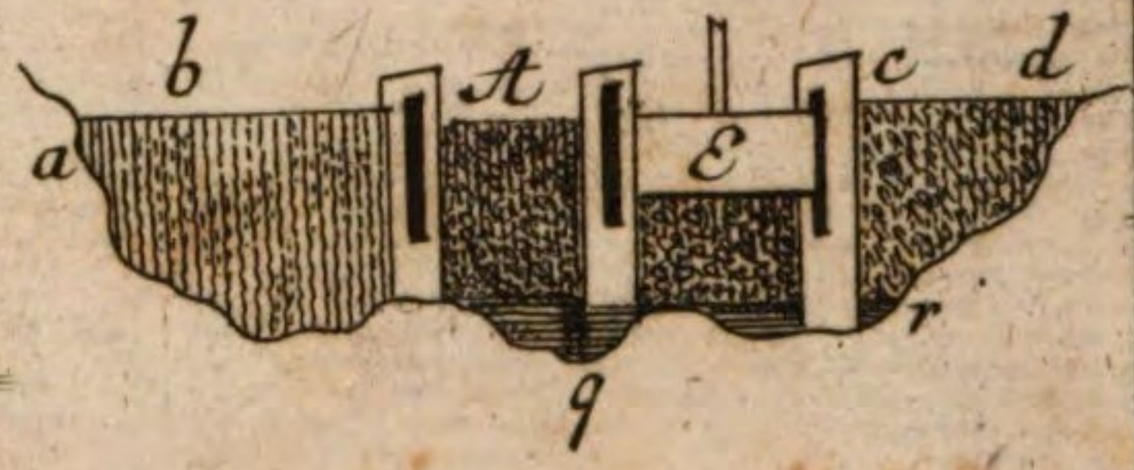






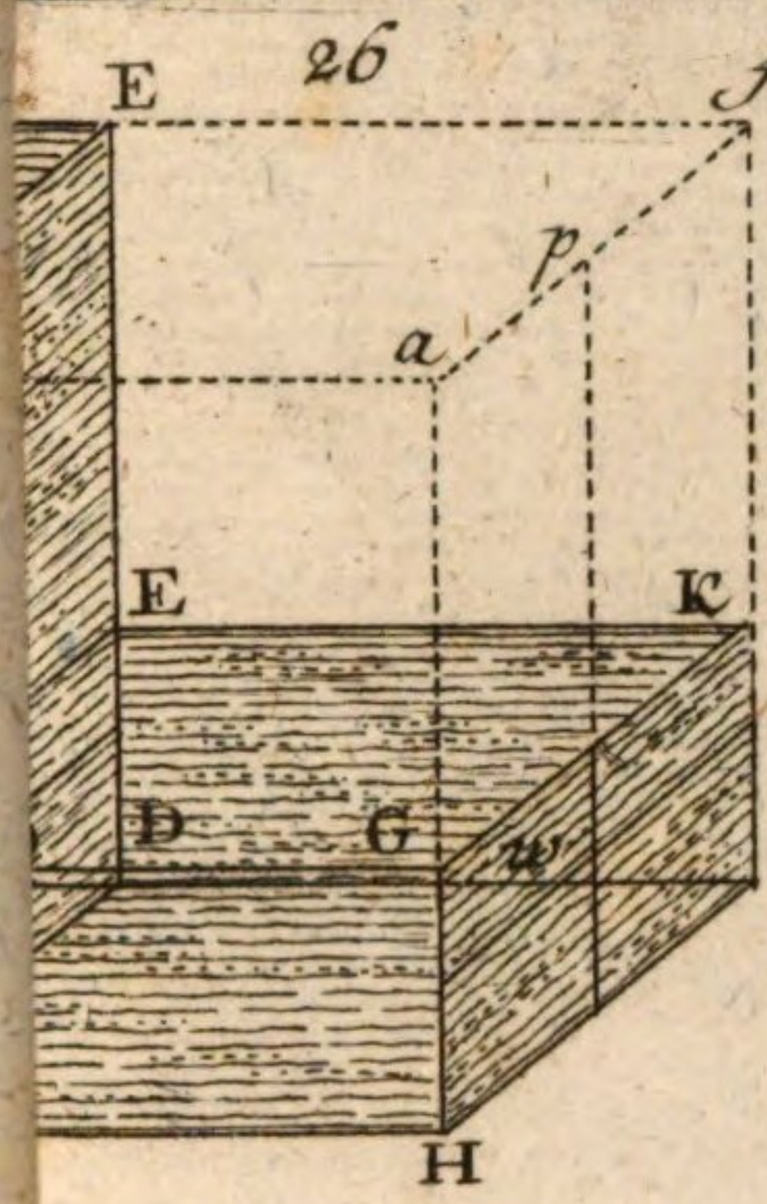
18.

19.

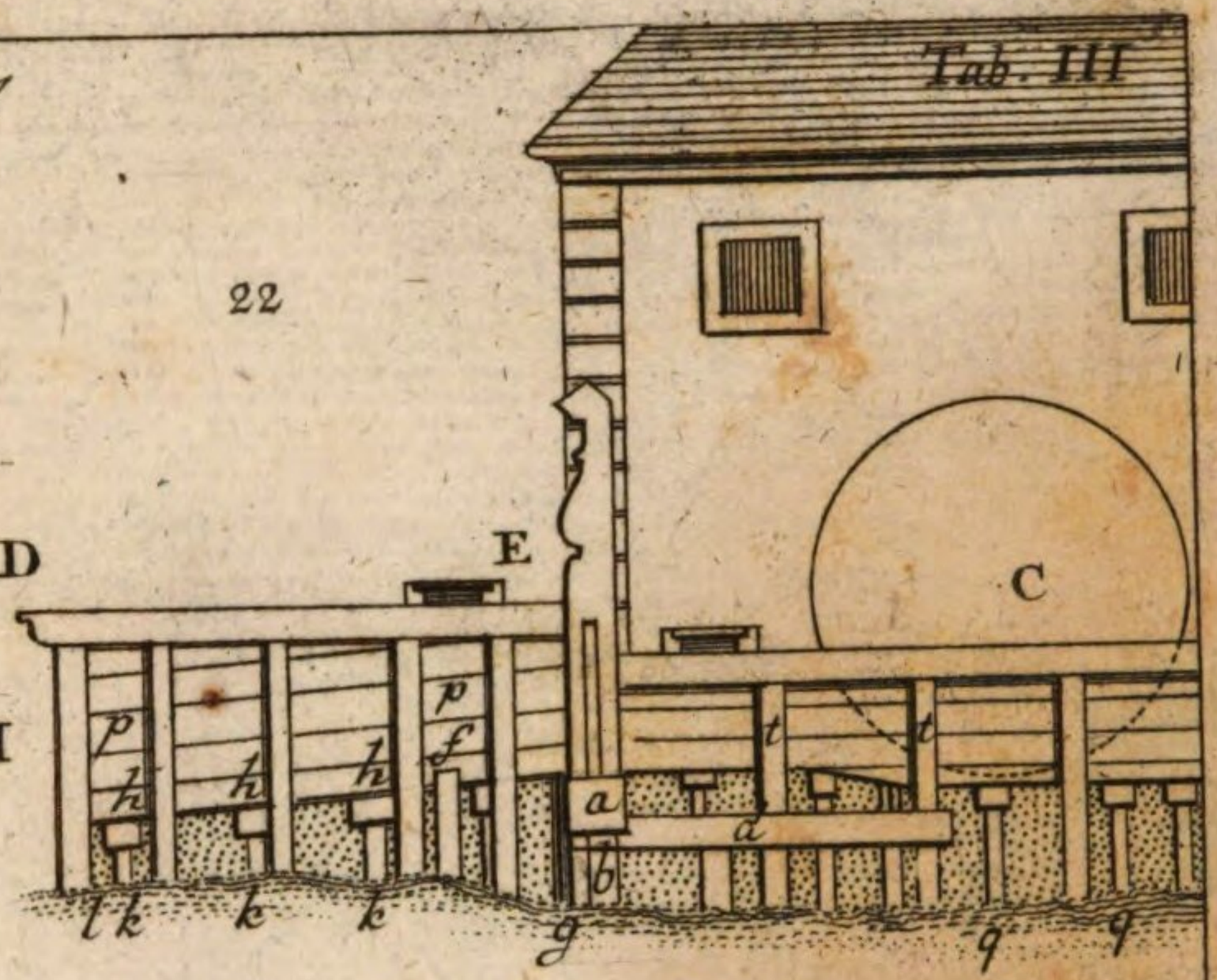


20

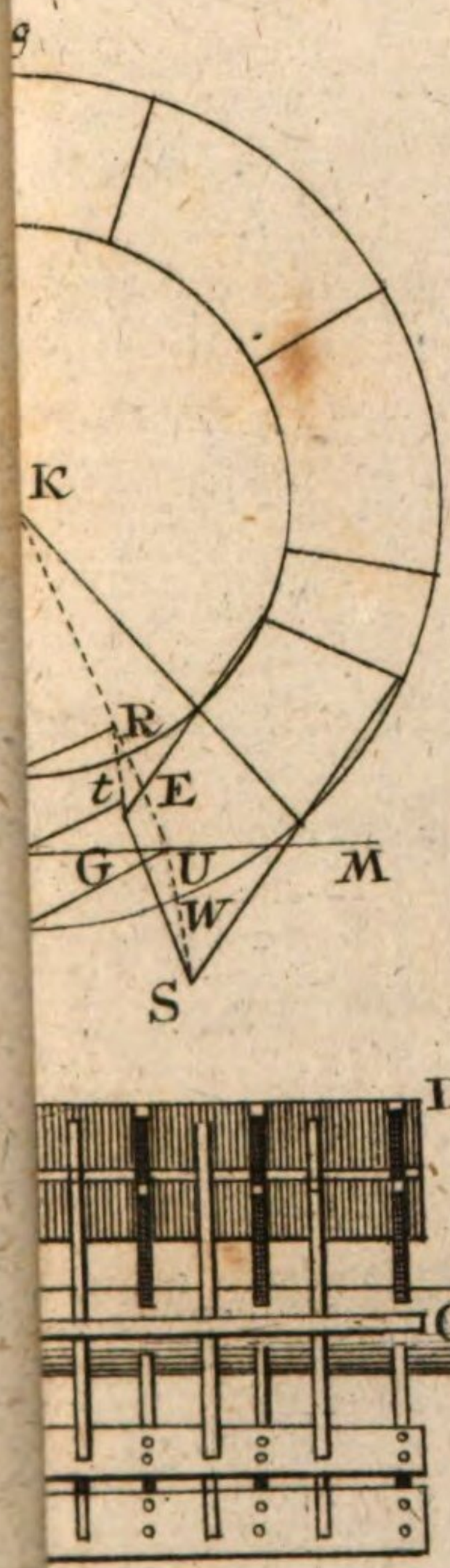
26

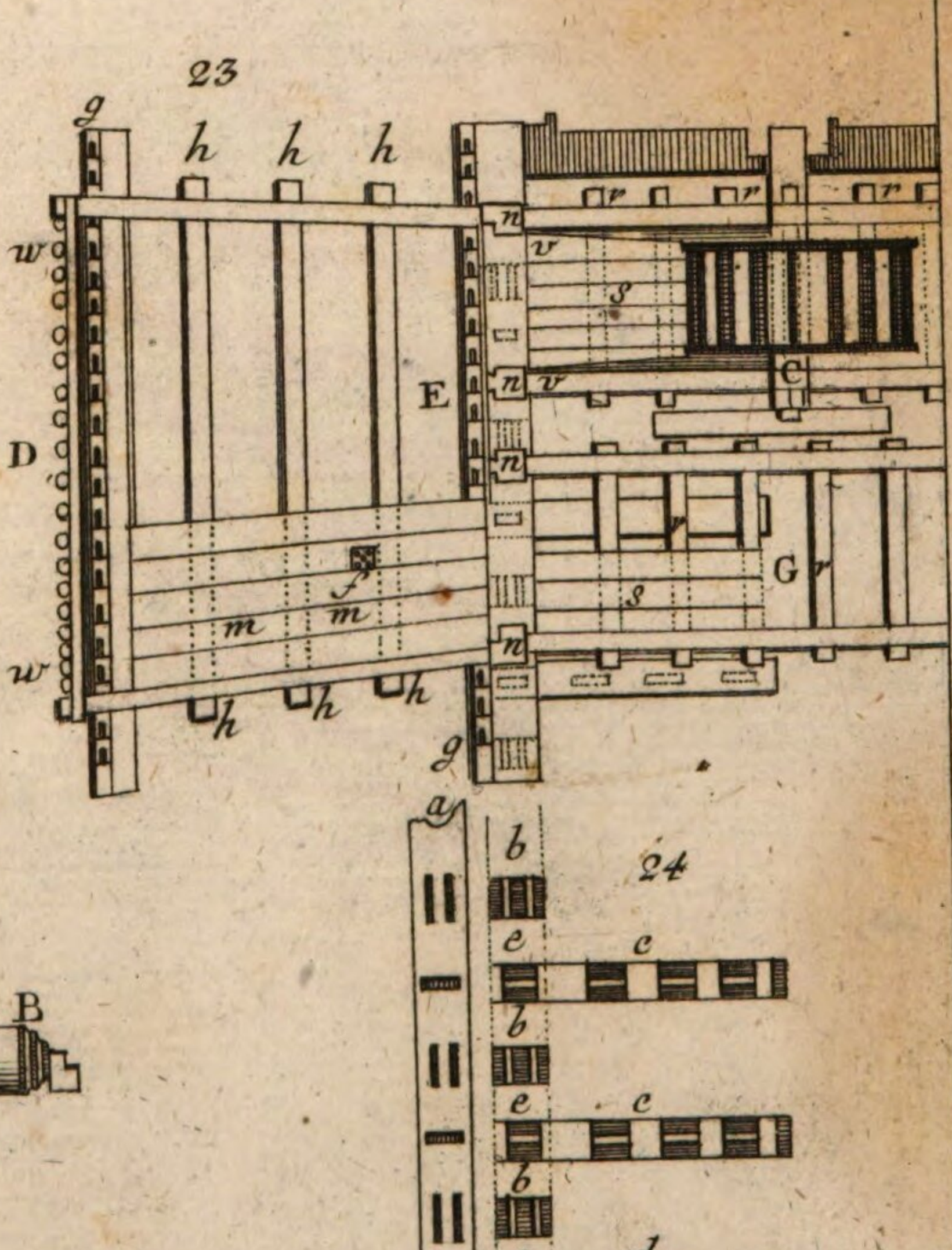

E
f
p
a
E
K
D
G
H

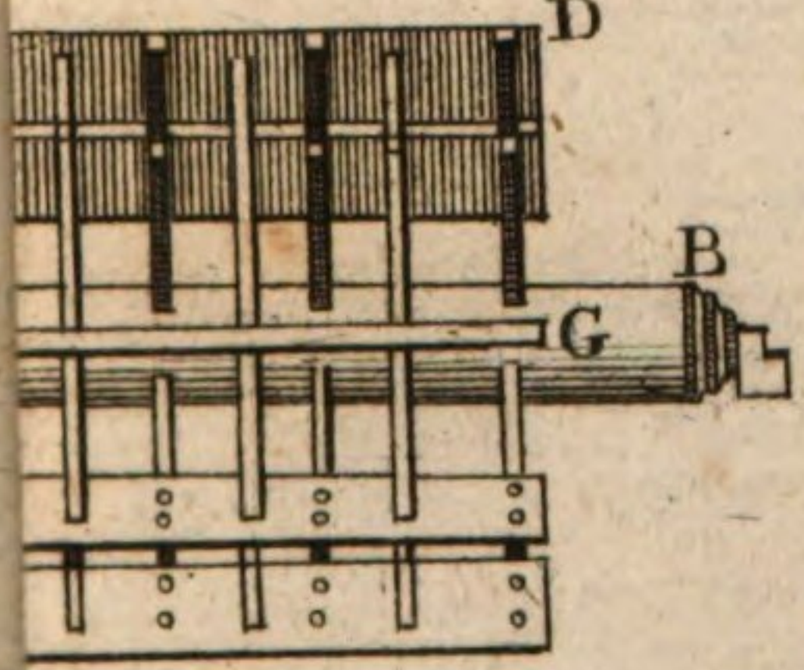
22


D
E
C
I
p
h
f
t
a
b
l k
k
g
q

23


K
R
t
E
G
U
M
W
S


g
h
w
D
E
n
v
s
C
r
G
m
F
g

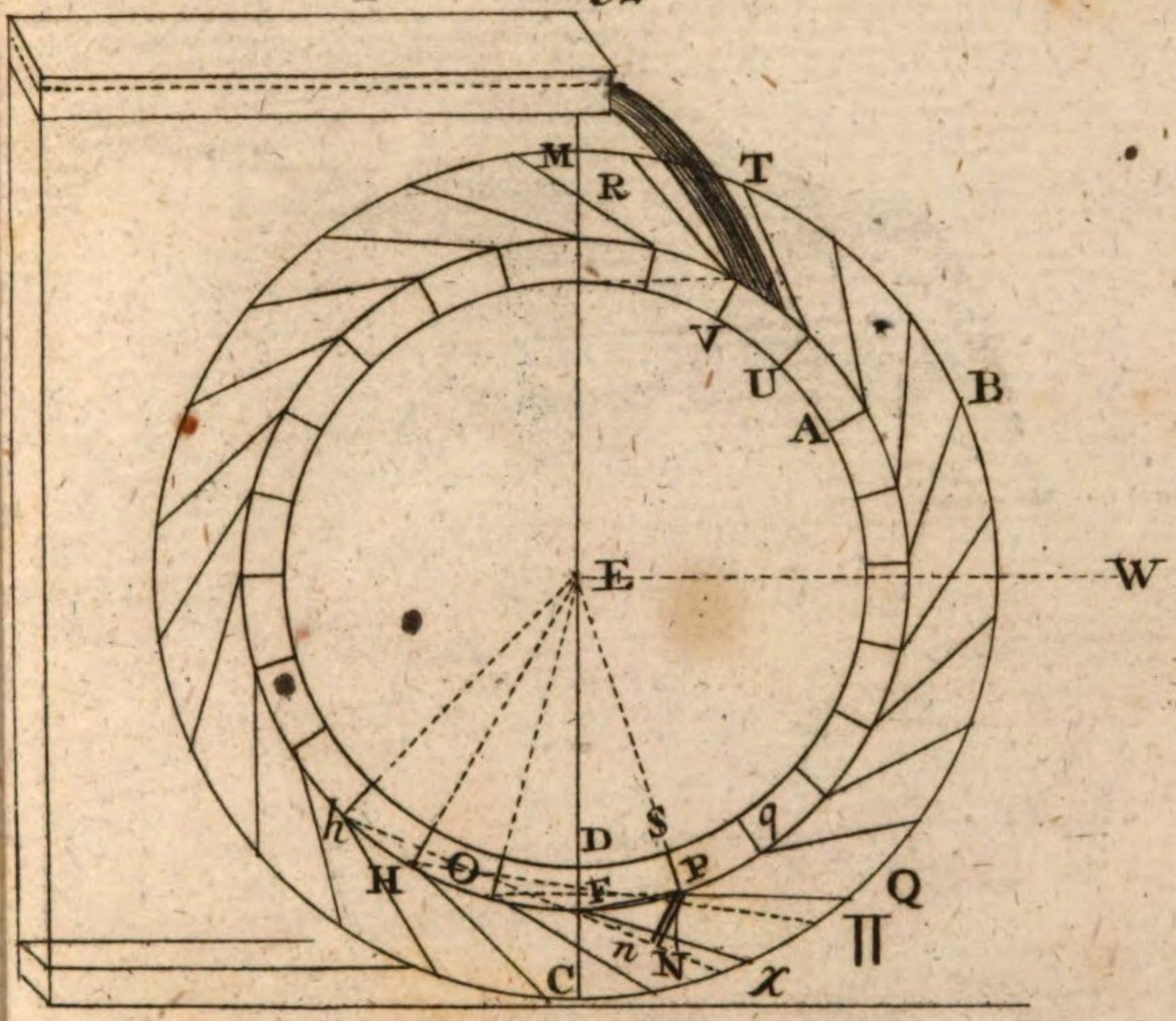

D
B
G

24

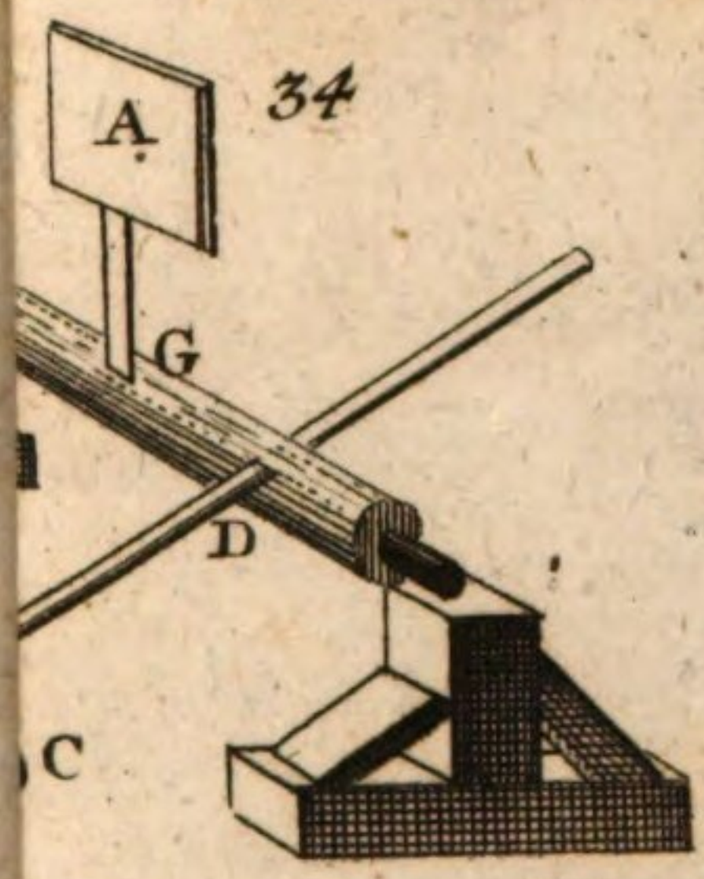
a
b
e
c
d

Tab. IV.

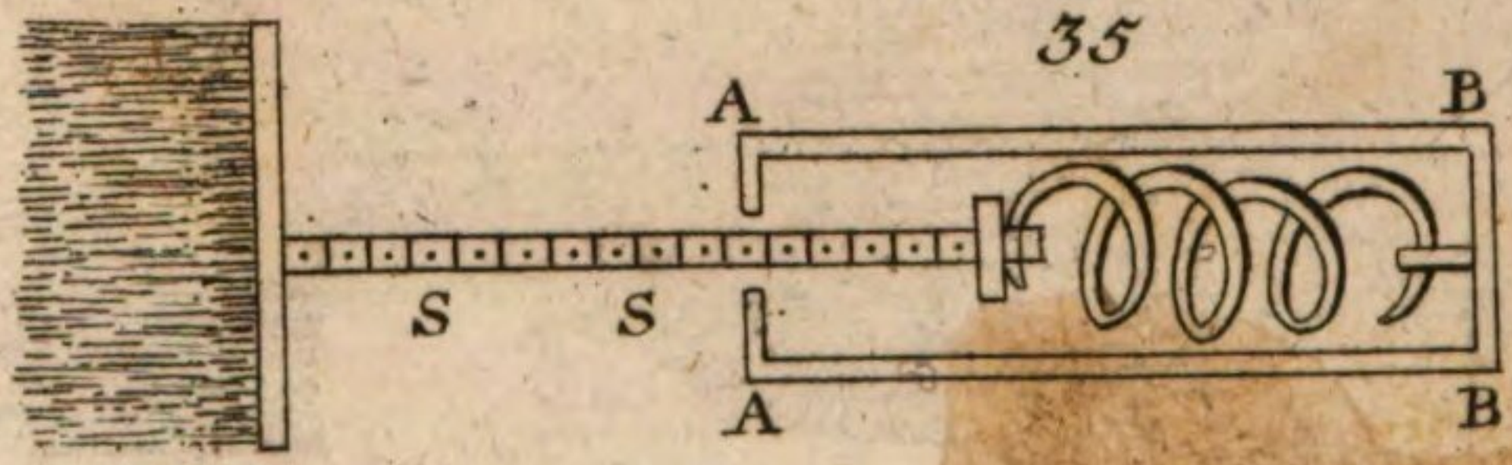
32



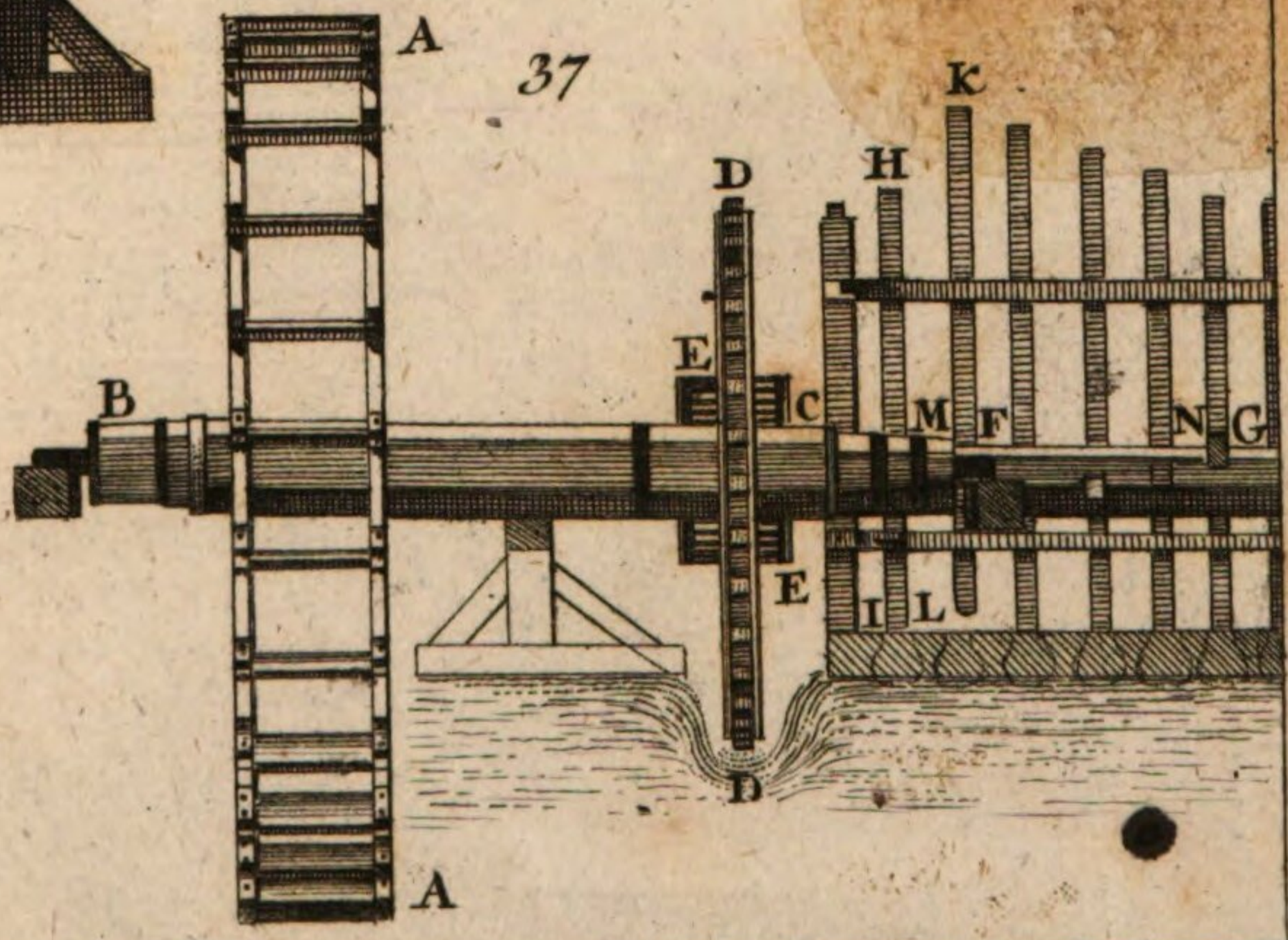
34



35

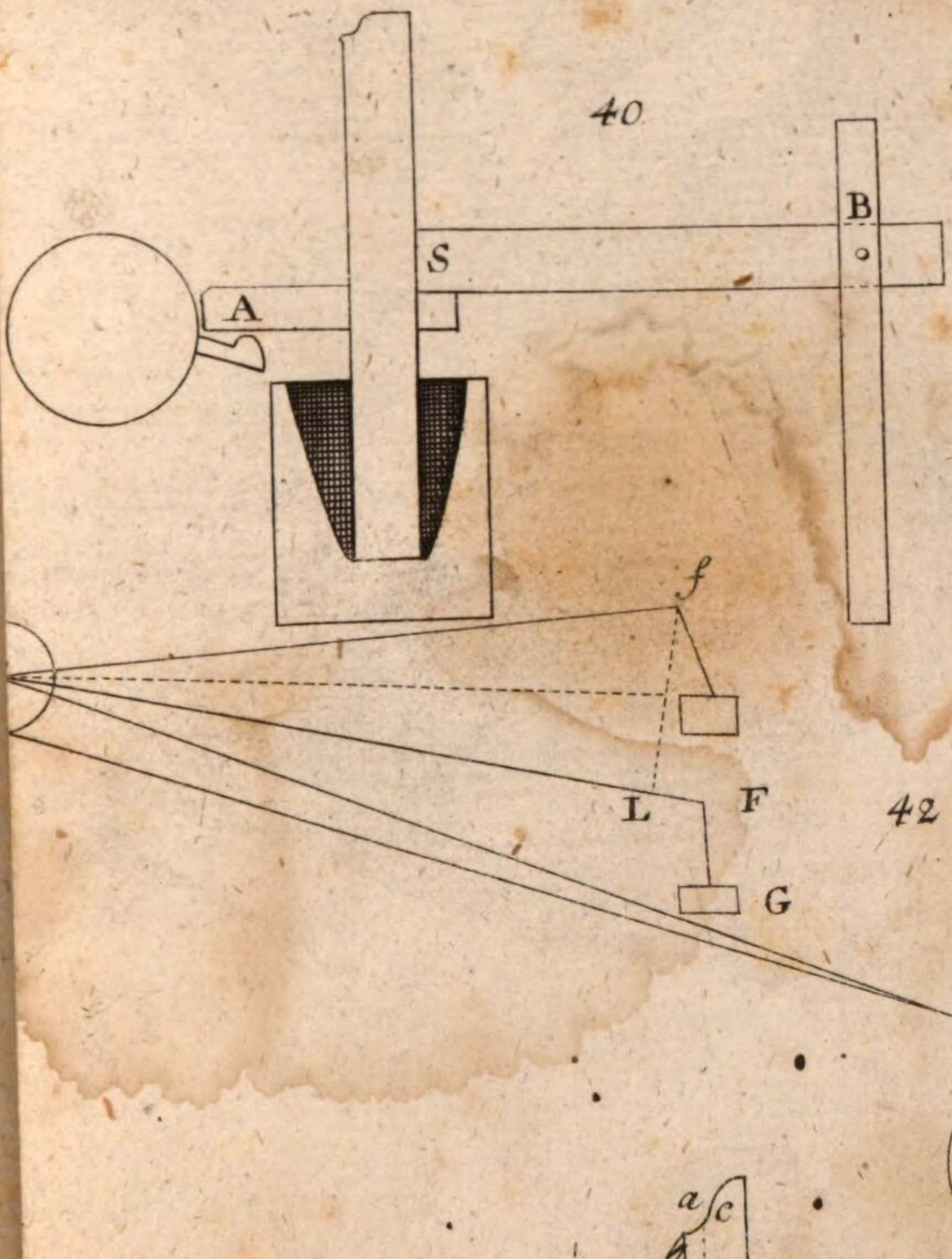


37

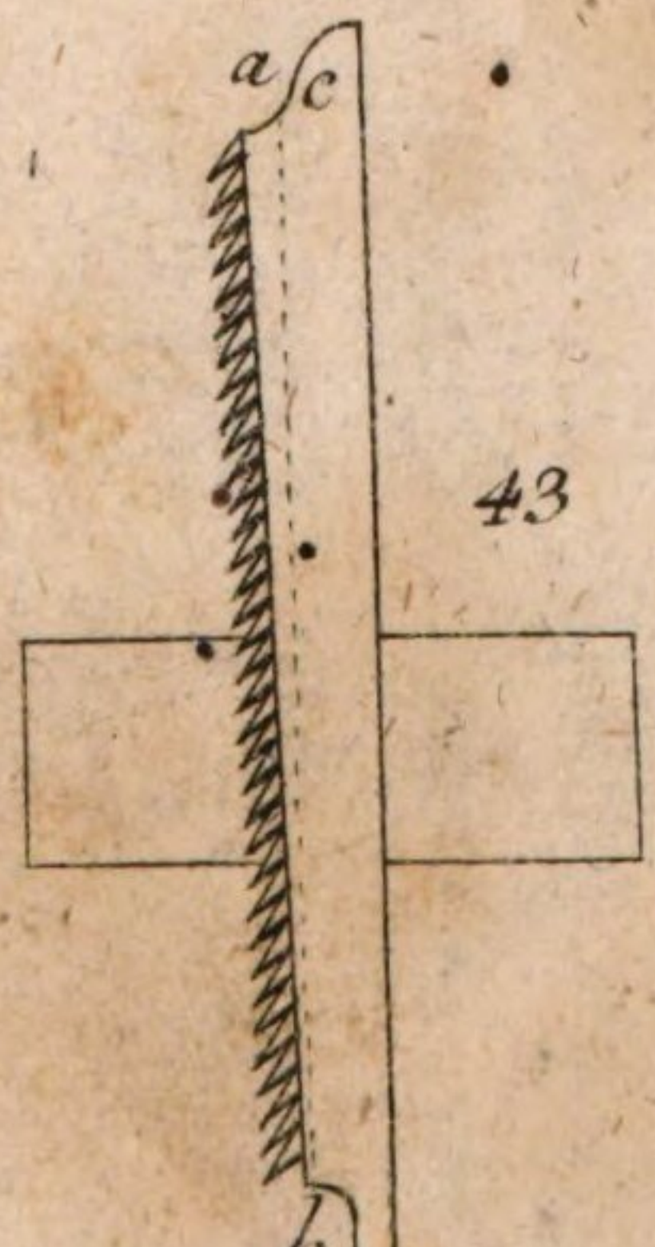


Tab. V.

40



42



43

5e. 62.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Mönnich, Bernhard Friedrich, 1741-1800

Anleitung zur Anordnung und Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen nach Maximen und Regeln, welche die Erfahrung und Theorie an die Hand giebt

Bd.: 1

Augsburg 1779

Math.a. 175-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10080944-4
VD18 80225381-001